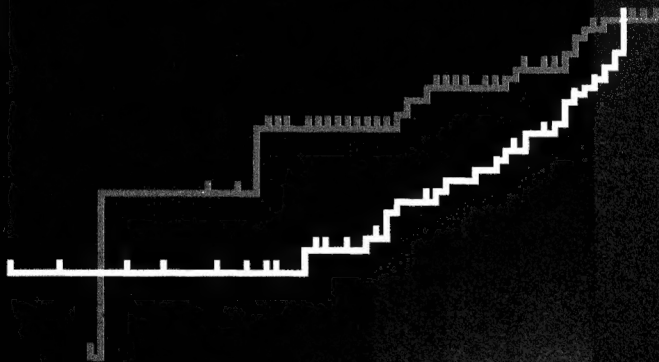




تأليف : MARTIN BLAND

ترجمة : أ.د. أحمد ديب دشاش    أ. شفيق ياسين    د. وائل الإمام



# المدخل إلى الإحصاء الطبي







المركز العربي  
للتعريب والترجمة والتأليف والنشر



المنظمة العربية  
للتربية والثقافة والعلوم

## المدخل إلى الإحصاء الطبي



٢٠٠٨م

المركز العربي للتعريب والترجمة والتأليف والنشر  
الجمهورية العربية السورية



# المدخل إلى الإحصاء الطبي

تأليف

Martin Bland

ترجمة

أ.د. أحمد ديب دشاش      أ. شفيق ياسين

د. وائل الإمام

مراجعة

أ.د. محمد صبح

2000

دمشق



# An Introduction to Medical Statistics, 2<sup>nd</sup> ed.

Martin Bland

Translation copyright ©2000 by Arab Center for Arabization, Translation  
Authorship & Publication (ACATAP, branch of ALECSO).

© Martin Bland 1995.

*This translation of An Introduction to Medical Statistics: Second Edition  
originally published in English in 1995 is published by arrangement with  
Oxford University Press.*

هذه ترجمة كتاب: An Introduction to Medical Statistics – الطبعة الثانية الصادر  
أصلاً باللغة الإنكليزية في عام 1995، وقد نشرت بالعربية بناء على اتفاق مبرم مع  
Oxford University Press

المدخل إلى الإحصاء الطبي

ترجمة: أ.د. أحمد ديب دشايش و أ. شفيق ياسين و د. وائل الإمام

المركز العربي للتعليم والترجمة والتأليف والنشر بدمشق

ص.ب: 3752 – دمشق – الجمهورية العربية السورية

هاتف: 3330998 963 11 3334876 + – فاكس:

E-mail: [acatap@net.sy](mailto:acatap@net.sy)

Web Site: [www.acatap.htmlplanet.com](http://www.acatap.htmlplanet.com)

جميع حقوق النشر والطبع محفوظة



---

## مقدمة الطبعة الثانية

---

هذا كتاب مدرسي في الأحصاء مخصص لطلاب العلوم الطبية، أطباء، وباحثين طبيين، وغيرهم من المهتمين بالمعطيات الطبية. يوضح هذا الكتاب المفاهيم الأساسية لتصميم دراسة ما، وجمع المعطيات وتحليلها من خلال أمثلة وشروحات. ولأولئك الذين يودون التعمق أكثر في فهمهم، فقد أعطيت بعض الخلفيات الرياضية والتقنيات الموصوفة أيضاً، ومعظمها كملاحق للفصول أكثر منها في النص الرئيسي.

تغطي المادة العلمية لهذا الكتاب مجمل العمل الإحصائي الذي يتطلبه فصل دراسي في الإحصاء الطبي وما تحتاجه امتحانات معظم كليات الطب الملكية. فهو يشمل تصميم التجارب السريرية والدراسات الوبائية، وجمع المعطيات وعرضها وتلخيصها، الاحتمال، والتوزيع الحدائسي، والطبيعي، وتوزيع بواسون، وستيودنت  $t$  وكاي مربع، والخطأ المعياري، ومجالات الثقة، واختبارات الاعتداد، ومقارنة المتوسطات للعينات الكبيرة والصغيرة، استعمال التحويلات الرياضية للمعطيات المدروسة، الانكفاء والارتباط، الطرائق المبينة على الرتب، الجداول الاحتمالية، أخطاء القياس، المجالات المرجعية، معطيات الوفيات، الإحصاء الحيوي، وكيفية اختيار الطريقة الإحصائية.

عندما قمت بكتابة الطبعة الأولى من هذا الكتاب، كانت الحواسيب قادرة على القيام بالتحليل الإحصائية للأبحاث الطبية بسهولة والتي كانت صعبة جداً بدونها. ونتيجة لذلك فقد امتلأت المجالات بالدراسات النظرية للانكفاء المتعدد وبعض التقنيات المشابهة. ولذلك فقد أضفت فصلاً عن هذه التقنيات المتعددة العوامل والتي تتضمن طرق الانكفاء المتعدد،



الانكفاء اللوجستي النظري (logistic regression) وانكفاء كوكس (Cox regression) ويبدو فيها التحليل العالي أكثر ملاءمة. وقد أضفت أيضاً بعض الفقرات حول مواضيع أخرى مثل، المعطيات التسلسلية وتحليل التباين والمقارنات المتعددة، الارتباط في حال وجود مشاهدات متكررة، معدلات الأرجحية، الأخطار النسبية، اختبارات جودة الملائمة، واختبار لوغاريتم - الرتب. وجمعت في فصل واحد كيف يمكن تحديد حجم العينة. وقد حذفت من هذه الطبعة المادة القديمة لأتيح للمادة الجديدة ولبعض التمارين بالظهور.

يهتم هذا الكتاب بشكل أساسي بالمعطيات الطبية وخاصة بالأبحاث المتعلقة بها وكذلك بتفسير نتائج الحسابات من خلال قلبها الطبي. قد نرى بعض الأحيان أمثلة غير طبية هدفها إيضاح طرائق الحساب، بينما جميع المعطيات في الأمثلة والتمارين حقيقية وأخذة من الواقع سواء كانت من خلال بحثي الطبية الخاصة أو من أدبيات الدراسات الطبية.

يوجد نوعان من التمارين. حيث يحوي كل فصل على مجموعة من الأسئلة ذات الاختيار من متعدد (Multiple choice) من نوع صح أو خطأ. ويمكن لهذه الأسئلة أن تغطي معظم المادة العلمية بفترة قصيرة ولذلك تعتبر وسيلة جيدة للمراجعة. وبما أن طرق الاختيار من متعدد مستعملة بشكل واسع في الدراسات العليا فإنها مفيدة جداً لتحضير الزمالات الطبية أيضاً. يحوي الكتاب على حلول لهذه الأسئلة مع شروحات تفصيلية لمعظم الأجوبة. كما يحوي كل فصل أيضاً على تمرين طويل. وبالرغم من أن هذه التمارين تتضمن حسابات، فقد حاولت أن أجنب زج الأشكال في الصيغ الرياضية. ولا تحوي هذه التمارين تطبيقات التقنيات الاحصائية فقط بل إنها تتضمن تفسير النتائج في ضوء أصول المعطيات.

أود شكر العديد من الأشخاص الذين ساهموا في إعداد هذا الكتاب. أولاً، أوجه امتناني لجميع طلاب الطب والأطباء والباحثين والمرضات الذين قد درستهم والذين تعلمت منهم الكثير. ثانياً، يحوي الكتاب على العديد من الأمثلة المأخوذة من الأبحاث والتي هي نتاج علمي لإحصائيين آخرين، وأطباء وبائيين وباحثين اجتماعيين، وأخص منهم بالذكر دوغلاس ألتمان (Douglas Altman)، روس أندرسون (Ross Anderson)، مايك بانكس (Mike Banks) بيولا بيولي (Beulah Bewley) ولتر هولاند



(Walter Holland). وإن هذه الدراسات ما كان لها أن تنجز دون مساعدة كل من باتشي بيلي (Patsy Bailey) وبوب هاريس (Bob Harris) ريبيكا ماك نير (Rebecca McNair)، جانييت بياكوك (Janet Peacock) سواتسي باتيل (Swatee Patel) و فرجينيا بولارد (Virginia Pollard). ثالثاً، أتوجه بالشكر للأطباء السريريين والباحثين الذي تعاونت معهم أو الذين جازوا إلي للمشورة الاحصائية فلم يعلموني المعطيات الطبية فحسب، ولكن كثيراً منهم تركوا لسي هذه المطيات التي استخدمتها هنا وأخص منهم نائب السعدي (Naib Al-Saady)، توماس بيولسي (Thamas Bewley)، نيفل براون (Nigel Brown)، بيتر فيش (Peter Fish)، كالورين فلينت (Caroline Flint)، نيك هول (Nick Hall)، تيس هانيد (Tessi Hanid)، ميكائيل هوت (Michael Hutt) رياض جسراري (Riahd Jasrawi)، أيلان جواهنسسون (Ian Jahnston)، موييس كيمبوا (Moses Kipembwa)، بام لوترا (Pam Luthra) هوغ مازير (Hugh Mather)، دام موغدال (Daran Maudgal)، دوغلاس ماكسويل (Douglas Maxwell)، شارلز موتوكا (Charles Mutoka)، يتم نورثفيلد (Tim Northfield)، بول ريشاردسون (Powl Richardson) و ألبرتو سميث (Alberto Smith). وأنا ممن بشكل خاص لـ جون مورغان (John Morgan) إذ أن الفصل 16 بنسي جزئياً على عمله. وتمت طباعة الصفحات من قبل سيو ناش (Sue Nash)، سيو فيشر (Sue Fisher)، سوزان هاردينغ (Susan Harding) شيلا سكيب (Sheilah Skipp) ومن قبلي شخصياً. وقد تمت قراءة النسخة الأولى من هذا الكتاب من قبل دافيد جونز (David Jones)، دوغلاس ألتمان (Douglas Altman)، روبن بريسكوت (Robin Prescott)، كليم مال يرسون (Klim McPherson) وستيورات بوكوك (Stuart Pocock). لقد أصلحت العديد من الأخطاء في الطبعة الأولى وأنا ممن للملاء الذين أظهروا لي هذه الأخطاء وأخص بالشكر دانييل هيلتجان (Daniel Heitjan) وأشكر أيضاً دوغلاس ألتمان وجانييت بياكوك الذين قرأوا النسخة الأخيرة. لقد جعلت ملاحظاتهم هذا الكتاب أفضل مما كان عليه وإن جميع الأخطاء الموجودة فيه تعود لي. شكري الخاص لرئيس قسمي روس أندرسون للتشجيع المستمر لي وللقدير الموجود بمطبعة جامعة أكسفورد. وكل الشكر لهولين بلاند (Pauline Bland) لتشجيعها لي وثقتها غير المحدودة.



الموجود بمطبعة جامعة أكسفورد. وكل الشكر لبولين بلاند (Pauline Bland) لتشجيعها لي وثقتها غير المحدودة.

تمت طباعة هذا الكتاب عن طريق محرر النصوص L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X ولذلك فإن أي خطأ فيه يعود بشكل لمائي لي وتم رسم واختطاط الأشكال عن طريق البرنامج الإحصائي Stata.

لندن، آب 1994

**M.B.**



---

## المحتويات

---

1	1 المقدمة	
1	1.1 الإحصاء والطب	
3	2.1 الإحصاء والرياضيات	
3	3.1 الإحصاء والحوسبة	
4	4.1 أفق هذا الكتاب	
7	2 تصميم التجارب	
7	1.2 مقارنة المعالجات	
10	2.2 الفرز العشوائي	
14	3.2 طرائق الفرز بدون استخدام أعداد عشوائية	
17	4.2 تمييز المتطوع	
19	5.2 هدف المعالجة	
20	6.2 تصميمات العبور التقاطعي	
22	7.2 اختيار المختبرين للتجارب السريرية	
23	8.2 تمييز الاستجابة والغفل	
25	9.2 تمييز التقييم والدراسات ذات التعمية المضاعفة	
27	10.2 التجارب المخبرية	
28	11.2 الوحدات التجريبية	
30	12.2 نقاط أخرى في تصميم التجارب	
31	M2 أسئلة الاختيار من متعدد من 1 إلى 6	
32	E2 تجربة "اعرفي مرضتك"	



35	3 الاعتيان والدراسات الرقابية
35	1.3 الدراسات الرقابية
35	2.3 المسح الإحصائي
36	3.3 الاعتيان
38	4.3 الاعتيان العشوائي
43	5.3 الاعتيان في الدراسات السريرية
45	6.3 الاعتيان في الدراسات الوبائية
48	7.3 الدراسة الاتراية
49	8.3 دراسات الحالة والشاهد
53	9.3 تمير الاستبانة في الدراسات الرقابية
56	M3 أسئلة الاختيار من متعدد من 7 إلى 13
58	E3 تمرين: الخمج بمرض <i>Campylobacter Jejuni</i>
61	4 تلخيص المعطيات
61	1.4 أنواع المعطيات
62	2.4 التوزيع التكراري
65	3.4 للئسحات Histograms وأشكال تكرارية أخرى
69	4.4 أشكال التوزيعات التكرارية
71	5.4 النواصف والكميمات
73	6.4 المتوسط الحسابي
75	7.4 التفاوت
78	8.4 الانحراف المعياري
80	A4 ملحق: القاسم من أجل حساب التفاوت
81	B4 ملحق: صيغة أخرى لمجموع المربعات
82	M4 أسئلة الاختيار من متعدد من 14 إلى 19
84	E4 تمرين: المتوسط والانحراف المعياري



## 5 عرض المعطيات

87	المعدلات والنسب	1.5
89	الأرقام المعنوية	2.5
92	عرض الجداول	3.5
93	عنطط الفطيرة	4.5
95	عنططات الأعمدة	5.5
96	المبيان التبعثري	6.5
97	المرسّات وسلاسل الزمن	7.5
98	المرسّات المضللة	8.5
101	التنريجات اللوغاريتمية	9.5
103	ملحق: اللوغاريتمات	A5
105	أسئلة الاختيار من متعدد من 20 إلى 24	M5
107	تمرين: إيجاد المرسّات	E5

## 6 الاحتمالات

109	الاحتمال	1.6
110	خواص الاحتمال	2.6
111	التوزيعات الاحتمالية والمتغيرات العشوائية	3.6
112	التوزيع الحدائسي	4.6
115	المتوسط والتفاوت	5.6
117	خواص المتوسط والتفاوت	6.6
120	توزيع بواسون (poisson)	7.6
121	ملحق: التبادل والتوافق	A6
122	ملحق: القيمة المتوقعة لمجموع مربعات	B6
124	أسئلة الاختيار من متعدد من 25 إلى 31	M6
126	تمرين: الاحتمال وجدول الحياة	E6



129	7 التوزيع الطبيعي
129	1.7 احتمال المتغيرات المستمرة
133	2.7 التوزيع الطبيعي
136	3.7 خواص التوزيع الطبيعي
140	4.7 المتغيرات التي تتبع التوزيع الطبيعي
142	5.7 الاختطاط الطبيعي
144	A7 ملحق: توزيع كاي - مربع، توزيع ستودنت t توزيع فيشر F
148	M7 أسئلة الاختيار من متعدد من 32 إلى 37
150	E7 تمرين: الاختطاط الطبيعي
151	8 نظرية التقدير
151	1.8 التوزيعات الاعتيادية
153	2.8 الخطأ المعياري لمتوسط العينة
156	3.8 مجالات الثقة
159	4.8 الخطأ المعياري للنسبة
160	5.8 الفرق بين متوسطين
161	6.8 مقارنة نسبتي
165	7.8 الخطأ المعياري للانحراف المعياري للعينة
165	M8 أسئلة الاختيار من متعدد من 38 إلى 42
167	E8 تمرين: متوسطات عينات كبيرة
169	9 اختبارات الاعتداد
169	1.9 اختبار الفرضيات
170	2.9 مثال: اختبار الإشارة
172	3.9 مبادئ اختبارات الاعتداد



173	مستويات الاعتداد وأنواع الأخطاء	4.9
174	اختبارات الاعتداد من طرف واحد ومن طرفين	5.9
176	الاعتداد واقعاً وأهمية	6.9
177	مقارنة متوسطات عينات كبيرة	7.9
179	مقارنة نسبتي	8.9
182	قوة الاختبار	9.9
184	اختبارات الاعتداد المتعددة	10.9
188	أسئلة الاختيار من متعدد من 44 إلى 49	M9
190	تمرين: مرض كرون (Crohn) والكورن فليكس (Cornflakes)	E9
195	10 مقارنة المتوسطات لعينات صغيرة	
195	توزيع t	1.10
199	طريقة t في حالة عينة واحدة	2.10
203	متوسطا عينتين مستقلتين	3.10
207	استخدام التحويلات	4.10
211	الحيدود عن الافتراضات في طرائق ستيودنت	5.10
212	ماذا نعني بالعينة الكبيرة	6.10
213	العينات المتسلسلة	7.10
216	مقارنة تباينين باستخدام توزيع F	8.10
218	مقارنة عدة متوسطات باستخدام تحليل التباين	9.10
222	افتراضات في تحليل التباين	10.10
224	مقارنة المتوسطات بعد تحليل التباين	11.10
225	ملحق: نسبة للتوسط إلى الخطأ المعياري	A10
226	أسئلة الاختيار من متعدد من 50 إلى 56	M10
229	تمرين: طريقة للزوجة في توزيع ستيودنت	E10



231	11 الانكفاء والارتباط
231	1.11 المبيان التبعثري
233	2.11 الانكفاء
234	3.11 طريقة المربعات الصغرى
238	4.11 الانكفاء لتحول $X$ على متحول $Y$
239	5.11 الخطأ المعياري لمعامل الانكفاء
241	6.11 استخدام مستقيم الانكفاء للتنبؤ
245	7.11 تحليل المتبقيات
246	8.11 الحدودات عن الافتراضات في الانكفاء
247	9.11 الارتباط
251	10.11 اختبار الاعتماد لمعامل الارتباط
253	11.11 استعمالات معامل الارتباط
254	12.11 استخدام المشاهدات المتكررة
255	A11 ملحق: للمربعات الصغرى
257	B11 ملحق: التفاوت حول مستقيم الانكفاء
257	C11 ملحق: الخطأ المعياري لـ $b$
258	M11 أسئلة الاختيار من متعدد من 57 إلى 61
261	E11 تمرين: مقارنة مستقيمي انكفاء خطي
263	12 الطرائق المعتمدة على الرتب
263	1.12 الطرائق اللاوسطية
264	2.12 اختبار مان - ويتني $U$
272	3.12 اختبار ويلكوكسن للأزواج المتقارنة
276	4.12 معامل ارتباط سبيرمان الرتبسي $\rho$
279	5.12 معامل ارتباط كندل الرتبسي $\tau$



284	6.12	تصحیحات الاستمرار
285	7.12	الطرق الوسيطة والطرق اللاوسيطية
286	M12	أسئلة الاختيار من متعدد من 62 إلى 66
288	E12	تمرین: تطبيق لطرائق الترتيب
289	13	تحليل جداول التقاطعات
289	1.13	اختبار كاي - مربع للعلاقات
293	2.13	اختبارات الجداول $2 \times 2$
295	3.13	اختبار كاي - مربع للعينات الصغيرة
297	4.13	اختبار فيشر الدقيق
300	5.13	تصحیح الاستمرار لياتس من أجل الجدول $2 \times 2$
301	6.13	مصادقية طرائق فيشر وياتس
302	7.13	معدل الأرجحية
307	8.13	اختبار كاي - مربع للاتجاه العام
311	9.13	اختبار ماكسيمار للعينات المتقابلة
314	10.13	جودة اختبار كاي - مربع للملاءمة
316	A13	ملحق: لماذا يعمل اختبار كاي - مربع؟
318	B13	ملحق: صيغة اختبار فيشر الدقيق
320	C13	ملحق: الخطأ المعياري للوغاريتم معدل الأرجحية
321	M13	أسئلة الاختيار من متعدد من 67 إلى 74
325	E13	تمرین: القبولات في المشفى عند موجة حر شديدة
327	14	اختيار الطريقة الإحصائية
327	1.14	تعليم طريقة موجهة ومشكلة موجهة
328	2.14	أنواع للمعطيات
329	3.14	مقارنة مجموعتين



331	عينة واحدة وعينات الأزواج	4.14
333	العلاقة بين متغيرين	5.14
335	أسئلة الاختيار من متعدد من 75 إلى 80	M14
337	تمرين: اختيار طريقة إحصائية	E14
343	15 القياسات السريرية	
343	1.15 إجراء القياسات	
345	2.15 قابلية الإعادة وخطأ القياس	
349	3.15 مقارنة طريقتين في القياس	
352	4.15 الحساسية والنوعية	
357	5.15 المدى الطبيعي أو المجال المرجعي	
361	6.15 معطيات البقيا	
369	7.15 التشخيص بمساعدة الحاسوب	
371	M15 أسئلة الاختيار من متعدد من 81 إلى 86	
373	E15 تمرين: المجال المرجعي	
375	16 إحصاء الوفيات والبنية السكانية	
375	1.16 معدل الوفيات	
378	2.16 حساب العمر القياسي باستخدام الطريقة المباشرة	
379	3.16 حساب العمر القياسي باستخدام الطريقة غير المباشرة	
383	4.16 جداول الحياة الإحصائية السكانية	
387	5.16 الإحصائيات الحيوية	
388	6.16 هرم المجتمع الإحصائي	
391	M16 أسئلة الاختيار من متعدد من 87 إلى 92	
393	E16 تمرين: الوفيات من إساءة استخدام المركبات الطائرة	



395	17 طرق متعددة العوامل
395	1.17 الانكفاء الخطي المتعدد
398	2.17 اختبارات الاعتداد في الانكفاء المتعدد
402	3.17 التفاعل في الانكفاء الخطي المتعدد
404	4.17 الانكفاء الحدودي (الانكفاء بكثيرات الحدود)
406	5.17 فرضيات في الانكفاء المتعدد
407	6.17 المتغيرات المنبئة الكيفية
409	7.17 تحليل التفاوت متعدد التصنيف
410	8.17 الانكفاء اللوجستي
415	9.17 استعمال انكفاء كوكس في بيانات البقاء
417	10.17 الانكفاء للمرحلي (على مراحل)
418	11.17 تحليل ميتا: البيانات القادمة من دراسات متعددة
423	M17 أسئلة الاختيار من متعدد من 93 إلى 97
426	E17 تمرين: تحليل الانكفاء المتعدد
429	18 تحديد حجم العينة
429	1.18 تقدير متوسط المجتمع الإحصائي
430	2.18 تقدير نسبة المجتمع الإحصائي
431	3.18 حجم العينة المطلوبة لاختبار الاعتداد
434	4.18 مقارنة متوسطين
437	5.18 مقارنة نسبتين
439	6.18 كشف معامل الارتباط
441	7.18 دقة تقدير العينة
442	M18 أسئلة الاختيار من متعدد من 98 إلى 100



443	E18	تمرين: تقدير حجم العينة
445	19	حلول التمارين
489		المراجع



---

## المصطلحات

---

تبيت فيما يلي بعض المصطلحات الواردة في هذا الكتاب مع شروحها ليسهل على القارئ التعامل معها.

المصطلح بالإنكليزية	المصطلح بالعربية
Bimomial	حدائسي: نسبة إلى المثني "حدان"
Case	الحالة قيد الدراسة (المريض)
Cohort	(أثرابية) مجموعة من الأشخاص الذين يشتركون في تجربة حياتية واحدة خلال فترة معينة، وأكثر ما تطلق على مجموعة ذات عمر واحد
Cross-tabulation	جدولة التقاطعات: تصنيف لتقاطعات عدة مجموعات ذات صفات مختلفة، بحيث تجمع كل حجرة من الجدول عدد الحالات المشتركة بين صفتين منها.
Dichotomous	إثنائسي: نسبة إلى المثني "إثنان" يطلق مصطلح "إثنائسي" على المتغير الذي يصف أحد وضعين فقط مريض أو غير مريض
Dummy	أعرس: يطلق على الدليل الذي يأخذ قيمة ثابتة عندما تتغير الأدلة الأخرى. فالدليل $i$ في متتالية الرموز: $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, \dots, a_{ij}$ يدعى دليلاً أعرساً
Graph	مرسّم
Log (odds)	لوغاريتم الأرباحية
Mean	المتوسط الحسابي



Median	الناصف، الوسط
Mode	الدارج، المنوال
Odds	الأرجحية وهي النسبة p/q حيث p احتمال النجاح و q احتمال الفشل في تجربة احتمالية
One-way analysis	التحليل وحيد التصنيف
Outcome	النتائج
Parameter	الوسيط: هو كل ثابت الذي يصف المجتمع
Placebo	الفعل: أي ما يعطى للمريض من مواد غير دوائية وإيهامه بأنه يتناول دواءً
Predictor	المتغير المتنبئ، أي المتغير المستقل x
Quantile	الكُميم: تصغر كم. وهي القيمة التي يقع حولها نسبة معينة من المعطيات المرتبة تصاعدياً
Relative risk	الخطورة النسبية $\frac{\text{معدل الإصابة بمرض ما بين المعرضين له}}{\text{معدل الإصابة به بين غير المعرضين له}} = \text{الخطورة النسبية لمرض معين}$
Statistic	الإحصائية: هي القيمة العددية التي تصف عينة ما مثل متوسط العينة $\bar{x}$ ، الانحراف المعياري لها s
Subject	المُختبر: الشخص الذي يجري عليه الاختبار
Two-way analysis	التحليل ثنائي التصنيف



#### Statistics and medicine

#### 1.1 الإحصاء والطب

إن عبارة "الإحصاء" تعني لغوياً كمّاً من المعطيات العددية. أما الإحصاء كمصطلح أكاديمي فيعني علم تجميع المعطيات العددية وتفسيرها. وفي الطب السريري خاصة، تستخدم الطرائق الإحصائية لتحديد دقة القياسات ومقارنة نتائج الطرائق المختلفة، وتقوم الاختبارات التشخيصية، وتحديد قيم الثوابت الحيوية النظامية، ومناظرة المرضى. وفي إدارة الخدمات الطبية ينصبّ الاهتمام على أشياء مثل استعمال الأسرة، ومعدل الوفيات حوالي الولادة. كما يستخدم الإحصاء في الأبحاث عامة، والطبية منها خاصة. ويولي هذا الكتاب اهتمامه في المجال التطبيقي بشكل رئيسي. ولا يعني أن الكتاب مخصص للباحث فقط، فالعاملون في حقل الطب السريري مولعون بالأبحاث، ولكن كثيراً من الأطباء لا يحاولون ذلك. وما يفعله جميع الأطباء تقريباً، هو الاستفادة من نتائج الأبحاث الطبية، عندما يصفون دواءً جديداً لمريض أو يقدمون نصيحة ما له كالإقلاع عن التدخين مثلاً. وكيفية تمكن الأطباء أن يمثلوا نتائج هذا الكم الهائل من الأبحاث التي تصب في المجالات الطبية، عليهم أن يتعلموا شيئاً عن الطرائق التي تصمم وفقها هذه الدراسات وكيف تجمع المعطيات وتحلل وتفسر وهو ما يرمي إليه هذا الكتاب.

في العقود الثلاثة الأخيرة أصبحت الأبحاث الطبية تتعامل بجدية مع طرائق الاستدلال الإحصائي، فقد أضحت الأعمال المنشورة في المجالات الطبية مفعمة بالمصطلحات ونتائج



الحسابات الإحصائية. هذا القبول للإحصاء رغم أنه يشيع فضول الإحصائيين من الأطباء السريريين، يمكن أن يذهب أبعد من ذلك. وقد ذكرت للزملاء أكثر من مرة، ليس المهم أن أبرهن أن هذا الفرق موجود، إذ أن أي واحد يمكن أن يراه، ولكن ما أريد أن أقول، ليس باستطاعة الزميل أن ينشر بحثه دون أن يشفعه بقيمة P السحرية.

ويمكنني القول إن الإحصاء لم يصبح حتى الآن مألوفاً في المهن الطبية. لقد استخدمت الطرائق الإحصائية لأول مرة في الأبحاث الطبية في القرن التاسع عشر من قبل باحثين مثل (John Snow و William Farr و Alexander Louis و Pierr - Charles). فدراسات Snow لأشكال انتقال مرض "الكوليرا" مثلاً اعتمدت طرائق علم الأوبئة التي ما تزال تقدم بعض الإسهامات في هذا المجال. وبالرغم من أعمال هؤلاء الرواد، لم تستخدم الطرائق الإحصائية على نطاق واسع في الطب السريري حتى منتصف القرن العشرين، حيث أخذت طرائق التحليل الإحصائية والتجريبية العشوائية المبنية على نظرية الاعتيان التي طورها (Fisher) وآخرون، تستخدم في الأبحاث الطبية وخاصة من قبل (Hill). وقد أفرزت الأبحاث الطبية عديداً من المسائل الجديدة في تصميم التجارب وفي تحليلها على السواء. وقد أجريت كثير من الأبحاث منذ تصدى الإحصائيون السريريون والوبائيون لحل هذه المسائل.

ومع أنه قد حصل تقدم ملموس في هذه الحقول كما في تصميم التجارب السريرية، فثمة أمور كثيرة يجب عملها لتطوير طرائق البحث في الدراسات الطبية. وهذا ما يحدث فعلاً، ففي مشاريع الأبحاث توجد دائماً أشياء لم يسبق عملها من قبل وفي هذه الحالات نرتكب أخطاء. فليس ثمة بحث يمكن أن يكون كاملاً، إذ يوجد على الدوام شيء ما يجب أن يعاد النظر فيه. وبالإضافة لذلك فإننا غالباً ما نتعلم من أخطاء الدراسة أشياء عن طرائق البحث، ولهذا السبب فقد عرضنا في هذا الكتاب أعمالاً لباحثين نوضح فيها المسائل التي قادتهم تصميماتهم ودراساتهم إليها. لا أرغب أن ألمح أن هؤلاء الناس عرضة للخطأ أكثر من الآخرين، أو أقول أن أعمالهم ليست بذات قيمة ولا تؤخذ مأخذ الجد، وإنما أريد أن أتعلم من معاناتهم في التعامل مع الأمور الصعبة، محاولاً نشر معرفتنا ليتسنى للباحثين والمستثمرين للأبحاث أن يتجنبوا هذه الهنات الخاصة في المستقبل.



## Statistics and mathematics

## 2.1 الإحصاء والرياضيات

لعل الكثير لا يُقبل على دراسة الإحصاء، خشية أن يفرقوا في خضم الرياضيات. فمعظم العاملين في الإحصاء هم في الحقيقة من الرياضيين، ولكن ليسوا جميعاً كذلك فهناك العديد منهم لديهم القدرة على تطبيق الإحصاء في الحقول التي يعملون فيها. ربما كان من غير المفيد كثيراً دراسة الجانب النظري في الإحصاء دون الاهتمام بتطبيقاته. وحسب تعبير (Huff 1954) يمكن أن يدرس الإحصاء دون استخدام أية رياضيات تذكر.

إن العلاقات الإحصائية المذكورة في هذا الكتاب يمكن أن تفهم وتطبق بالاستعانة بالجبر البسيط فقط. وبعد الجبر وحده أساسياً لتفسير معظم المفاهيم الهامة الواردة في النصوص الرئيسية فيه. وهذا يعني أن النتائج النظرية المختلفة المستخدمة قد سبقت دون دراسة الأسس الرياضية لها، وإنما فعلنا هذا عندما لا يساعد استخراج هذه النتائج كثيراً في فهم التطبيقات، إذ أن إيراد التعليقات ليست بذات أهمية لكثير من القراء. أما من لا يثق بهذه النتائج فيمكنه أن يعود إلى الملاحق التي أثبتت فيها بعض البراهين الرياضية البسيطة. وقد صممت هذه الملاحق لمساعدة الذين يرغبون في الاستزادة من المادة الرياضية، ويمكن لأولئك الذين لا يجدون في الرياضيات إلا عاملاً للتشويش أن يتخطوها.

## Statistics and computing

## 3.1 الإحصاء والحوسبة

يحتاج الإحصاء العملي لكثير من الحسابات. فعندما طُورت طرائق الإحصاء الاستدلالي في بداية النصف الثاني من القرن العشرين كانت الحسابات تجري بالوسائل البدائية القلم والورقة، والجداول وفي أفضل الظروف، تستخدم الآلات الحاسبة الآلية. وقد كانت الكتب القديمة في الإحصاء تستهلك صفحات كثيرة في تفاصيل الحسابات. إن تطور الحواسيب الرقمية قد أحدث تغييرات هامة في الإحصاء، كما في كثير من الحقول الأخرى. ومن الممكن الآن إجراء الحسابات بسرعة وسهولة ودقة بآلات مختلفة تبدأ بحاسبات الجيب التي تعطينا التوابع الإحصائية (الإحصائيات) حتى الحواسيب ذات الطاقات العالية التي تحل المعطيات لآلاف من الموضوعات. لذا لا حاجة بنا أن نفصل كثيراً في آليات الحسابات، وإنما



نقص اهتمامنا على معرفة لماذا تجرى هذه الحسابات، وماذا تعني نتائجها حقيقة. وليس المحذور في عصر الحاسوب، أن تنجز الحسابات للمعدة بصورة خاطئة، وإنما أن تطبق الطرائق الإحصائية المعدة دون معرفة ماذا تعني مخرجات الحاسوب. لقد قابلت أكثر من مرة باحثاً يحمل رزمة من الأوراق الحاسوبية بشحن بوصيتين وهو يتسائل ماذا يعني كل هذا، وللأسف، يكون الجواب غالباً "شجرة أخرى ذهبت دون فائدة".

ومما لا شك فيه أن الحواسيب مفيدة جداً في الإحصاء، فالحسابات التي كانت تستغرق أياماً في ما مضى، يمكن أن تجرى اليوم بدقائق معدودة. وقد أجريت الحسابات في هذا الكتاب بالاستعانة بالحاسوب، كما أعدت المرسّمت بالاستعانة به أيضاً. إن الانتشار الواسع للحواسيب، يعني مزيداً من الحسابات ستجرى وتنتشر أكثر من ذي قبل، كما أن فرص تطبيق طرائق إحصائية غير ملائمة ستزداد أيضاً، وسوء استخدام الحاسوب يعود جزئياً لأن الناس ينظرون إلى تحليل معطياتهم كمسائل حاسوبية وليس كمسائل إحصائية، ويلتسمون النصائح من خبراء الحاسوب أكثر من الإحصائيين، وهم يتلقون غالباً نصائح معينة حول طريقة العمل، ولكنهم يتلقون نصائح أقل حول ماذا يفعلون ولماذا يفعلون وكيف يفسرون النتائج بعد ذلك. وأهم من هذا كله أن يعرف الأطباء والمستثمرون للأبحاث شيئاً ما عن استخدام التقنيات الإحصائية، وحوادث هذا الاستخدام.

## 4.1 أفق هذا الكتاب

### The scope of this book

يُعد هذا الكتاب مدخلاً لدراسة بعض الأفكار الإحصائية الهامة في الطب، ورغم أنه لا يقدم للباحث جميع ما يحتاج إليه للقيام ببحث طبي. ولكنه عندما يستوعب الأفكار العامة التي نوقشت فيه، يصبح من السهل عليه تعلم تقنيات التحليل الإحصائي التي يتطلبها البحث. ثمة أعمال ممتازة عديدة تعالج حلولاً لمسائل في تحليل المعطيات لـ (Berry and Armitage، 1987، Snedecor، 1980، Cochran، 1991، Altman) كما توجد كتب متخصصة أخرى يمكن الرجوع إليها حيثما تطلب الأمر ذلك.

وكل ما أمله أن يقدم هذا الكتاب أفكاراً إحصائية مفهومة تستخدم في الطب لتمكّن الطبيب من قراءة الأدبيات الطبية بكفاءة وعمق نقدية، كما يوفر لطلاب المرحلة الجامعية



الأولى في الطب فصلاً دراسياً وافياً في الإحصاء. وهذا الكتاب مثله مثل معظم الكتب المدرسية، يحوي في نهاية كل فصل من فصوله مجموعة من التمارين تُهدف إلى تقويم فهم الطلاب للمادة العلمية التي يتضمونها.

وبعض هذه التمارين من نموذج الأسئلة ذات الاختيار من متعدد لرفع السأم والضجر عن الدارس، كما يوجد تمرين طويل لكل فصل، يحتاج لعمليات حسابية. وحشما اقتضى الحساب مزيداً من الجهود، قدمت النتائج جاهزة، مما يسرُّ على الطالب حل هذه التمارين بسرعة، ولذا أنصح أنه يحاول حلها. وقد أعطيت الحلول في نهاية الكتاب، وكان الحل كاملاً فيما يخص التمارين الطويلة، أما الأسئلة ذات الاختيار من متعدد فقد دُوِّلت، بالإضافة إلى أحوبتها، ملاحظات موجزة ترجعها إلى الفقرات الشارحة لها في الكتاب. ومن يرغب بمزيد من المسائل يُنصح بالعودة إلى (1979 Osborn).

وأخيراً فإن السؤال الذي يطرحه الكثير من طلاب الطب الذين يعانون من الإحصاء هو: هل يستحق الإحصاء كل هذا الجهد؟ ولعلنا نجد الجواب عند (Altman 1982) الذي يقول إن العمل الإحصائي الرديء يقود إلى بحث رديء، والبحث الرديء هو عمل لا أخلاقي. ليس لأنه يعطي نتائج مضللة، يترتب عليها أن نتخلى عن المداواة الجيدة ونتبنى مداواة رديئة، ولكنه يعني أن المرضى يمكن أن يتعرضوا لمعالجات جديدة مؤذية بدون أي مسوغ. فخلال عشر سنوات، كثير من الأفكار عن أسباب الأمراض والوقاية منها قد أهملت، وكثير من المعالجات قد استعُض عنها بمعالجات جديدة، وظهرت نظريات حديثة مدعومة ببحوث ومعطيات من النوع الموجود في هذا الكتاب. ومن المحتمل تقدم كثير من المسائل أثناء الشروح، وعلى الطبيب أن يقرر ماذا سيصف للمريض أو بماذا ينصح معتمداً على هذه الدراسات. وهكذا فإن معرفة الإحصاء الطبسي هو واحد من الأشياء المفيدة جداً المطلوبة من أي طبيب أثناء تدريبه.







## Comparing Treatment

## 1.2 مقارنة المعالجات

يوجد نموذجان رئيسان في دراسة الأبحاث الطبية، النموذج الرقابي (Observational) والنموذج التجريبي (Experimental). ففي الدراسات الرقابية نراقب مظاهر وضع قائم كما في حالة المسح الإحصائي أو في دراسة الحالات السريرية، ثم نحاول أن نفسر المعطيات لتقدم تعليل لكيفية تشكل الوضع المراقب. أما في الدراسات التجريبية، فنقوم بعمل ما، كإعطاء دواء مثلاً ثم نراقب نتيجة هذا العمل. يهتم هذا الفصل بالطريقة التي يستخدم فيها التفكير الإحصائي في تصميم التجارب وخاصة تجارب المقارنة حيث نرغب بدراسة الفروق بين التأثيرات الناشئة عن معالجتين أو أكثر. ويمكن أن تُجرى هذه التجارب في المختبر على الحيوانات، أو على المرضى المتطوعين في المشافي أو في المجتمع، أو في تجارب المداخلات الوقائية على الناس الأصحاء بعامة. نسمي تجارب المعالجات المطبقة على الإنسان تجارب سريرية. ولا تختلف القواعد العامة في تصميم التجارب بالرغم من وجود بعض الاحتياطات التي يجب أن تؤخذ في الحسبان عندما تطبق التجارب على عينات بشرية. وبما أن هذه التجارب أكثر من هم الأطباء السريريين لذلك سنتناول المناقشات هؤلاء الأطباء بخاصة. نفرض الآن أننا نريد أن نعرف فيما إذا كانت المعالجة الجديدة أشد تأثيراً من المعالجة المعتمدة حالياً يمكننا أن نحقق ذلك بعدد من الطرق.



الجدول 2.2: تحليل الفرق في البقاء لأزواج المرضى المصابين بسكتة (Christie, 1979)

معرض في 1978	معرض في 1978	معرض في 1978
34 (٦38%)	9 (٦13%)	الأزواج في عام 1978 أفضل منها في 1974
38 (٦43%)	18 (٦62%)	الأزواج لها النتائج نفسها
17 (٦19%)	2 (٦7%)	الأزواج في عام 1978 أسوأ منها في 1974

٢ - يمكننا مقارنة نتائج المعالجة الجديدة على المرضى الجدد مع النتائج المسجلة مسبقاً باستخدام المعالجة القديمة. ولكن هذا نادراً ما يكون مقنعاً، لأنه يمكن أن توجد فروق كبيرة بين المرضى الذين يتلقون المعالجة القديمة والمرضى الذين يتلقون المعالجة الجديدة. وعبور الزمن يمكن للمجتمع الذي جاءت منه المرضى أن يصبح صحياً، كما يمكن أن تحسن الخدمات الطبية فيه. حتى أن طبيعة المريض نفسه يمكن أن تتغير. هذه العوامل يمكن أن تؤدي إلى تغير في استجابات المرضى الظاهرية للمعالجة. فقد بين (Christie) (1979) ذلك بدراسة البقاء (Survival) للمرضى الذين أصيبوا بسرطان في عام 1978 بعد إدخال مفراس الرأس (C-T Scanner) مقارنة مع أولئك الذين عولجوا عام 1974. أخذ كريستى (Christie) سجلات مجموعة من المرضى عولجوا عام 1978، وأخذت لهم تفرسة C-T Scan حينها، وقارن كلاً منهم مع مريض عولج عام 1974 له العمر نفسه والتشخيص ومستوى الوعي عند القبول. وكما بين العمود الأول من الجدول (1.2) فإن مرضى 1978 قد أظهروا بوضوح بقاء أفضل من أمثالهم عام 1974. فالمرضى المفرس عام 1978 أظهر تحسناً أكبر من مثيله غير المفرس عام 1974 في 31% من الأزواج، بينما تحسن مرضى 1974 غير المفرسين أكثر من المرضى الذين تفرسوا 1978 بنسبة 7% فقط من الأزواج. من جهة ثانية فقد قارن أيضاً بين البقاء في المرضى الذين لم تؤخذ لهم تفرسة C-T عام 1978 وبين المرضى عام 1974، فقد أظهر هؤلاء المرضى تحسناً ملحوظاً في البقاء خلال الفترة من 1974 حتى 1978، كما يشر الجدول (1.2). وقد أظهر مرضى 1978 تحسناً في 38% من الأزواج، بينما أظهر مرضى 1974 تحسناً في 19% فقط من الأزواج. وهذا يدل على وجود تحسن عام في النتائج خلال فترة زمنية قصيرة. وإذا لم يكن لدينا معطيات تتعلق بالمرضى غير المفرسين عام 1978 لأغرانا ذلك أن نفس هذه المعطيات كدليل على فعالية مفراس C-T. إن مثل هذه المجموعة الشاهدة



التاريخية نادراً ما تتفق، وترجع فيها عادة المعالجة الجديدة. ونحتاج لمقارنة المعالجة القديمة والجديدة بشكل متزامن.

ب - يمكننا أن نطلب من أشخاص أن يتطوعوا للمعالجة الجديدة، وتعطى المعالجة المعتمدة لأولئك الذين يرفضون التطوع. والصعوبة تكمن هنا أنه من المحتمل أن يختلف المتطوعون عن غير المتطوعين من أوجه متعددة بصرف النظر عن المعالجة التي تعطى لهم. وسنقدم مثالاً على تأثير انحياز المتطوع في الفقرة (4.2).

الجدول 2.2 : نتائج دراسات لقاح BCG في نيويورك (Hill 1962)

مدة التجربة	عدد الأطفال	عدد الوفيات بسبب TB	معدل الوفاة	متوسط عدد الزيارات إلى العيادة خلال السنة الأولى من المتابعة	سبة الوفياتين الذين يبدون تعاوناً جيداً كما يرى الزائرون الصحيون
تم الاختيار في الفترة 1927 - 32 من قبل الأطباء					
مجموعة BCG	445	3	0.67%	3.6	43%
المجموعة الشاهدة	545	18	3.30%	1.7	24%
تم الاختيار البديل في الفترة 1933 - 44 مركزياً					
مجموعة BCG	566	8	1.41%	2.8	40%
المجموعة الشاهدة	528	8	1.52%	2.4	34%

ج - يمكننا فرز المرضى بين المعالجة الجديدة والمعالجة المعتمدة، ثم نراقب النتائج. إن الطريقة التي نفرز بها المرضى وفقاً لنوعية المعالجة يمكن أن تؤثر على النتائج بشكل كبير، كما في المثال التالي: بين (Hill 1962) أنه بين عامي 1927 و1944 أجريت سلسلة من التجارب على لقاح BCG في نيويورك (Levine و Sackett 1946). فقد فرزت مجموعة من الأطفال تنتمي لأسر توجد فيها إصابات سلبية، إلى فئتين حصنت أحدهما باللقاح BCG بينما لم تحصن الأخرى. فبين عامي 1927 و1932 لقح الأطباء نصف الأطفال، وترك اختيار هذه الفئة للأطباء فإظهرت النتائج تحسناً واضحاً في البقية لأولئك الذين لقحوا بـ BCG كما بين الجدول (2.2). غير أنه لوحظ أن ثمة ميلاً واضحاً بين الأطباء لتلقيح الأطفال الذين أظهر أهلهم تعاوناً أكبر، وترك الأطفال الذين كان أهلهم أقل تعاوناً كمجموعة شاهدة. وبدءاً من عام 1933 أصبح اختيار مجموعتي المعالجة والشاهدة مركزياً، فكان الأطفال يفرزون للمجموعة الملقحة والشاهدة بالتناوب. وقد



ألفت هذه الطريقة في الاختيار الفروق العائدة لتعاون الأهل، وكذلك الفرق في معدل الوفيات. ويلاحظ أن هذه المجموعة الخاصة من الأطفال تنتمي لأسر توجد فيها إصابات سلية. وفي التجارب الأكثر شهرة حيث يستخدم أطفال من المجتمع العام تبين أن للقاح BCG تأثيراً كبيراً في تقليص عدد وفيات مرضى السل (Hart و Sutherland 1977).

إن اختلاف طرائق فرز الأطفال للمعالجة يمكن أن يؤدي إلى نتائج مختلفة وذلك لأن طريقة الفرز يمكن أن لا تنتج مجموعات متقارنة من الأشخاص المختبرين أي مجموعات متماثلة من كل الوجوه عدا المعالجة الدوائية. فنحن نحتاج إلى طريقة لتوزيع المختبرين إلى معالجات وشاهد بحيث لا تؤثر الميزات الشخصية للمختبر على فرصة اختياره لمجموعة دون أخرى، ويمكن تحقيق ذلك بالفرز العشوائي.

## Random allocation

## 2.2 الفرز العشوائي

كيف نفرز من له الأفضلية أن يتلقى لقاحاً بين اثنين بطريقة يكون لكل منهما فرص متكافئة في الاختيار، يمكننا أن نستخدم طريقة بسيطة ومقبولة على نطاق واسع وهي إلقاء قطعة من النقود. نستخدم هذه الطريقة لتسمية الفريق الذي يبدأ باللعب في مباراة مثلاً. الجميع يقررون بنسراة هذه الطريقة. فإذا أردنا أن نقرر من سيتلقى اللقاح من بين اثنين من المختبرين، نلقي قطعة من النقود فإذا ظهرت الكتابة يتلقى الثاني اللقاح. فإذا كررنا هذا من أجل كل زوج من المختبرين تشكلت لدينا مجموعتان، لا علاقة لميزات عناصر أي من هاتين المجموعتين في طريقة اختيارها. وترجع الفروق بين هاتين المجموعتين بحد المصادفة. وسنرى في الفصلين الثامن والتاسع أن الطرائق الإحصائية يمكننا من قياس التأثيرات المحتملة للمصادفة. فإذا تجاوز حجم الفرق بين المجموعتين المقارنتين حجم التأثيرات هذه، أمكن عندها أن ننسب هذا الفرق للمعالجة وليس للمصادفة، لعدم وجود أية فروق أخرى بين المجموعتين. هذه الطريقة في الفرز تسمى الفرز العشوائي أو الاختيار العشوائي Randomization.



الجدول 3.2 : 1 000 رقم عشوائي

شطر	المزود									
	1-4	5-8	9-12	13-16	17-20	21-24	25-28	29-32	33-36	37-40
1	36 45	88 31	28 73	59 43	48 32	00 32	87 15	32 49	54 55	78 17
2	90 51	40 66	18 46	95 54	65 89	18 80	95 33	15 88	78 11	58 48
3	98 41	90 22	48 37	80 31	91 39	33 80	40 82	38 26	20 39	71 82
4	55 25	71 27	14 68	64 04	99 24	82 30	73 43	92 68	18 99	47 54
5	02 99	10 75	77 21	88 55	79 87	70 32	59 87	75 35	18 34	62 53
6	79 85	55 56	63 84	06 63	04 00	18 34	53 94	68 01	55 05	90 99
7	33 53	95 28	06 81	34 95	13 93	37 16	95 06	15 91	89 99	37 18
8	74 75	13 13	22 16	37 76	15 87	42 38	96 23	90 24	58 26	71 46
9	06 66	30 43	00 60	32 60	36 60	46 05	17 31	66 80	91 01	62 35
10	92 83	31 60	87 30	76 83	17 85	31 48	13 23	17 32	68 14	84 06
11	61 21	31 49	77 70	72 11	35 23	69 47	14 27	14 74	14 74	62 35
12	27 82	01 01	74 41	38 77	53 68	53 26	55 16	35 66	31 87	82 09
13	61 05	50 10	94 85	86 32	10 72	95 67	88 21	72 09	48 73	03 97
14	11 87	85 67	94 91	49 48	35 49	39 41	80 17	54 45	23 66	02 00
15	15 16	08 90	94 80	13 32	26 01	20 02	72 45	94 74	97 19	99 46
16	22 09	29 66	15 44	76 74	94 92	48 13	75 85	81 28	95 41	38 30
17	69 13	53 55	35 87	43 23	83 32	79 40	92 20	81 70	82 61	24 20
18	08 29	79 37	00 33	35 34	86 55	10 91	18 86	43 50	67 79	33 58
19	37 29	99 85	55 63	32 66	71 98	85 20	31 93	63 91	77 21	99 62
20	65 11	14 04	88 88	28 92	04 03	42 99	87 08	20 55	30 53	82 24
21	64 22	81 58	30 80	21 10	15 53	26 90	33 77	51 19	17 49	27 14
22	37 21	77 13	69 31	20 22	67 13	46 29	75 32	69 79	39 23	32 43
23	51 43	09 72	88 88	05 77	14 62	89 07	37 89	25 30	92 09	06 92
24	31 59	37 83	92 55	15 31	21 24	03 93	35 97	84 61	88 88	45 51
25	79 05	43 69	52 83	00 77	44 82	91 65	11 71	25 37	89 13	63 87

لقد استخدمت على مر العصور طرائق متعددة للاختيار العشوائي مثل قذف قطعة من النقود أو رمي حجر النرد، أو سحب ورقة من ورق اللعب أو استخدام دواليب الحظ. إن نظرية الاحتمال التي سنستخدمها لاحقاً لمقارنة المجموعات المختارة عشوائياً، كانت تتطور في البداية لمساعدة المقامرين. في الاختيارات العشوائية الكبيرة تستخدم عادة طرائق مختلفة مثل جداول الأعداد العشوائية. ويقدم لنا الجدول (3.2) مثلاً على ذلك. يتكون هذا الجدول من 1000 رقم عشوائي، ندعو هذه الأرقام بتعبير أدق جداول الأعداد شبه العشوائية، إذ أنها مولدة بطريقة رياضية، ونجدها في جداول (Kendall و Babington Smith 1971) أو يمكن تشكيلها بالحاسوب أو ببعض الآلات الخاصة. يمكننا استخدام جداول الأعداد العشوائية بطرائق مختلفة للحصول على فرز عشوائي. لنوزع مثلاً 20 مختبراً إلى مجموعتين نرمز لهما بـ A و B. نختار نقطة بدء عشوائية في الجدول، باستخدام إحدى الطرائق الفيزيائية الموصوفة سابقاً، (لقد استخدمتُ حجر نرد عشري، أي حجر له عشرة أوجه مرقمة من 0 إلى 9،



وهذا يلائم المجموعة العددية في تجربتنا أكثر من حجر النرد المكعب التقليدي. واستخدام حجرين من هذا النوع يعطينا أعداداً عشوائية من 1 إلى 100. كانت نقطة البدء العشوائية في السطر 22 والعمود 20، وبهذا تكون الأرقام العشرون الأولى هي : 3، 4، 6، 2، 9، 7، 5، 3، 2، 6، 9، 7، 3، 9، 2، 3، 3، 2، 4. سنضع الآن الأفراد ذوي الأرقام الفردية في المجموعة A، وتلك الموافقة للأرقام الزوجية في B. فالرقم الأول 3 هو رقم فردي، وهذا يعني أن الفرد الأول سيلعب إلى المجموعة A، أما الرقم الثاني 4 فهو زوجي، وسيلعب الفرد الثاني إلى المجموعة B وهكذا. وتحصل على التوزيع المبين في الجدول (4.2). كما يمكننا أن نفرز الأفراد إلى ثلاث مجموعات، وذلك بإلحاق الأرقام 1، 2، 3 بالمجموعة A و4، 5، 6 بالمجموعة B و7، 8، 9 بالمجموعة C متجاهلين الصفر. وعلى هذا توجد إمكانات كثيرة.

الجدول 4.2 : فرز 20 مختبراً لمجموعتين

المجموعة	الرقم	المحجر	المجموعة	الرقم	المحجر
A	9	11	A	3	1
A	7	12	B	4	2
A	9	13	B	6	3
A	3	14	B	2	4
A	9	15	A	9	5
B	2	16	A	7	6
A	3	17	A	5	7
A	3	18	A	3	8
B	2	19	B	2	9
B	4	20	B	6	10

إن نظام التوزيع الموصوف أعلاه أعطانا مجموعتين غير متساويتين في عدد العناصر، 12 عنصراً في المجموعة A و8 عناصر في المجموعة B، ونرغب أحياناً أن تكون الفئات ذات حجوم متساوية. وإحدى الطرائق لفعل هذا أن نستمر في الطريقة السابقة حتى تبلغ المجموعة A أو B عشر عناصر، أما باقي العناصر فتوضع في المجموعة الأخرى. وهذا يجعل لكل فرد الفرصة دائماً لوجوده في A أو B، ولكن هذه الطريقة مساوئ، فقد ينزع الأفراد الأواخر للحصول على المعالجة دائماً، وهذا ما يقلق الباحثين أحياناً إذ يشعرون أن هذا الاختيار ليس عشوائياً تماماً، وبالتعبير الإحصائي نقول: إن التوزيعات الممكنة ليست متساوية احتمالاً. فلو استعملنا هذه الطريقة من أجل المثال السابق، فالفرد العاشر في المجموعة A



يمكن أن يصل إلى الرقم 15، وتوزل الأفراد الخمسة الأخيرة جميعاً إلى المجموعة B. يمكننا أن نؤكد أن جميع الاختيارات العشوائية تكون متساوية احتمالياً وذلك باستخدام جدول الأعداد العشوائية بطريقة مختلفة. فمثلاً يمكن أن نسحب من هذا الجدول عينة عشوائية من عشرة أفراد من أصل 20 كما هو مذكور في الفقرة (4.3) وهذه العناصر تشكل المجموعة A، أما العشرة الباقية فتشكل المجموعة B. وطريقة أخرى هي أن نضع الأفراد في مجموعات صغيرة متساوية الحجم ندعوها Blocks وفي كل واحدة منها نفرز أعداداً متساوية لكل من A و B، وهذا يعطينا أعداداً متساوية تقريباً في كلتا للمعالجيتين.

إن استخدام الأعداد العشوائية وتوليد الأعداد العشوائية نفسها هي عمليات رياضية تناسب تماماً الحواسيب التي أصبحت متاحة للباحثين. ومن السهل برمجة الحاسوب لتنفيذ الفرز العشوائي. وعندما يتيسر هذا البرنامج يمكن أن يستخدم مرة بعد مرة في التجارب اللاحقة.

الجدول 5.2 : أوضاع المرضى المقبولين في تجربة الستريتومايسين (MRC 1948)

المجموعة			
C	B		
8	8	جيد	الأوضاع العامة
20	17	حس	
24	30	رديء	
4	4	98.9 - 98	درجة الحرارة للمساكنة المطعة في الأسبوع الأول (°C)
12	13	99.9 - 99	
17	15	100.9 - 100	
19	24	101+	
0	0	10 - 0	سرعة التنفيل
2	3	20 - 10	
20	16	30 - 21	
29	36	51+	

إن التجربة التي أجريت من قبل مجلس البحث الطبي (MRC 1948) لاختبار فعالية الستريتومايسين (Streptomycin) لمعالجة السل الرئوي، اعتبرت بشكل عام على أنها التجربة الأولى للاختبار العشوائي في الطب. وكان الهدف منها دراسة مجتمع المرضى المصابين بتدرن متقدم في الرئتين وأعمارهم بين 15 و 30 سنة، وجميع هذه الحالات ثبتت جراثيمياً واعتبرت غير قابلة للمعالجات التي كانت متاحة. لقد أجريت التجربة في ثلاثة مراكز، وتم الفرز



وفق متتالية من الأعداد العشوائية سحبت من أجل كل جنس وكل مركز. وقد حوت مجموعة المعالجة بالستريبتومايسين (المجموعة S) 55 مريضاً في حين كانت المجموعة (C) مكونة من 52 حالة، وأحوال المرضى عند القبول مبيّنة في الجدول (5.2)، وكان التوزيع التكراري لدرجات الحرارة وسرعة التفل متماثلة في المجموعتين، وإذا كان لمة فرق فالمجموعة المعالجة (S) أسوأ قليلاً لكن هذا الفرق لا يتجاوز ما يمكن أن يظهر بالمصادفة. وتختلف المجموعتان بمقدار طفيف في بعض الخصائص وبخاصة عندما تكون العينة صغيرة جداً، ويمكننا أن نأخذ هذا في الحسبان أثناء التحليل (الفصل 17).

وبعد ستة أشهر بقي على قيد الحياة 93% من المجموعة (S)، بالمقارنة مع 73% من المجموعة الشاهدة وهذا يشير إلى تحسن واضح في المجموعة المعالجة بالستريبتومايسين، والجدول (6.2) يبين العلاقة بين البقاء على قيد الحياة والشروط الابتدائية. ويلاحظ أن البقاء على قيد الحياة هو أكثر احتمالاً في المرضى الذين حرارهم أخفض، ولكن الفرق في البقاء بين المجموعتين (S) و(C) تجلّى بوضوح في كل فئة من درجات الحرارة تحدث فيها وفيات.

الجدول 6.2 : البقاء خلال الأشهر الستة في تجربة الستريبتومايسين مصفوفة وفق الشروط الابتدائية (MRC 1948)

المجموعة		الحرارة المسائية العظمى	
المجموعة الشاهدة	المجموعة للمعالجة بالستريبتومايسين	للحرجات	أثناء الأسبوع الأول
4	3	حي	°F 98.9 - 98
0	0	ميت	
11	13	حي	°F 99.9 - 99
1	0	ميت	
12	15	حي	°F 100.9 - 100
5	0	ميت	
11	20	حي	°F 101 وأعلى
8	4	ميت	

### 3.2 طرائق الفرز بدون استخدام أعداد عشوائية

#### Methods of allocation without random numbers

في المرحلة الثانية لدراسة لقاح BCG في نيويورك، فرّز الأطفال على التناوب بين مجموعة المعالجة و المجموعة الشاهدة. ويتساءل الباحثون غالباً لماذا لا نستطيع استخدام هذه الطريقة



عوضاً عن طريقة الاختيار العشوائي، مادام ترتيب وصول المرضى عشوائياً، وهكذا تكون المجموعتان المشكلتان بهذه الطريقة قابلتين للمقارنة، والجواب: أولاً: بالرغم من أن ترتيب المرضى يبدو عشوائياً، فلا توجد ضمانات أن هذا يحدث فعلاً، ولا يمكننا أن نؤكد أن المجموعتين متقاربتان. ثانياً: إن هذه الطريقة عرضة للأخطاء أو حتى الخداع لصالح مريض دون آخر. فالجرب يعرف مقدماً المعالجة التي يتلقاها المريض، وهذه المعرفة يمكن أن تؤثر على قبول الشخص في التجربة، وهذا يقودنا إلى مجموعتين متميزتين. فمثلاً يمكن للمحرب أن يكون مهياً أن يقبل المريض الضعيف إذا كان هذا المريض في المجموعة الشاهدة أكثر مما إذا كان سيتعرض إلى مخاطرة المعالجة الجديدة، ويثار هذا الاعتراض أيضاً لدى استخدام الخانة الأخيرة في رقم المريض في المشفى عند الفرز.

الجدول 7.2: مُخرجات التجربة السريرية باستخدام الفرز التصنيفي مع أخطاء الفرز (Holten 1951)

المُخرجات	الأيام الزوجية		الأيام الفردية	
	الشاهدة	المعالجة	الشاهدة	المعالجة
الأجباء	39	126	10	126
الموتى	11 (22%)	39 (25%)	0 (0%)	81 (36%)
المجموع	60	164	10	206

توجد أمثلة متعددة وردت في الأدبيات الطبية عن التعاقبات في الفرز العلاجي. كتب (Holten 1951) تقريراً حول تجربة علاج مضاد للتخثر للمرضى الذين يعانون من تكون الخثرات الإكليلية، حيث كان يعالج المريض الذي يحضر بتاريخ زوجي، أما المريض الذي يحضر بتاريخ فردي فيوضع في المجموعة الشاهدة. ويفيد الكاتب أن بعض الأطباء السريريين استخدموا هذه الطريقة في الفرز رغم أنهم وجدوها صعبة التذكر. وعلاوة على ذلك فقد تحسن المرضى المعالجون أكثر من الذين كانوا في المجموعة الشاهدة كما بين ذلك الجدول (7.2). واللافت للنظر أن المجموعة الشاهدة التي حضرت في التواريخ الزوجية (التي فُرزت خطأ) أظهرت تحسناً إلى حد كبير أكثر من المجموعة الشاهدة التي حضرت في التواريخ الفردية (التي فُرزت بشكل صحيح)، وحتى أظهروا تحسناً هامشياً أكبر من أولئك الذين تلقوا المعالجة. وأفضل النتائج كانت لأولئك الذين فُرزوا بشكل خاطئ (سواء عولجوا أم لا) والفرز في هذه التجربة يبدو إلى حد بعيد انتقائياً وليس عشوائياً.



ثمة طرائق أخرى في الفرز تبدو عشوائية ولكن يمكن أن تؤدي إلى هذا اللون من الصعوبة، فمثلاً يمكننا استخدام الخلط الفيزيائي لإجراء الاختيار العشوائي، وهذا من الصعب القيام به. وكثيرة على ذلك، لنأخذ ورق اللعب ونرتبه وفق متتالية بدءاً من (الأس الاسباتسي) إلى (الملك البستوني)، نخلطها بالطريقة المألوفة ثم نستعرضها فمن الممكن أن نجد عدة متتاليات من الأوراق ما تزال على ما كانت عليه من الترتيب فعلينا أن نخلط الأوراق جيداً وبصورة شاملة قبل أن يختفي الترتيب. يمكننا تطبيق طريقة الاختيار العشوائي على تجربة ماء، وذلك بكتابة أعداد متساوية على قصاصات داخل مغلفات ونخلطها، وتقرر معالجة أي مريض مختبر بسحب مغلف من هذه للمغلفات. وقد استخدمت هذه الطريقة في دراسة أخرى (لـ Carleton ورفاقه 1960) في معالجة منع التشنج. وقد أفاد هؤلاء الكتاب أنه في المراحل التالية من التجربة، حاول بعض الأطباء المتابعين قراءة محتويات المغلفات بعرضها على الضوء من أجل وضع كل مريض وفق المعالجة الأفضل له.

في حالة التدخل في الاختيار العشوائي يمكننا إجراء الفرز بنتائج متساوية من حيث الآثار السلبية. ففي تجربة لانار كشمير (Lanar Kshire) التي درست من قبل (Student 1931) حيث كان 10.000 طفل يتناولون ثلاثة أرباع (البنت)<sup>1</sup> من الحليب يومياً. بينما أخذ 10.000 طفل آخر كمجموعة شاهدة. قيس أوزان الأطفال في بداية التجربة وفي نهايتها بعد ستة أشهر، وكان الهدف من ذلك معرفة تأثير الحليب على نمو الأطفال والفرز حسب المجموعتين كان كما يلي:

اختار الأساتذة مجموعتين من الطلاب مجموعة الذين يتناولون الحليب، والمجموعة الشاهد، بطريقتين مختلفتين: في حالات معينة جرى الاختبار بالقرعة، وفي حالات أخرى باستخدام الأحرف المحبالة. وفي حالة الحصول على نسبة غير ملائمة من الأطفال جيدي التغذية أو ضعيفي التغذية في المدرسة نتيجة هذه الطرائق يستبدل هؤلاء الطلبة غيرهم للحصول على مستوى اختيار أفضل.

ونتيجة لذلك فقد سجلت المجموعة الشاهدة زيادة في معدل الطول والوزن عن مجموعة الحليب. وقد فسر (Student) هذا كما يلي:

---

<sup>1</sup> البنت (Pint) لطلال الإنكليزي للسؤال ويساوي 1/2 كغ تقريباً.



لنسلم أن هذا التمييز في الطول والوزن لم يقدر بتأن، ولكن من المحتمل أن المعلمين الذين يعملون بطبيعتهم الإنسانية إلى الاعتقاد أن الأطفال الأقصر يحتاجون إلى تناول الحليب أكثر نسبياً من الأغشى، سيعملون دون وعي على وضع الأطفال ضعيفي التغذية بين مجموعة الحليب بشكل كبير، وقليل جداً منهم في المجموعة الشاهدة، وأن هذا الاختيار اللاواعي يؤثر بصورة ثانوية على كلا القياسين.

وسواء كان هذا التحيز عن وعي أو لا، إلا أنه أفسد التجربة بالرغم من دوافعه الإنسانية. توجد طريقة واحدة غير عشوائية تستخدم بنجاح في التجارب السريرية هي: تقليل الفروق. في هذه الطريقة يُفرض للمختبرون للعلاج بصورة تكون فيها مجموعات المعالجة متماثلة قدر الإمكان بالنسبة للعوامل الهامة للتكهّن بها وهذا الموضوع خارج مجال هذا الكتاب، ويمكنك مراجعة بوكوك (Pocock 1983) للاستزادة في هذا الموضوع.

## Volunteer bias

## 4.2 تحيز المتطوع

لعل واحدة من أكثر التجارب أهمية على الإطلاق التجربة الميدانية للقاح شلل الأطفال سولك (Salk Poliomyelitis) التي أجريت عام 1954 في الولايات المتحدة (Meir 1977) وقد استخدم فيها تصحيحان مختلفان بأن معاً، رداً على المناقشات حول الطريقة الصحيحة لتصميم التجارب. ففي بعض المناطق دعي طلاب السنة الثانية من المدارس الابتدائية للمشاركة في هذه التجربة، وفرزوا عشوائياً بين من تلقى اللقاح ومن حُقن بمحلول ملحي عامِل. وفي مقاطعات أخرى تلقى جميع طلاب السنة الثانية لقاحاً، أما طلاب السنتين الأولى والثالثة فقد تركوا دون لقاح كمجموعة شاهدة. والانتقاد الموجه لهذه الطريقة "أي طريقة ملاحظة المجموعة الشاهدة" هو احتمال ألا تكون المجموعات قابلة للمقارنة، بينما الانتقاد الموجه لطريقة الاختيار العشوائي للمجموعة الشاهدة هو أن حقن المصل الملحي قد يحدث شللاً عند الأطفال الخموجين، وهذه النتائج مبيّنة في الجدول (8.2)، وفي المناطق التي تم فيها اختيار المجموعة الشاهدة عشوائياً، أظهرت المجموعة الملحقة انخفاضاً في نسبة الشلل بالقياس للمجموعة الشاهدة. وبما أن هؤلاء قد فرزوا عشوائياً فالفرق بينهم يجب أن يرد للمعالجة. أي أن اللقاح يُفضّل بوضوح على المصل الملحي. من جهة أخرى تحوي المجموعة



الشاهدة أيضاً إصابات بالشلل أكثر من أولئك الذين رفضوا الاشتراك في التجربة، وتختلف المجموعة الشاهدة عن المجموعة غير الملحقه في المعالجة (زرق المحلول الملحي) وفي الاختيار. إذ أن اختيار الأفراد كان عن طريق التطوع أو رفض الاشتراك في التجربة. وممكننا مناطق المجموعات الشاهدة المدروسة من التمييز بين هذين العاملين. ومعدل الإصابة بالشلل في مجموعة الأطفال الملحقين متماثلة في جزئي الدراسة، كما هو الحال في معدل الإصابة بين غير الملحقين من أطفال السنة الثانية، إلا أن المجموعتين الشاهديتين كانتا مختلفتين. إذ اختير هؤلاء بطرائق مختلفة. ففي مناطق الاختيار العشوائي للمجموعة، كان المختبرون متطوعين، بينما في مناطق المجموعات الشاهدة الملاحظة كان كل شخص مؤهلاً للاختيار أكان متطوعاً أو رافضاً. نفرض الآن أن اللقاح كان محلولاً ملحيّاً، وأن الأطفال الملحقين المختارين عشوائياً أظهروا النتائج نفسها، "مثل أولئك الذين أخذوا"، المحلول ففيما يتعلق بالشلل، نتوقع  $114 = 57/100.000 \times 200745$  حالة، وأن العدد الكلي للحالات في مناطق الاختيار العشوائي يساوي  $350 = 114 + 115 + 121$  حالة وأن المعدل لكل 100.000 هو 47 وهو قريب جداً من 46 في المجموعة الشاهدة للملاحظة لطلاب السنتين الأولى والثالثة، وهكذا يبدو الفرق الأساسي بين المجموعة الشاهدة المتطوعين الذين حقنوا بالمحلول، والمجموعة غير الملحقه من الرافضين، هو في طريقة الاختيار وليس في طريقة المعالجة.

الجدول 8.2 : نتائج تجربة لقاح شلل الأطفال سولك (Salk poliomyelitis)  
الميدانسي (Meier 1977)

المجموعة المدروسة	عدد كل مجموعة	شلل الأطفال	
		عدد الحالات	المعدل بين 100 000
الشاهدة المختارة عشوائياً			
اللقح	200 745	33	16
الشاهد	201 229	115	57
غير اللقاح	338 778	121	36
الشاهدة للملاحظة			
الملقحون من السنة الثانية	221 998	38	17
الشاهدة من السنة الأولى والثالثة	725 173	330	46
غير الملقحين من السنة الثانية	123 605	43	35

يوجد تفسير بسيط لهذا، فالشلل مرض حموي (Viral) ينتقل بالطريق الفموي البرازي، فقبل انتشار اللقاح، كان كل شخص تقريباً معرضاً للإصابة به في عمر ما، وعادة في



الطفولة. وفي معظم الحالات لا يحدث الشلل بسبب وجود المناعة عند الإنسان، ولا يكون الطفل مدركاً أنه يتعرض للشلل، وفي حالات قليلة حوالي 1/200 يحدث الشلل، وأحياناً الوفاة ويكون التشخيص هو الشلل. وكلما كان الشخص المعرض للمرض أكبر كلما كانت فرصة تنامي المرض عنده أكبر. لذا فالأطفال الذين حصنوا من الحنج نتيجة رعاية صحية عالية من المحتمل أن يتعرضوا للمرض وهم كبار أكثر من أولئك الذين نشأوا في بيوت تنخفض فيها شروط الرعاية الصحية وبالتالي فهم أكثر احتمالاً لتطوير المرض السريري. ثمة عوامل كثيرة تؤثر على قرار الأهل فيما إذا كان سيتطوع أولادهم للاشتراك في تجربة أخذ اللقاح أم سرفضون، وهذا يتوقف على الثقافة والخبرة الشخصية، والمرض المتكرر، وأسباب أخرى. ولكنه يتوقف بالتأكيد على الاهتمام بالصحة، والصحة العامة، وهكذا ففي هذه التجربة يميل الأطفال الأكثر غاطرة للتطوع، بينما يميل الأقل غاطرة للرفض. وقد سجل المتطوعون من المجموعة الشاهدة من الأطفال 57 حالة من الشلل من أصل 100 000 بالمقارنة مع 36/100 000 بين الراضين ممن هم أقل غاطرة.

في معظم الأمراض يكون تميز المتطوع بعكس هذا، فأوضاع الفقر ترتبط من جهة برفض الاشتراك بالتجربة، ومن جهة ثانية بشدة المخاطرة. بينما يميل المتطوعون لأن يكونوا أقل غاطرة. وهكذا يؤدي تميز المتطوع إلى وجود فرق ظاهري لصالح المعالجة. ويمكننا أن نرى أن المقارنات بين المتطوعين والمجموعات الأخرى لا يمكن أن تكون مؤشرات لتأثير المعالجة.

## 5.2 هدف المعالجة

في مناطق المجموعات الشاهد المراقبة في تجربة Salk حسب الجدول (8.2) وبصرف النظر تماماً عن فروق العمر غير العشوائية، فإن المجموعات الملقحة والشاهد غير قابلة للمقارنة. من جهة أخرى، من الممكن أن نقوم في هذه الدراسة بمقارنة معقولة لجميع أطفال السنة الثانية الذين تلقوا اللقاح والذين رفضوا ذلك، مع المجموعة الشاهد. إن معدل الأطفال المصابين في السنة الثانية هو 23 من أصل 100 000 وهي أصغر من المعدل المقابل في المجموعة الشاهد وهو 46، مما يثبت فعالية اللقاح، إن التقويم في هذه التجربة ليس للقاح ذاته وإنما لسياسة



تقدم اللقاح، ومعالجة أولئك الذين يقبلونه. ثمة مسألة مماثلة يمكن أن تطرح في تجربة الاختيار العشوائي. فمثلاً في تقوم فعالية المتابعة الصحية (في دراسة مجموعة منتقاة في جنوب شرقي لندن 1977) فقد فرز المختبرون عشوائياً إما إلى المجموعة المنتقاة أو إلى المجموعة الشاهد، ثم دعت المجموعة المنتقاة للخضوع لامتحان، فقبل بعضها وانتقي، ورفض بعضها الآخر. وعند مقارنة النتائج حسبما تشير الوفيات اللاحقة من الضروري مقارنة الشاهد مع المنتقاة بما فيها الراضون والمنتقون. فمثلاً من الممكن أن يكون بين الراضين من هم منقلون بالمرض. بحيث لم يستطيعوا أن يأتوا للمشاركة في الانتقاء. والنقطة الهامة هي أن إجراءات الفرز العشوائي تؤدي إلى مجموعات متقارنة وأن تكون المقارنة بين هذه المجموعات مهما كان الاختيار الذي نقوم به داخلها. ولهذا فإن تحليل المعطيات طبقاً للطريقة التي ننوي معالجة المرض بها، وليست الطريقة التي عولج المرض بها فعلاً، هو التحليل بقصد المعالجة، والبدل عنه التحليل بالمعالجة التي يتلقونها فعلاً ويدعي التحليل وفق المعالجة.

## 6.2 تصميمات العبور التقاطعي Cross-over designer

من الممكن أحياناً استخدام الشخص المختبر ذكراً كان أم أنثى كشاهد على نفسه فمثلاً عند مقارنة عدة مسكنات في معالجة التهاب المفاصل، يمكن أن يتلقى المرضى على التوالي عقاراً جديداً أو معالجة شاهد، وهكذا نستطيع مقارنة الاستجابة في المعالجتين من أجل كل مريض، إن ميزة هذا التصميم هي استبعاد الاختلافات بين الأفراد المختبرين، ونستطيع إجراء التجربة بعدد أقل مما نحتاج إليه في حالة تجربة مجموعتين.

ورغم أن الأفراد المختبرين يتلقون جميع المعالجات تبقى هذه التجارب عشوائية. وفي أبسط الحالات، يمكن أن يطبق على المرضى نظامين مختلفين، فنبداً بمرحلة المعالجة ثم نتبعها بالشاهد، أو نبدأ بالشاهد ونتبعها بالمعالجة. وهذا قد لا يؤدي إلى النتيجة نفسها، إذ يمكن مثلاً أن يؤدي تأجيل مرحلة المعالجة (العامل الزمني) إلى ما بعد الشاهد إلى فرق أقل مما لو كانت المرحلة الشاهد بعد المعالجة. فالمختبرون يختارون بترتيب معين عشوائياً، من الممكن في تحليل دراسة العبور التقاطعي تقدير حجم أية تأثيرات يمكن أن توجد نتيجة تأجيل المعالجة.



الجدول 9.2 : نتائج تجربة معالجة الذئبة الصدرية (بالبرونيتالول)  
(Pritchard ورفاقه 1963)

رقم المريض	عدد الهجمات وبق		فترى بين الفشل والبرونيتالول
	العمل	البرونيتالول	
1	71	29	42
2	323	348	-25
3	8	1	7
4	14	7	7
5	23	15	7
6	34	25	9
7	79	85	14
8	60	42	19
9	2	0	2
10	3	0	3
11	17	15	2
12	7	2	5

وكمثال على حسنات تجربة العبور التقاطعي، نأخذ تجربة معالجة الذئبة الصدرية باستخدام البرونيتالول (Pronethalol)، (Pritchard ورفاقه 1963). من المعلوم أن الذئبة الصدرية مرض مزمن يتميز بحمى ألم حادة، في هذه التجربة يتلقى المريض إما دواء الـ (Pronethalol) أو معالجة شاهد غير فعالة (أو غفل انظر الفقرة 8.2) على مدى أسبوعين وحلال أربع فترات، فترتان يتلقى الدواء، وأنتان المعالجة الشاهد، وقد كانت هذه الفترات بترتيب عشوائي. أما المتغير للقياس فقد كان عدد الهجمات التي يعاني منها المريض. وهذه يسجلها المريض في مفكرته، لقد شارك عشرون مريضاً في هذه التجربة، ونتائج هذه التجربة مبينة في الجدول (9.2). ويلاحظ أن 11 مريضاً من أصل 12 ممن عولجوا بالبرونيتالول أفادوا بتضاءل هجمات الألم مقارنة مع المجموعة الشاهدة. ولو أننا حصلنا على المعطيات ذاتها بين مجموعتين مختلفتين من المرضى عوضاً عن المجموعة نفسها وتحت الشرطين المذكورين، فلن يكون من الواضح أن البرونيتالول هو الأفضل وذلك لأن الاختلافات بين الأفراد المختبرين كبيرة. كما أن استخدام تصميم يعتمد على مجموعتين يحتاج عينة أكبر من المرضى لإثبات جدوى المعالجة.

إن تصميم العبور التقاطعي يمكن أن تكون مفيدة في التجارب المخبرية على الحيوانات أو الأشخاص المنطوعين. ويجب أن تستعمل فقط في التجارب السريرية، حيث لا تؤثر المعالجة على سير المرض، وحيث لا تتغير شروط المرضى خلال مسيرة التجربة بشكل يمكن



ملاحظته. كما يمكن استخدام تجربة العبور التقاطعي لمقارنة معالجات مختلفة من أجل دراسة التهاب المفاصل أو الربو مثلاً، وليس لمقارنة أنظمة مختلفة في التعامل مع احتشاء العضلة القلبية، من جهة ثانية لا يمكن استخدام تجربة العبور التقاطعي لإثبات التأثير الطويل الأمد للمعالجة، تقتضي طبيعة هذا التصميم أن تكون مدة المعالجة محدودة. ولما كانت معظم المعالجات في الأمراض المزمنة تستمر لمدة طويلة، فإن تجربة العنيتين لمدة طويلة، تتطلب عادة الاستقصاء التام لتأثير المعالجة. وقد تبين أخيراً، على سبيل المثال أن للـ (Pronethalol) فعالية جانبية غير مقبولة لدى الاستخدام على المدى الطويل.

## 7.2 اختيار المختبرين للتجارب السريرية

### Selection of subjects for clinical trials

لقد ناقشنا فرز المختبرين للمعالجة بشيء من الإسهاب، ولكننا لم نبحث في مصدر هذه المعلومات. فالطريقة التي نختار بها المختبرين لتجربة ما يمكن أن تؤثر على مخرجات التجربة. من الناحية العملية نفترض عادة على الأفراد المتيسر الحصول عليهم. فمثلاً في تجربة الحيوانات علينا أن نأخذ الدفعة الأخيرة من حظيرة الحيوانات، أما في التجارب السريرية لمعالجة احتشاء العضلة القلبية، علينا أن نقنع بالمرضى الذين يحضرون إلى المشافي. أما في التجارب على الأشخاص المتطوعين، فنستخدم أحياناً الباحثين أنفسهم لتجرب عليهم.

وكما سنرى بشكل مفصل في الفصل الثالث، فإن لهذا قيمة هامة في تفسير النتائج. ففي تجارب احتشاء العضلة القلبية مثلاً، لا نرغب أن نستنتج أن معدل البقاء في المعالجة الجديدة في التجارب التي أجريت في (لندن) ستكون نفسها كما في تجارب (إيدنبورغ). فمن الممكن ألا يكون للمرضى السيرة ذاتها للحمية مثلاً، ويمكن أن يكون لهذا تأثير كبير على أوضاع الشرايين وبالتالي على التشخيص. في الحقيقة من التسرع كثيراً أن نفرض أننا سنحصل على المعدل نفسه للبقاء في مشفى على بعد ميل واحد من موقعنا. و ما نعمل عليه هو المقارنة بين المجموعات المختارة عشوائياً من المجتمع نفسه. ونأمل أنه إذا كانت المعالجة تخفض معدل الوفيات في (لندن)، فإنها ستفعل الشيء ذاته في (إيدنبورغ)، ورغم أن هذا افتراض معقول، وأنه من المحتمل أن تظهر التأثيرات نفسها في المجتمع الآخر، إلا أنه ليس من



الممكن الرهان على ذلك بالحساب الإحصائي فقط. وفي الحالات القصوى قد يصبح هذا الافتراض غير صحيح. فلقاح BCG قد أدى إلى وقوع إصابات السل بين الأطفال في المملكة المتحدة، بينما أظهر في الهند تأثيراً أضعف بكثير (Lancet 1980) وذلك لأن مقدار التعرض للمرض يختلف في المجتمعين.

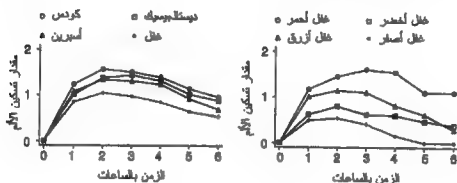
وبافتراض ذلك يمكننا أن نستخدم فقط الأفراد المختبرة المتاحة لنا. ثمة بعض القواعد التي نستخدمها في ترشيد اختيارنا منهم. وكما سنرى لاحقاً، فكلما تضاعلت الاختلافات بين المختبرين في تجربة ما، كلما تحسنت الفرص لاكتشاف فروق المعالجة إن وجدت. وهذا يعني أن المماثلة بين المختبرين مرغوبة. وفي حالة التجارب على الحيوانات يمكن أن تجرى باستخدام حيوانات من السلالة نفسها، وتؤخذ تحت شروط يمكن التحكم بها. أما في التجارب السريرية فتقتصر اهتمامنا عادة على مجموعة من المرضى ذات أعمار محددة، ودرجة خطورة معينة للمرض. وفي دراسة لقاح (Salk) الفقرة (4.2)، استخدم فقط أطفال في سنة دراسية واحدة. أما في تجربة الستريبتومايسين الفقرة (2.2) فاقصرت التجربة على المصابين بالسل الحاد بكلتا الرئتين، وكانت أعمارهم بين 15 و 30 سنة. ولم تنفع معهم الأدوية المعروفة. وبالرغم من هذه الشروط الضيقة، فقد كان ثمة اختلافات مهمة بين المرضى كما بين الجدولان (5.2) و(6.2). ويجب أن نشتب من المرض (السل) بالاختبار الجرثومي، لأن من المهم التأكد من أن جميع المرضى مصابون بالمرض الذي نرغب في معالجته. إذ أن وجود مصابين بمرض آخر في المجموعة للمعالجة، لا يؤدي فقط إلى معالجتهم بصورة خاطئة، وإنما ستصبح النتائج صعبة التفسير. إن قصر اهتمامنا على مجموعة جزئية خاصة من المرضى، بالرغم من فائدته، لكنه يمكن أن يقودنا إلى بعض الصعوبات. فمثلاً، المعالجة التي تبدو فعالة وسليمة بالنسبة للصغار، يمكن ألا تكون بالضرورة كذلك بالنسبة للكبار، لذلك يجب أن تجرى التجارب على أنواع من المرضى نقصد أصلاً معالجتهم.

## 8.2 تحيز الاستجابة والغفل Response bias and placebos

إن معرفة المريض بأنه قيد المعالجة يمكن أن يغير استجابته لهذه المعالجة. يدعى هذا تأثير الغفل. فالغفل هو معالجة صيدلانية غير فاعلة تعطى للمريض وكأنها معالجة حقيقية. ويمكن



لهذا التأثير أن يأخذ أشكالاً متعددة بدءاً من الرغبة في شكر الطبيب وحتى حدوث تغيير حيوي-كيميائي قابل للقياس في الدماغ. فالعقل والجسم مرتبطان بشكل جوهري، وما لم يشكل التأثير النفسي جزءاً من المعالجة، فإننا نحاول عادة حذف مثل هذه العوامل لدى مقارنة العلاجات. وهذا مهم بشكل خاص عندما نتعامل مع التقويم الذاتي للمريض مثل الإحساس بالألم أو الشعور بالسعادة.



الشكل 1.2 : علاقة تسكين الألم بالدواء ولون الغفل

والمثال الرائع الذي يبين قوة تأثير الغفل قد قُدم من قبل (Huskisson 1974) فقد قارن بين ثلاثة مسكنات فعالة وهي الاسبرين (Aspirin) والكوديس (Codis) والديستالجيستيك (Distalgesic) مع غفل حامل. فقد قدم لعينة من اثنين وعشرين مريضاً المسكنات الأربعة وفق نظام العبور التقاطعي، فكانت إفادات المرضى فيما يتعلق بمجدي هذه المسكنات تتراوح بين الصفر (ويقابل عدم وجود تسكين) و3 (تسكين تام) وفق ما تبينه الخطوط البيانية الأربعة. ويلاحظ أن جميع العلاجات قد أدت إلى بعض التخفيف للألم، وقد حصل التخفيف الأعظمي بعد ساعتين تقريباً كما هو مبين في الشكل (1.2). وكان تأثير المسكنات الثلاثة أكبر منها في الغفل ولكن ليس بالقدر الكبير. وقد أعطيت للمعالجات الدوائية الأربع على شكل حبوب متطابقة بالشكل والحجم، ولكن أعطي كل عقار بأربعة ألوان مختلفة، وذلك كيما يستطيع المريض أن يميز الدواء الذي يتلقاه فيقول أي دواء يفضل. فكل مريض تلقى أربعة ألوان مختلفة، واحد لكل دواء. والتوافق المختلفة لهذه الألوان وزعت عشوائياً. فبعض المرضى تلقوا غفلاً أحمر، وبعضهم تلقى غفلاً أزرق وهكذا... وكما يبين الشكل (1.2) فإن



الفغل الأحمر سجل فعالية أكبر من الألوان الأخرى. وكانت فعاليته تضاهي فعالية الأدوية. ونلاحظ في هذه الدراسة أننا لم نثبت تأثير الفغل الصيدلاني الحامل فقط وإنما الاختلافات الواسعة وغير المتوقعة لهذه الاستجابات. وعلينا أن نأخذ هذا في الحسبان في تصميم التجارب. كما يجب ألا نستنتج أن الفغل الأحمر يحقق تأثيراً على الدوام. فتوجد مثلاً بعض الدلالة أن المرضى الذين عولجوا من القلق يفضلون الحبوب المسكنة الخضراء، أما أعراض الكتابة فتستجيب بشكل أفضل للدواء الأصفر الفاقع (Schapira ورفاقه 1970).

في أية تجربة تُستخدم فيها أفراد من البشر، من المرغوب فيه ألا يكون الشخص المختبر قادراً على معرفة المعالجة التي يتلقاها. ففي حالة المقارنة بين معالجتين أو أكثر يمكن أن نحقق هذا بجعل المعالجات متماثلة قدر الإمكان. فعندما لا يتلقى المختبرون أية معالجة علينا استخدام فغل إذا كان ذلك ممكناً، وعندما نقارن أحياناً معالجتين فعاليتين مختلفتين، يمكن استخدام غفلين. فعندما نقارن مثلاً دواء يعطى جرعة واحدة بالمشاركة مع دواء يؤخذ يومياً لسبعة أيام، فيمكن أن نعطي أصحاب الجرعة الواحدة غفلاً يومياً، بينما نعطي أصحاب الجرعات اليومية الفغل مرة واحدة في البداية. وقد لا تكون للمعالجة بالفغل ممكنة دوماً أو أنها غير أخلاقية. ففي تجربة MRC للاستريبتومايسين، عندما تستخدم زرقات متعددة يومياً لعدة أشهر، لا يحسن أخلاقياً أن نفعل الشيء ذاته من أجل المحلول الملحي الحامل، وبالتالي لا يعطى الفغل. وفي تجربة لقاح Salk كانت زرقات المحلول الحامل هي الفغل. من المقول أن نقبل أن شلل الأطفال لا يمكن أن يستجيب للتأثيرات النفسية ولكن كيف يمكن أن نؤكد هذا؟ إن معرفة الأهل أن الطفل قد لقح ضد الشلل يمكن أن تغير تقديرهم لدى المجازفة في تعريضه للحمى، وبالتالي السماح له أن يذهب للسباحة مثلاً. وأخيراً فإن استخدام الفغل يمكن أن يقلل مقدار المجازفة في تقدير التحيز كما سنرى في الفقرة (9.2).

## 9.2 تحيز التقويم والدراسات ذات التعمية المضاعفة

### Assessment bias and double blind studies

ليست استجابة الأفراد هي الشيء الوحيد الذي يتأثر بمعرفة المعالجة، فإن تقويم الباحث للاستجابة للمعالجة، يمكن أن يتأثر أيضاً بمعرفة المعالجة.



إن بعض قياسات المخرجات لا تسمح بتحيز كبير في الجانب المتعلق بالمقوم. فمثلاً إذا كانت المخرجات هي البقاء أو الموت، فثمة إمكان ضعيف أن يؤثر التحيز العفوي على المشاهدات، بينما إذا كنا نهتم، علاوة على ذلك، بالانطباع السريري لتحسن المريض أو بالتغير الذي يطرأ على الصورة الشعاعية، فيمكن أن يتأثر القياس برغبتنا في نجاح المعالجة أم أو عدم نجاحها. ولا يكفي أن نكون واعين لهذا الخطر ونسمح به. حتى قياس ضغط الدم الذي يبدو موضوعياً فإنه يتأثر بتوقعات المجرّب. وقد صممت معدات قياس خاصة لتحاشي هذا العامل (Rose ورفاقه 1964).

يمكننا تجنب إمكان مثل هذا التحيز باستخدام التقييم الأعمى **Blind assessment** ويعني هذا أن المقوم لا يعرف أية معالجة تُقدم للشخص المختبر. وإذا كانت التجربة السريرية لا يمكن إجراؤها بمثل هذه الطريقة، بمعنى أن الطبيب السريري المكلف لا يعلم المعالجة، فالتقييم الأعمى يمكن إنجازه بمقوم خارجي وعندما يجهل الفرد المعالج نوع المعالجة، وتستخدم طريقة التقييم الأعمى، يقال أن التجربة ذات تعمية مضاعفة.

يمكن أن يكون الغفل مفيداً في تحاشي تمييز التقييم تماماً، كما في تحيز الاستجابة. فالشخص المختبر غير قادر أن يزود المقوم فيما يتعلق بالمعالجة، ومن المحتمل وجود دلالة مادية أقل توجي إلى المقوم عن ماهية المعالجة. في دراسة (Carelton ورفاقه 1960) لمانع التمييز الموصوفة أعلاه، كانت المعالجة إعطاء المريض تستيل وريدي. في حين كان يُشد على ذراع المريض في المجموعة الشاهدة بمحقنة وهمية دون أن ندخل فيها إبرة لتجنب تمييز المقوم. ففي تجربة Salk، وُضع نظام للزرقات، ولا يعطل هذا النظام إلا في الحالة التي يُتخذ قرار فيما إذا كان الطفل مصاباً بالشلل. وما هي درجة خطورة الإصابة.

في تجربة الستريتومايسين كان أحد قياسات المخرجات، التغير الذي يطرأ على الصورة الشعاعية، حيث رُقمت اللوحات ثم قُومت من قبل طبيبين أحدهما شعاعي والآخر سريري، ولا يعلم أي منهما أي مريض تخصصه هذه اللوحة أو أية معالجة يتلقى. وقد أجري التقييم بشكل مستقل، وكان يجري نقاش حول اللوحة فقط إذا لم يتوصلا معاً إلى النتائج نفسها، وعندما يتم الوصول إلى قرار نهائي تكون العلاقة بين المريض واللوحة قد حددت



والنتائج مبينة في الجدول (10,2)، والتأثير الواضح للمستريتومايسين يمكن أن يلاحظ في التحسن الواضح لأكثر من نصف المجموعة (S) مقارنة مع 8% فقط من المجموعة الشاهدة.

الجدول 10.2 : تقويم مظهر الصورة الشعاعية بعد ستة أشهر بالمقارنة مع مظهرها عند القبول (MRC 1948)

المجموعة S		المجموعة C		تقوم الصورة الشعاعية
28	% 51	4	% 8	تحسن واضح
10	% 18	13	% 25	تحسن وسط أو طفيف
2	% 4	3	% 6	لا تغير يذكر
5	% 9	12	% 23	تدهور وسط أو طفيف
6	% 11	6	% 11	تدهور واضح
4	% 7	14	% 27	ولاء
55	% 100	53	% 100	المجموع

## Laboratory experiments

## 10.2 التجارب المخبرية

لقد تعاملنا حتى الآن مع التجارب السريرية، ولكن القواعد نفسها تطبق في الأبحاث المخبرية على الحيوانات، ويمكن أن تكون مبادئ الاختيار العشوائي في هذا المجال غير مفهومة بشكل جيد، وحتى أنها تحتاج إلى براعة نقدية من قارئ تقرير البحث. ولعل أحد الأسباب في هذا يمكن أن يكون في الجهد الكبير الذي يبذل في إنتاج حيوانات متماثلة السلالة تبدو في شروط قريبة من الطبيعية، كما هي في الوقت نفسه عملية. والباحث الذي يستخدم مثل هذه الحيوانات كوحدة للتجريب يمكن أن يشعر أن هذه الحيوانات المنتجة تُظهر تغيراً بيولوجياً ضئيلاً جداً بحيث تُفقد أية فروق طبيعية بينها إلى تأثيرات المعالجة، وهذا ليس صحيحاً بالضرورة كما توضح ذلك الأمثلة التالية:

أجريت دراسة على تأثير نمو الورم الخبيث على عدد البلاعم<sup>1</sup> (Macrophage) في الفئران فكان الفرق الذي يعتقد به هو فقط بين القيمتين الأوليتين في الفئران المحرصة وغير المحرصة وذلك قبل أن تجري تجربة الورم التحريضي ويمكن ببساطة تعليل هذه النتيجة المدهشة. لقد

<sup>1</sup> بلاعم جمع تلقى.



كان التصحيح الأصلي إعطاء معالجة تحريض ورمي لكل فأر من المجموعة فبعضها سطور المرض وبعضها الآخر لا تفعل وعندها يمكن مقارنة أعداد البلاغم في المجموعتين المعرفتين بهذا الشكل، وفي هذه الحادثة جميع الفئران طورت المرض. وفي محاولة لإنقاذ التجربة حصل المهرب على دفعة ثانية من الحيوانات التي لم تعالج ليستخدما كمجموعة شاهد، والفروق في هذه الحالة بين الحيوانات المعالجة وغير المعالجة تعزى إلى الفروق في الأصل أو المحيط وليس للمعالجة.

وتبرز المشكلة نفسها بتغيير التصميم أثناء التجربة. كما يمكن أن تبرز مشاكل أخرى إذا كنا نجعل الاختيار العشوائي في تصميم التجربة المقارنة. أراد مجرب آخر أن يعرف فيما إذا كانت التجربة تؤثر على الوزن الذي تكتسبه الفئران. فقد أخذت الفئران من القفص واحداً واحداً وأخضعت للمعالجة إلى أن تمت معالجة نصفها ثم وضعت الفئران المعالجة في أقفاص صغيرة كل خمسة فئران في قفص. وقد وضعت معاً في حجرة تتمتع بشروط محيطية ثابتة، وكذلك وضعت الفئران الشاهد أيضاً في أقفاص في حجرة مماثلة. وعندما جرى تحليل المعطيات، اكتشف أن متوسط الأوزان الابتدائية كان أكبر في الحيوانات المعالجة منه في المجموعة الشاهد. وسيكون هذا مهماً تماماً في تجربة زيادة الوزن. ومن الممكن عند إجراء التجربة على الحيوانات أن نجد من الأسهل التقاط الحيوانات الأكبر، وما على المهرب أن يعمل هو وضع الفئران في الصناديق، ثم تحديد وضع كل صندوق في الغرفة المشار إليها ثم فرز الصناديق بين المعالجة والشاهد عشوائياً وعندها نحصل على مجموعتين قابلتين للمقارنة، سواء في الشروط الابتدائية أو في أية فروق بيئية يمكن أن توجد في حجرة التجربة.

تعطى هذه الأمثلة لتبين أنه حتى عندما تكون المادة التجريبية طبيعية كحيوانات المختبر فإن الفروق الحيوية تبقى قائمة. والطريقة الوحيدة الفعالة التي ينصح بها في التعامل مع مثل هذه التجارب هي الاختيار العشوائي.

## 11.2 الوحدات التجريبية Experimental units

في تجربة زيادة الوزن الموصوفة أعلاه، يحوي كل صندوق خمسة فئران، هذه الحيوانات ليست مستقلة بعضها عن بعض وإنما يوجد تفاعل فيما بينها. ففي كل صندوق تشكل



الفقران الأربعة جزءاً من محيط الفأر الخامس، وهكذا يمكن أن تؤثر على نموه. نسمي الصندوق ذا الفقران الخامس وحدة تجريبية فالوحدة التجريبية هي أصغر مجموعة من المختبرين في تجربة ما يرجع إلى المخطوطة زيادة الوزن يجب أن نحسب متوسط زيادة الوزن في كل صندوق، وأن نقدر متوسط الفروق باستخدام اختبار ستودنت في حالة عيتين حسب الفقرة (3.10).

وتبرز قضية الوحدة التجريبية عندما تطبق المعالجة على للشرف الصحي عوضاً عن المريض نفسه. فمثلاً قارن (White) ورفاقه (1989) ثلاث مجموعات موزعة عشوائياً لأطباء عامين (GPs). أعطيت الأولى برنامجاً مكثفاً من مجموعة صغيرة من التعليمات لتحسين معالجتها للربو، وجرى التدخل في المجموعة الثانية بشكل أقل، أما الثالثة فلم يُتدخلَ بعملها مطلقاً. وقد اختبرت عينة من مرضى الربو من الرجال والنساء خاصة بكل طبيب، وطلب منهم معلومات عن الأعراض التي يعانون منها. وقد كانت فرضية البحث هنا هي أن البرنامج المكثف يؤدي إلى تقليل أعراض المرض بين مرضاهم. وكانت الوحدة التجريبية هنا هي الطبيب (GP) وليس المريض. وقد استخدم مرضى الربو الذين عولجوا أفرادياً لمراقبة تأثير التدخل في ممارسة الطبيب لعمله على هذه المجموعة. ونسبة المرضى الذين أفادوا بوجود أعراض لديهم قد استخدموا كمقياس لتأثير التدخل في عمل الطبيب، وقد قورن متوسط هذه النسب بين الفئات باستخدام تحليل التفاوت باتجاه واحد الفقرة (10.9). ومثال آخر هو تجربة التفصي عن المرضى بين أفراد المجتمع الفقرة (3.15) حيث تقام مراكز للتفصي في بعض المناطق الصحية دون المناطق الأخرى، وعلينا أن نحسب معدل الوفيات في كل مقاطعة بشكل منفصل ثم نقارن المعدل الوسطي لمجموعة المقاطعات التي تم التفصي فيها عن المرض مع مجموعات المقاطعات الشاهدة.

على أن الصعوبة الكبرى التي نقابلها في تجاربنا عندما يكون لدينا وحدة تجريبية واحدة فقط في كل معالجة. فمثلاً نتخذ تجربة التوعية الصحية في مدرستين، ففي المدرسة الأولى يهدف برنامج التوعية الصحية تكره الطلاب بالتدخين، وقد قدمت استبانات للطلاب في كلتا المدرستين تتعلق بالتدخين قبل التجربة وبعدها.. وفي هذا المثال كانت المدرسة تمثل الوحدة التجريبية، ولا يوجد أي سبب يجعلنا نفرض تساوي نسبتي التدخين بين الطلاب



في المدرستين، أو أن النسبتين ستبقيان كذلك إذا كانتا متساويتين في الأصل. وستكون هذه التجربة أكثر إقناعاً إذا كان لدينا عدة مدارس فرزت عشوائياً بين تلك التي تتلقى برامج التوعية الصحية أو التي ستكون شاهد. ثم نبحث بعدئذٍ عن الفرق الكائن بين المدارس المعالجة والشاهد، باستخدام نسبة المدخنين في المدرسة كمتغير.

## 12.2 نقاط أخرى في تصميم التجارب

### Further Points about trial design

توجد أشكال كثيرة لتصميم التجارب لم نناقشها حتى الآن، وهذه تتضمن تجارب تقارن فيها عدة عوامل في وقت واحد. فقد نرغب مثلاً في دراسة تأثير عقار يؤخذ وفق جرعات مختلفة بوجود عقار آخر أو بعدم وجوده، وفي حال كون الشخص المختبر قائماً أو مستلقياً. وتصمم هذه كتجربة متعددة العوامل حيث يمكن استخدام أي تاليف ممكن من العلاجات، وهذه التصميمات غير مألوفة في الأبحاث السريرية، ولكنها تستخدم أحياناً في العمل المخبري، ويمكن الرجوع إليها في كتب أعلى مستوى (Armitage و Berry 1987) و (Cochran 1980).

إن التجارب الموصوفة أعلاه تستخدم عينات ذات حجم ثابت ومقرر في بدء التجربة وبما أن من المرغوب فيه في التجارب الطبية تعريض أقل ما يمكن من المرضى إلى معالجات يمكن أن تؤذيهم فقد طورت تصميمات متابعة يتم فيها تحليل المعطيات فور جمعها، وعندما يبلغ الفرق بين المعالجات المدروسة حداً مقنعاً نوقف التجربة (Armitage 1975).

ويجب أن أذكر أخيراً بأخلاقيات التجارب الطبية. قيمة اعتراض على التجريب العشوائي يقوم على أن الفائدة المرجوة للمعالجة تمنع عن مجموعة من المرضى. والرد على ذلك هو أن أية معالجة حيوية فعالة من الممكن أن تكون مؤذية، وليس لدينا الحق في تقديم معالجات قد تكون ضارة للمرضى، قبل التأكد من فوائدها بشكل قطعي، وبدون إجراء تجارب سريرية مُحكمه كما ينبغي لدعم فائدة هذه المعالجات، ويصبح أي علاج يقدم للمرضى تجربة لا تخلو من المخاطرة، وذلك لأنه لا يمكن التنبؤ بنتيجتها جيدة كانت أم سيئة.



من أجل اختيار حجم العينة انظر الفصل الثامن عشر، أما للإطلاع على أهمية النظرية والتطبيق في التجارب السريرية يمكن الرجوع إلى (Pocock و Johnson 1983) و (Johnson 1977).

## M2 أسئلة الاختيار من متعدد من 1 إلى 6

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

1. عندما نختبر معالجة طبية جديدة، المجموعة الشاهد الملائمة تتضمن مرضى:

أ - يعالجون من قبل أطباء مختلفين في الوقت ذاته

ب - يعالجون في مشافي مختلفة

ج - غير مستعدين لتلقي المعالجة الجديدة

د - عولجوا من قبل الطبيب نفسه في الماضي

هـ - غير مهيين للمعالجة الجديدة

2. في اختبار مقارنة معالجتين، توزع الوحدات المختبرة باستخدام أعداداً عشوائية حيث:

أ - يمكن للعينة أن تشير إلى مجتمع معروف

ب - عندما نقرر قبول الشخص المختبر في التجربة، لا نعلم أية معالجة سيتلقاها

ج - الأشخاص المختبرون يتلقون المعالجة الأكثر ملائمة لهم

د - المجموعتان ستكونان متماثلتين بصرف النظر عن المعالجة

هـ - يمكن أن توصف للمعالجات طبقاً لمميزات الشخص المختبر

3. في التجربة السريرية ثنائية التعمية:

أ - المرضى مجهلون أية معالجة يتلقون

ب - كل مريض يتلقى غفلاً

ج - المرضى مجهلون أنهم يخضعون لتجربة

د - كل مريض يتلقى كلا المعالجتين

هـ - الأطباء المقومون لا يعلمون أية معالجة يتلقاها المريض



4. في تجربة لقاح جديد، يُسمى الأطفال الذين سيتلقون اللقاح، والمجموعة الشاهد عشوائياً.

وقد يُقبل اللقاح لثلاث المجموعات التي قدم لها:

أ - المجموعة التي يجب أن تقارن مع الشاهد، يمثل جميع الأطفال الذين قبلوا اللقاح

ب - أولئك الذين رفضوا اللقاح يجب أن يكونوا في المجموعة الشاهد

ج - التجربة ثنائية التعمية

د - يجب استبعاد الذين يرفضون التلقيح

هـ - لا فائدة من التجربة لأنه لم يجر تلقيح كافة عناصر المجموعة للمعالجة

5. تصاميم العبور التقاطعي للتجارب الطبية:

أ - يمكن أن تستخدم لمقارنة معالجات مختلفة

ب - لا تقتضي اختياراً عشوائياً

ج - تتطلب مرضى أقل مما تتطلبه التصاميم التي تقارن فيها مجموعات مستقلة

د - مفيدة لمقارنة معالجات بقصد تخفيف الأعراض المزمنة

هـ - تستخدم المريض كشاهد على نفسه

6. الغفل مفيد في التجارب الطبية:

أ - عندما تقارن معالجتان متماثلتان ظاهراً

ب - لضمان إمكان المقارنة في التجارب التي لا يوجد فيها اختيار عشوائي

ج - إن مجرد وجود معالجة يمكن أن يُحدث استجابة

د - لأنه يمكن أن يساعد على إخفاء معالجة الشخص المختبر عن المقيّم

هـ - عندما تقارن معالجة فعالة مع عدم وجود معالجة

E2 تمرين: تجربة (اعرفي قابلتك)

إن تجربة اعرفي قابلتك (KYM) Know your Midwife هي طريقة لرعاية الأمومة للنساء

ذوات الخطورة المنخفضة. ثمة فريق من القابلات يعملن في العيادة، وتقوم القابلة نفسها

برعاية الأم قبل الولادة، وتوليد الطفل، ثم تقوم بالعناية بعد الولادة. لقد قورنت خطة

(KYM) مع الرعاية المعيارية قبل الولادة في تجربة اختيار عشوائي (Poulengeris and 1986)



(Flint). وكان من المعتقد أن الخطوة ستكون جذابة للنساء وإذا عرفن أنها متاحة لهن، فمن الممكن أن يعارضن أن يفرزن للرعاية للمبارية. اختبرت مجموعة من النساء عشوائياً دون علمهن أنهن يفرزن للتجربة (KYM) أو إلى المجموعة الشاهدة، التي تتلقى رعاية معيارية قبل الولادة في مشفى (st.George). وقد أرسلت للنساء اللاتي اختبرت لـ (KYM) رسائل تشرح خطة (KYM) وتدعوهم للحضور. بعض النساء فضلن الرعاية المعيارية في العيادة عوضاً عنها. إن طريقة الولادة مبينة في الجدول (11.2). إن المعلومات النظامية المطلوبة في دار التوليد مسجلة لجميع النساء وقد طلب من هؤلاء أن يُتممن استماراتهن (ومن الممكن أن يرفضن ذلك) كجزء من دراسة الرعاية قبل الولادة، رغم أنهن لم يبلغن عن التجربة.

1. لقد عرفت النساء نوع الرعاية التي يتلقينها. ما هو تأثير ذلك على مخارجات التجربة؟  
2. ما هي المقارنة التي يمكن القيام بها لاختبار ما إذا كان لـ (KYM) أي تأثير على طريقة الولادة.

3. هل تعتقد أن اختبار النساء دون علمهن مقبول أخلاقياً؟

الجدول 11.2 : طريقة الولادة في دراسة (KYM)

طريقة الولادة		توليد KYM		رفض KYM		المجموعة الشاهدة	
	%	n	%	n	%	n	%
طبيعية	80.7	352	69.9	30	74.8	354	
أدوية <sup>(1)</sup>	12.4	54	14.0	6	17.8	84	
قيصرية	6.9	30	16.3	7	7.4	35	

(1) أدوية: نسبة إلى أداة أي الولادة بالاستعانة بالأدوات (الترجم).







---

## الفصل الثالث

### الاعتيان والدراسات الرقابية

### Sampling and observational studies

---

#### Observational studies

#### 1.3 الدراسات الرقابية

سنهتم في هذا الفصل بالدراسات الرقابية، فعوضاً عن إجراء تغييرات في شيء ما وملاحظة ما ينتج، كما في التجارب الفيزيائية أو السريرية، نراقب وضعاً قائماً ونحاول أن نفهم ماذا يحدث. إن دراسة الناس على الطبيعة كما هم، يمكن أن تكون صعبة للغاية، ويستحيل غالباً استخلاص نتائج حاسمة منها. وسنبدأ بالحصول على معلومات وصفية للمجتمعات الإحصائية التي نهتم بها، ثم ننتقل إلى مسألة استخدام مثل هذه المعلومات لدراسة الحالات المرضية والأسباب الممكنة للمرض.

#### Censuses

#### 2.3 المسح الإحصائي

لعل أبسط سؤال يمكن أن نطرحه فيما يتعلق بالمجموعة التي نهتم بدراسة: ما هو حجم هذه المجموعة. فنحتاج على سبيل المثال أن نعرف كم شخصاً يعيش في بلد ما، وكم منهم في كل فئة من فئات العمر، أو فئات الجنس، وذلك لمراقبة تفرعات المرض، والتخطيط للخدمات الطبية اللازمة. ونستطيع الحصول على هذا بما يسمى المسح الإحصائي. في هذا المسح، تجري تعداداً للمجتمع الإحصائي بأكمله. ففي المملكة المتحدة كما في كثير من



البلدان الأخرى يُجرى تعداد سكاني كل عشر سنوات، وينجز هذا التعداد بتقسيم البلد إلى مساحات صغيرة تدعى مقاطعات تعدادية، تحوي عادة ما بين 100 إلى 200 أسرة. وعلى العداد أن يتحرى كل أسرة في المقاطعة ويتأكد من ملء الاستمارة الإحصائية الخاصة بها وذلك بتسجيل جميع أفراد الأسرة مع بعض المعلومات البسيطة عنهم. وبالرغم من أن هذه الاستمارة مطلوبة قانونياً وتحفظ لكل أسرة، فإن بعضها قد يُفقد. والمعطيات الناتجة رغم فائدتها الكبيرة ليست موثوقة كلياً.

ويشارك القطاع الطبي بشكل واسع في المسح المستمر للوفيات، ولا يقتصر التسجيل على اسم المتوفي وسبب الوفاة وإنما تدون أيضاً معلومات حول عمر المتوفي وجنسه ومكان إقامته والعمل الذي كان يشغله. وطرائق المسح يمكن أن تستخدم لأهداف إدارية محددة أخرى. فقد نرغب مثلاً في معرفة عدد المرضى في مشفى خاص في فترة معينة، وكم يوجد منهم في كل من المجموعات التشخيصية المختلفة أو في مجموعات العمر أو الجنس وهكذا. ويمكننا عندئذ استخدام هذه المعلومات مع عدد الوفيات ومعدل المخرجين من المشفى لتقدير عدد الأسرة التي ستشغل في فترات مختلفة في المستقبل (Bewley 1975, 1981) ورفاقه).

## Sampling

## 3.3 الاعتيان

إن المسح الإحصائي لمشفى ما يعطينا معلومات موثوقة عن هذا المشفى فقط ولا يمكننا تعميم هذه النتائج بسهولة على المشافي عامة. فإذا أردنا الحصول على معلومات عن مشافي المملكة المتحدة أماناً طريقتان: إما أن ندرس كل مشفى لوحده، أو نأخذ عينة ممثلة لهذه المشافي ونستخدمها لاستخلاص نتائج تتعلق بهذه المشافي.

تهتم معظم الأعمال الإحصائية باستخدام عينات صغيرة نستخلص منها نتائج تتعلق بالاجتماع الإحصائي. ففي التجارب السريرية الموصوفة في الفصل الثاني، يمثل المرضى الخاضعون للتجربة عينة من المجتمع المكون من جميع المرضى المتماثلين، والغاية من التجربة معرفة ما يمكن أن يحدث لجميع المرضى عندما نقدم لهم المعالجة الجديدة.

إن كلمة "مجتمع" تستخدم في الكلام الدارج لتعني جميع الأشخاص الذين يعيشون في بقعة ما، أو في بلد ما غالباً، أما في الإحصاء فنعطي لهذا اللفظ معنى أوسع. فالمجتمع



الإحصائي هو مجموعة العناصر التي لهتم بدراستها، ويمكن لهذه العناصر أن تكون من أشياء شتى، كما أن عددها يمكن أن يكون محدوداً أو غير محدود. فإذا كنا لهتم مثلاً ببعض خصائص الشعب البريطاني، فالمجتمع الإحصائي يمثل جميع البريطانيين. وإذا كنا لهتم بمعالجة داء السكري فالمجتمع الإحصائي هو جميع السكريين. وإن كنا لهتم بضغط الدم لدى مريض معين، فالمجتمع الإحصائي هو جميع قياسات ضغط الدم لهذا المريض. وإذا كنا لهتم برمي قطعتي نقود فالمجتمع الإحصائي هو جميع النتائج الممكنة لرمي قطعتي النقود. فالمجتمعان في المثالين الأولين محدودان ويمكن استقصاؤهما بالكلية من الوجهة النظرية على الأقل، بينما المجتمعان في المثالين الآخرين غير محدودين. ونقصر اهتمامنا دائماً على العينة، ونعرف العينة بأنها مجموعة من المفردات مأخوذة من مجتمع إحصائي ما وتستخدم لمعرفة بعض الأشياء عن هذا المجتمع.

والآن كيف نختار العينة من المجتمع الإحصائي؟ إن مسألة الحصول على عينة ممثلة للمجتمع بمائلة لمسألة الحصول على مجموعات متقارنة من المرضى التي ناقشناها في الفقرة (2.1-3). ونرغب أن تكون العينة المختارة ممثلة بمعنى ما للمجتمع الإحصائي أي أن تتصف بجميع الخصائص التي نهمنا في هذا المجتمع وفق النسب التي تتوزع بها هذه الخصائص. فمثلاً في عينة مأخوذة من مجتمع بشري نريد أن تشمل العينة النسبة ذاتها للرجال والنساء كما هي في المجتمع، والفئات ذاتها لمختلف الأعمار، وفئات الوظائف، والأمراض المختلفة وهكذا. وبالإضافة لهذا إذا استخدمنا العينة لتقدير نسبة المرضى في المجتمع، نريد أن نعرف مدى الثقة بهذا التقدير، وما هو احتمال اختلاف النسبة المقدرة في العينة عن النسبة الموجودة في المجتمع.

ولا يكفي أن نختار مجموعات قريبة للتناول، فإذا رغبنا مثلاً بالتنبؤ بنتائج اقتراح ما، فعلينا ألا نأخذ عينتنا من الأشخاص الذين ينتظرون الباص، فهؤلاء من السهل مقابلتهم على الأقل حتى يأتي الباص. ولكن هذه العينة منحازة كثيراً نحو أولئك الذين لا يستطيعون اقتناء السيارات وبالتالي نحو القطاعات ذات الدخل المنخفض. وبالطريقة ذاتها إذا أردنا أخذ عينة من طلاب كلية الطب فعلينا ألا نختار الصفين الأولين في قاعة المحاضرات، إذ يمكن أن يكونوا من الصنف التواقي للمعرفة أو ممن يتصف بضعف البصر.



كيف يمكن إذن أن نختار عينة ليست متحيزة داخلياً؟ يمكننا تقسيم المجتمع إلى مجموعات وفق الخصائص المختلفة لهذا المجتمع التي يمكن أن تؤثر على نتائج الدراسة حسب تقديرنا. ففي حالة السؤال عن الاقتراع مثلاً، يمكن تقسيم المجتمع وفقاً للعمر والجنس والطبقة الاجتماعية، ثم نختار عدداً من الأشخاص من كل مجموعة بالذهاب إلى البيوت وطرق الأبواب حتى نحصل على العدد المطلوب، ثم نجري المقابلات معهم. وبعد ذلك نتعرف على توزيع الفئات في المجتمع (من معطيات المسح السكاني... إلخ) وبهذا يمكننا الحصول على صورة أفضل لأراء المجتمع وتسمى هذه الطريقة الاعتيان بالثخاص (Quota sampling) وبالطريقة ذاتها يمكننا أن نحاول اختيار عينة من الفئران وذلك باختيار عدد معلوم من كل وزن وجنس... إلخ. ولهذا الطريقة بعض الصعوبات: أولاً من النادر إمكان معرفة جميع التصنيفات التي لها صلة بالموضوع. ثانياً من الصعب تجنب التحيز داخل التصنيفات، وذلك لأننا سننتقي غالباً الأفراد الذين يُبدون لنا الترحيب، أو الفئران التي يسهل اقتناصها. ثالثاً لا يمكننا الحصول على فكرة عن النتائج التي لها صلة بالموضوع إلا بتكرار العمل بنفس النموذج من المسح عدة مرات، ولا نستطيع معرفة مدى تمثيل العينة للمجتمع إلا بمعرفة القيم الحقيقية للمجتمع (وهو ما يمكن عمله في الاقتراعات) أو بمقارنة النتائج مع العينات التي ليست لها هذه النواقص. هذه الطريقة يمكن أن تستخدم في استطلاعات الرأي أو استطلاعات السوق، لكنها أقل فائدة في المسائل الطبية، حيث نطرح باستمرار أسئلة جديدة على المرضى. ونحتاج إلى طريقة نتجنب فيها التحيز فممكننا من تقدير موثوقية العينة من العينة نفسها. وكما في الفقرة (2.2) نستخدم طريقة عشوائية ندعوها الاعتيان العشوائي.

## Random sampling

## 4.3 الاعتيان العشوائي

إن مسألة الحصول على عينة تمثل المجتمع الإحصائي ماثلة كثيراً لمسألة فرز عدد من المرضى إلى مجموعتين متقارنتين، والمطلوب الآن طريقة لاختيار عناصر العينة لا تعتمد على خصائصها الذاتية. إن الطريقة الوحيدة للقيام بهذا هو الاختيار العشوائي، بحيث يتم اختيار العنصر من المجتمع للعينة بمحض المصادفة.



وعلى سبيل المثال لأخذ عينة عشوائية مكونة من خمسة طلاب من صف يحوي ثمانين طالباً، يمكن أن نكتب جميع الأسماء على قصاصات من الورق ونخلطها جيداً في قبة أو أي حاوية أخرى، ثم نسحب خمسة أسماء. وبذا يكون لجميع الطلاب الاحتمال نفسه في فرص الاختبار وهو  $5/80$  وهكذا نكون قد حصلنا على عينة عشوائية. إذ أن جميع العينات المكونة من خمسة طلاب متساوية الاحتمال أيضاً لأن كل طالب قد اختير بشكل مستقل تماماً عن الآخرين. تدعى هذه الطريقة للاعتيان العشوائي البسيط.

إن الطرائق الفيزيائية للاختيار العشوائي ليست غالباً ملائمة للعمل الإحصائي كما رأينا في الفقرة (2.2) وتستخدم عادة جداول الأرقام العشوائية كالجداول (3.2) أو الأعداد العشوائية المولدة ببرامج حاسوبية. فمثلاً نكتب الأسماء ونرقمها من 1 إلى 80، تسمى هذه القائمة التي نأخذ منها العينة إطار الاعتيان. نختار نقطة البدء في جدول الأعداد العشوائية الجدول (3.2) ولتكن هذه النقطة في السطر 20 والعمود 5 وهذا يعطينا الأزواج التالية:

14 04 88 86 28 92 04 03 42 99 87 08

يمكننا استخدام هذه الأزواج من الأرقام مباشرة كأرقام للأشخاص المختارين، فنختار الشخصين ذوي الرقمين 14 و04 وبما أنه لا يوجد شخص رقمه 88 أو 86 فيكون الاختيار التالي 28، ولا يوجد أحد بينهم رقمه 92 فيكون الاختيار التالي هو 04 وبما أننا اخترنا مسبقاً هذا الشخص في العينة، فننتقل إلى الزوج التالي وهو 03 أما العدد الأخير من العينة فهو 42 وهكذا تحمل العينة الأعداد 3، 4، 14، 28، 42.

ويلاحظ وجود نظام ما في هذه العينة، ففيها عددان متتاليين 3 و4 وثلاثة أعداد تقبل القسمة على 14 وهي 14 و28 و42 وقد تبلى لنا الأعداد العشوائية وكأفها خاضعة لنظام ما، ربما لأن العقل البشري يبحث دائماً عن هذا. من جهة أخرى إذا جربنا أن نجعل العينة أكثر عشوائية وذلك بأن نستبدل بأحد الرقمين 3 أو 4 رقماً قريباً من نهاية الجدول، نكون قد فرضنا شكلاً ما من الانتظام في العينة يهدم عشوائيتها. إن جميع المجموعات ذات العناصر الخمسة متساوية الاحتمال وقابلة للحدث بما في ذلك المجموعة 1، 2، 3، 4، 5.



هذه الطريقة في استخدام الجدول تصلح لسحب عينة صغيرة ولكنها قد تكون طويلة ومملة في حالة العينات الكبيرة، لأن علينا أن نتحقق من عدم وجود نسختين لنفس الزمرة. توجد طرائق أخرى للقيام بهذا الاختيار، فيمكننا مثلاً التخلي عن شرط كون العينة ذات حجم ثابت، والإبقاء على الشرط القاضي بأن يكون لكل عنصر من المجتمع احتمال ثابت كي يوجد في العينة. فيمكننا أن نسحب عينة من الصف ذات احتمال  $1/16 = 5/80$  وذلك باستخدام طريقة الأرقام المجمعة التي تعطي مثل هذه الأعداد العشرية.

8708. 4299. 0403. 2892. 8886. 1404.

ثم نختار العنصر الأول من المجتمع إذا كان 0.1404 أقل من  $1/16$ . وبما أن هذا العدد أكبر من  $1/16$  فلا نأخذ هذا العنصر، وللسبب ذاته نأخذ العنصر الثاني الموافق لـ 0.8886 وكذلك الثالث الموافق لـ 0.2892 أما العنصر الرابع فيوافق 0.0403 وهو أقل من (0.0625)  $1/16$  وهكذا نختار الرابع كعنصر في العينة وهكذا... تصلح هذه الطريقة في العينات الكبيرة فقط، لأن حجم العينة التي نحصل عليها بهذه الطريقة، يمكن أن يتغير كثيراً في حالة العينات الصغيرة. وفي مثالنا ثمة فرصة أكبر من  $1/10$  للحصول على عينة مكونة من عنصرين أو أقل.

إن الطريقة الوحيدة التي تضمن لنا أن أي اختلاف بين العينة والمجتمع مرده للمصادفة فقط هو الاعتيان العشوائي. وثمة ميزة إضافية، إذ يمكننا تطبيق طرائق نظرية الاحتمالات على المعطيات التي حصلنا عليها لأن العينة عشوائية. وكما سنرى في الفصل الثامن، يمكننا هذا من تقدير الفرق المرجح أن يكون بين وسيط المجتمع وإحصائية العينة.

إن المشكلة في الاعتيان العشوائي هي أن علينا تحضير لائحة بأفراد المجتمع الإحصائي الذي نسحب منه العينة، ويمكن أن يكون هذا شاقاً أو مرهقاً، فاختيار عينة من مجتمع البالغين في المملكة المتحدة مثلاً، يمكننا استخدام الجداول الانتخابية، ولكن تصنيف حوالي 40 000 000 اسم من الصعب القيام به. ومن الوجهة العملية يمكننا أن نأخذ عينة عشوائية من المناطق الانتخابية أولاً ثم نأخذ عينة عشوائية من الناحيين في هذه المناطق. وهذا ما يسمى عينة عشوائية متعددة المراحل (Multi-Stage random sample) وهذه الطريقة تتصف



بالخاصية العشوائية وهذا يعني أن العينات تمثل المجتمعات التي سحبت منها، ومع ذلك ليس لجميع العينات فرص متساوية في الاختيار وبالتالي تختلف عن الاعتيان العشوائي البسيط. ويمكننا أيضاً تنفيذ الاعتيان بدون تحضير لائحة أفراد المجتمع نفسه، بشرط أن يكون لدينا قائمة مكونة من وحدات واسعة تحتوي على جميع عناصر المجتمع فمثلاً يمكننا الحصول على عينة عشوائية من طلاب المدارس في منطقة ما، وذلك بأن نأخذ في البدء لائحة من المدارس التي من السهل زيارتها، ثم نسحب عينة عشوائية بسيطة من هذه المدارس، التي يشكل طلابها جميعاً عينة من الأطفال، نطلق عليها اسم **العينة العنقودية (Cluster Sampling)**، لأننا نأخذ عينة مكونة من عنائيد من الوحدات الإحصائية.

من المرغوب فيه أحياناً تقسيم المجتمع إلى شرائح مختلفة، حسب مجموعات العمر أو الجنس مثلاً، ثم أخذ عينة عشوائية منها، وهذا يماثل على وجه التقريب الاعتيان بالتعاصي، إلا أن داخل الشرائح يتم الاختيار عشوائياً. إذا كانت للشرائح المختلفة قيماً مختلفة للكميات المقاسة، فالاعتيان العشوائي الشرائحي يمكن أن يزيد من دقتنا إلى حد كبير. كما توجد خطط كثيرة ومعقدة للاعتيان تستخدم في الأوضاع المختلفة.

لقد نظرنا في الفقرة (3.2) في الصعوبات التي يمكن أن تواجهنا لدى استخدام طرائق الفرز، والتي تبدو عشوائية، ولكنها لا تستخدم أعداداً عشوائية. وثمة طريقتان مقترحتان للاعتيان من قبل الباحثين في الأولى، نأخذ كل عاشر فرد من القائمة أو أي ترتيب آخر. أما في الأخرى فنستخدم آخر رقم في عدد مرجعي ما كرقم المريض في المشفى مثلاً ونشكل العينة من أولئك الذين آخر رقم في العدد الدال على ترتيبهم مثل 3 أو 4. هذه الطرق الاعتيالية منهجة أو شبه عشوائية. وليس من الواضح عادة لماذا لا تعطي هذه الطريقة عينات عشوائية مع أنها يمكن أن تضاهي في حالات كثيرة الاعتيان العشوائي وهي بالتأكيد أبسط. وعلمنا في حالة استخدامها أن نكون متأكدين تماماً أنه لا توجد تغطية في القوائم يمكن أن تعطي مجموعة لا تمثل المجتمع. فإذا كان هذا الإمكان موجوداً فالاعتيان العشوائي يبدو أسلم.

إن تميز المتطوع يمكن أن يكون مسألة هامة في الدراسات الاعتيانية، كما في تجارب الفقرة (4.2). فإذا أمكننا الحصول على معطيات من مجموعة جزئية فقط من عناصر العينة



المسحوبة، فهذه المجموعة الجزئية لن تكون عينة عشوائية من المجتمع، وستكون عناصرها ذاتية الاختيار. ومن الصعب جداً في الغالب الحصول على معطيات من كل عنصر في العينة. إن نسبة الأفراد التي نحصل على معطيات عنها تدعى معدل الاستجابة، وفي الحالة التي تسمح العينة المجتمع يمكن أن تكون هذه النسبة ما بين 70% و80%. إن إمكان اختلاف العناصر المتسربة من العينة بشكل أو بآخر يجب أن يؤخذ في الحسبان. فمثلاً يمكن أن يكونوا مرضى وهذا يشكل مشكلة هامة في دراسة انتشار المرض. وفي دراسة العلاقة بين التدخين وأمراض الجهاز التنفسي لطلاب مدارس (Derbyshire)، أخذت عينة عشوائية من المدارس وكانت العينة المختارة هي طلاب السنة الأولى من المدرسة الثانوية (Banks ورفاقه 1978). وهكذا نكون قد حصنا على عينة عشوائية. إن معدل الاستجابة في هذا المسح كان 80% ومعظم المتسربين كانوا من الغائبين عن المدرسة في ذلك اليوم، بعض هؤلاء الغائبين كانوا مرضى أو مهملين. وهكذا يمكن أن تقودنا العينة إلى تقدير أقل من الواقع لانتشار الأعراض التنفسية، باستبعاد الذين يعانون من مرض حاد حديث، وكذلك فيما يتعلق بانتشار التدخين باستبعاد أولئك الذين اختفوا وراء أكواخ الدراجات ليدخنوا السجائر.

ومن أكبر أخطاء الاعتيان الاستطلاع الذي قامت به مجلة "اللمخص الأدبي" عام 1936 الذي يوضح مخاطر الاعتيان هذه (Bryson 1976) فقد كان اقتراحاً لنوايا الناخبين في الانتخابات الرئاسية لعام 1936 في الولايات المتحدة، التي خاضها الرئيس Rvosevelt ومنافسه Landon وكانت العينة مركبة. ففي بعض المدن أخذت العينة كل ناخب مسجل، وفي بعضها الآخر أخذوا واحد من اثنين، وفي ولاية شيكاغو أخذوا واحد من كل ثلاثة. وقد أرسلت بالبريد عينة مكونة من عشرة ملايين بطاقة للموقع اشتراكهم بالتصويت، فأجاب منهم 2.3 مليون فقط أي أقل من الربع، ومع ذلك فمليونان هو عدد لا يستهان به من الأمريكيين، وقد تنبأ هؤلاء بأن 60% منهم سيصوتون لـ (Landon). ولكن Rvosevelt قد فاز بـ 62% من الأصوات، وكانت الاستجابة في الحقيقة ضعيفة جداً بحيث أن العينة لم تكن ممثلة للمجتمع بصرف النظر عن مدى العناية الذي بذلت في تشكيلها. والنتيجة أن مليونين من الأمريكيين يمكن أن يخطئوا فليس العبرة في حجم العينة، وإنما في تمثيلها للمجتمع. ولدى كون العينة تمثل حقيقة المجتمع فإن 2000 ناخب هو كل ما نحتاج



إليه لتقدير نوايا المقرعين بنسبة 2% وهي كافية للتنبؤ بنتيجة التصويت إذا صدق الناخبون بالإفصاح عن نواياهم، ولم يغفروا آراءهم بعد الاستبيان انظر الفقرة (E18).

### 5.3 الاعتيان في الدراسات السريرية

#### Sampling in clinical studies

بعد امتداح الاعتيان العشوائي والتشكيك في جميع طرائق الاعتيان الأخرى. يجب أن نعتزف أن معظم المعطيات الطبية لا نحصل عليها بهذه الطريقة. ونعزو ذلك جزئياً للصعوبات العملية الكبيرة. فللحصول على عينة معقولة من مجتمع المملكة المتحدة، يمكن لأي شخص أن يحصل على قائمة للمناطق الانتخابية، ويأخذ عينة عشوائية منها، وذلك بشراء نسخ من الجداول الانتخابية لاختيار المناطق ثم أخذ عينة عشوائية من الأسماء. ولكن لنفرض أننا نريد الحصول على عينة عشوائية من مرضى السرطان القيصبي لمعرفة عدد المدخنين منهم. يمكن فعل هذا بالحصول على قائمة لهؤلاء المرضى من المشافي بسهولة، ثم أخذ عينة عشوائية منها. ولكن بعد ذلك تصبح الأمور صعبة، إذ أن أسماء المرضى لا يؤذن بمعرفتهم إلا من قبل المستشار المسؤول وحسب رغبته، ونحتاج إلى إذن قبل الوصول إليهم أي أن أية دراسة تقام على المرضى تتطلب موافقة من اللجان المهنية للمشافي المختارة. فالحصول على عدد كبير من المرضى ليس بالأمر السهل، كما أن الحصول على موافقة من اللجنة المهنية تأخذ وحدها أكثر من سنة.

نتيجة لذلك فإن الدراسات السريرية تجرى على مرضى بين أيدنا. ولقد نوهت لهذه القضية في سياق التجارب السريرية في الفقرة (7.2). والشيء ذاته يطبق على نماذج أخرى من الدراسات السريرية، في التجارب السريرية نتم بالمقارنة بين معالجتين، ونأمل أن تكون المعالجة الأفضل في مدينة Stockport ستكون أيضاً المعالجة الأفضل في مدينة Southampton، وعند دراسة القياسات السريرية، نأمل أن تكون طريقة القياس القابلة للتكرار في مدينة Maidenhead ستكون قابلة للتكرار في مدينة Middlesbrough، كما نأمل أنه إذا أعطت طريقتان مختلفتان نتائج متماثلة في مكان ما، ستعطي نتائج متماثلة في مكان آخر. كما أن الدراسات غير المتقارنة أدعى للقلق. كما أن المسار الطبيعي لمرض موصوف في مكان ما يمكن



أن يختلف بأوجه غير متوقعة عما هو في مكان آخر، وذلك بسبب الفروق في البيئة والوراثة الموجودة في المجتمع المحلي. إن مجالات الدلالة للإحصائيات المهمة سريريا، أي الحدود التي تقع داخلها القيم المأخوذة من الناس الأصحاء، يمكن أن تختلف من مكان لآخر، ومع ذلك فهي غالباً ما تكون مبنية على مجموعات من المختبرين لا تمثل حتى المجتمع المحلي.

إن الدراسات المبينة على مجموعات محلية ليست عديمة القيمة وبخاصة عندما لهنم بالمقارنة بين المجموعات كما في التجارب السريرية أو العلاقات بين المتغيرات المختلفة، ومع ذلك علينا أن نفكر دائماً في قصور الطريقة الاعتيادية المبينة على مجموعات محلية عندما نفسر نتائج مثل هذه الدراسات.

في الحالة العامة تُجرى معظم الأبحاث الطبية باستخدام عينات مأخوذة من مجتمعات تخضع لقيود تفوق تلك التي نرغب في استخلاص نتائج منها. فقد نضطر مثلاً لاستخدام المرضى في مشفى واحد عوضاً عن جميع المرضى، أو نتعامل مع المجتمع في بقعة صغيرة عوضاً عن مجتمع القطر كله أو العالم. كما نضطر أحياناً للاعتماد على المتطوعين في دراسة المختبرين الطبيعيين بسبب عدم رغبة معظم الناس في أخذ الحقن ونفورهم من صرف الساعات وهم مُقيدون بالدارات الكهربائية للأجهزة. وتتضمن مجموعات المختبرين الطبيعيين طلاباً من كلية الطب وبمرضات وتقنيين في المخابر أكثر بكثير مما نتوقع بالمصادفة، أما في الأبحاث على الحيوانات فالمسألة أسوء، إذ ليس لدفعة واحدة فقط من سلالة من الفئران أن تمثل الأنواع كلها، في حين يجب أن تمثل عناصر من أنواع مختلفة وأعني هنا الجنس البشري.

إن نتائج هذه الدراسات يمكن أن تطبق فقط على المجتمع الذي سحبت منه العينة، وأية نتيجة نصل إليها تتعلق بالمجتمعات الإحصائية، مثل مجتمع من المرضى، تتوقف على دليل غير إحصائي وغالباً غير محدد كخبرتنا العامة بقابلية التففر الطبيعية وخبرتنا المكتسبة في دراسات مماثلة. وهذا أيضاً يمكن أن يخلطنا، إذ أن النتائج التي نجدها في مجتمع ما يمكن ألا تطبق على مجتمع آخر. وقد لاحظنا هذا عند استخدام لقاح BCG في الهند الفقرة (7.2). من المهم جداً حينما كان ممكناً أن تعاد الدراسات من قبل باحثين آخرين على مجتمعات أخرى، وبذلك نستطيع أن نوسع حجم المجتمع للدروس إلى حد ما.



### 6.3 الاعتيان في الدراسات الوبائية

#### Sampling in epidemiological studies

لعل أحد أهم الأعمال، وأكثرها صعوبة في الطب هو تحديد أسباب المرض، كما يمكن من استحداث طرائق للوقاية. خاصة ونحن نعمل في منطقة حيث التجارب غالباً ما تكون غير ممكنة وغير مقبولة أخلاقياً. فمثلاً لإثبات أن التدخين يسبب السرطان يمكننا أن نتصور دراسة يفرز فيها المختبرون عشوائياً إلى مجموعتين مجموعة المدخنين لفترة 50 سنة بمعدل 20 دخينة في اليوم، ومجموعة الذين لم يدخنوا أبداً في حياتهم. إن كل ما علينا عمله عندئذ هو النظر في شهادات الوفاة، من جهة ثانية لا يمكننا إقناع الأشخاص المختبرين أن يثابروا على عادتهم في التدخين، إذ أن تعمد التسبب بالسرطان غير مشروع أخلاقياً، لذلك علينا ملاحظة سرورة المرض بقدر ما نستطيع بمراقبة الناس في الحالة الطبيعية عوضاً عن مراقبتهم في التروط المخبرية.

عندما نفعل هذا يجب أن نواجه الحقيقة في أن تأثير المرض والسبب المفترض لا يوجدان بصورة منعزلة وإنما في تركيب معقد تتفاعل فيه عوامل متعددة، ويجب علينا أن نعمل قصارانا للتأكد من أن العلاقة التي نلاحظها ليست نتيجة لعامل آخر يؤثر في "السبب" و "المفعول" فمثلاً ثمة من يقول أن شجرة الحمى الإفريقية، أو لحاء الأكاسيا الأصفر، تسبب الملاريا، لأن أولئك الحمقى الذين خيموا تحت تلك الشجرة لهم أصيبوا بالمرض، إذ أن هذه الشجرة تنمو في الماء حيث يفقس البعوض، فهي بيئة مثالية لهذه الحشرات، حيث تنقل لدغتها طفيلي الملاريا الذي يسبب المرض. فالعاملان الهامان في إحداث المرض هما الماء والبعوض وليس الشجرة. إن اسم المرض "ملاريا" جاء في الحقيقة من ملاحظة غير علمية مماثلة، فهو يعني "هواء فاسد" وقد جاء من الاعتقاد أن المرض يتسبب من الهواء في الأماكن التي تكثر فيها المستنقعات حيث يكثر البعوض. في تصميم الدراسات الوبائية، يجب أن نتعامل مع العلاقات المركبة المتبادلة بين مختلف العوامل كي نستخلص منها الآلية الحقيقية للتسبب بالمرض. كما نستخدم أيضاً عدداً من الطرائق المختلفة لدراسة هذه المسائل. ولنر ما إذا كانت جميعها تعطينا الجواب نفسه.



ولعل إحدى الطرائق هي استخدام الفروق في معدل الوفيات بين الدول المختلفة أو تغيرات هذا المعدل مع الزمن. والمعطيات هنا مأخوذة من المسح السكاني. لذا لا توجد مسألة اعتيانية، فالمسألة تنحز في الواقع بأشكال مختلفة من التشخيصات وتدخل متغيرات أخرى. فلاحظ أن البلدان التي تستهلك الدسم الحيوانية بكثرة ترتفع فيها وفيات مرضى الشرايين الإكليلية. بالإضافة لهذا فإن مثل هذه الأقطار تميل إلى الإقلال من استهلاك المواد الليفية أيضاً، لذا علينا أن نحاول عزل تأثيرات أحد هذه العوامل عن تأثيرات العوامل الأخرى وقد يكون هذا غير ممكن.

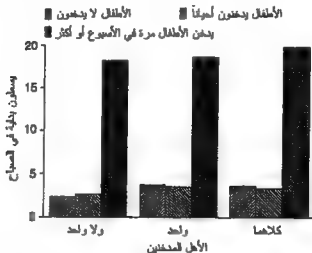
ثمة طريقة أخرى هي الدراسة المقطعية العرضانية (Cross-sectional) نأخذ عينة ما من المجتمع أو المجتمع بكامله، وننظر فيما إذا كان الأفراد مصابين بالمرض أو يملكون سبباً ممكناً للإصابة أو لا. فمثلاً أراد (Bank ورفاقه 1978) أن يعرفوا ما إذا كان التدخين يسبب أعراضاً تنفسية لطلاب المدارس. فأعطيت استمارات لجميع صبيان السنة الأولى في إحدى المدارس الثانوية المختارة من عينة عشوائية من المدارس في مدينة Derlyshine. فبين الصبيان الذين لم يسبق لهم أن دخنوا، صرح 3% أنهم يسعلون أولاً في الصباح بالمقارنة مع 20% من الذين ادعوا أنهم يدخنون دخينة<sup>(1)</sup> واحدة أو أكثر في الأسبوع. المشكلة هنا أن هذه العينة تمثل فئة من الصبيان في هذا العمر وفي مدينة Derlyshine والذين ملؤوا الاستمارات، ولكن ما نريده، أن تطبق هذه النتائج على الأقل في المملكة المتحدة إن لم يكن في العالم كله. ويمكن القول أنه بالرغم من أن انتشار الأعراض، وقوة العلاقة يمكن أن تتغير من مجتمع لآخر فإن وجود هذه العلاقة لا يحتمل أن يكون مقصوراً فقط على المجتمعات المدرسية، وثمة مسألة أخرى وهي أن التدخين والأعراض التنفسية يمكن ألا ترتبط بصورة مباشرة، بل يمكن أن ترتبط عن طريق عامل آخر. فمثلاً أولاد المدخنين يمكن أن يكونوا أكثر من غيرهم عرضة للإصابة بأعراض تنفسية بسبب ما يستنشقونه من دخان الأهل، كما يمكن أن يكونوا أكثر ميلاً لممارسة التدخين. ويمكننا حل هذه المسألة إذا نظرنا بشكل منفصل إلى العلاقة بين أطفال المدخنين والأعراض التنفسية لديهم بالمقارنة مع أطفال غير المدخنين والأعراض التنفسية لديهم. وكما بين الشكل (1.3) فهذه العلاقة قائمة حسب الفقرة (8.17)، ولا

---

(1) دخينة: سيجارة (المترجم)



يوجد مسوغ لافتراض عامل سببي ثالث فاعل. أما المسألة الثالثة فهي أن الجيب يمكن ألا يقول الحقيقة وهذا ما سنعالجه في الفقرة (3.9).



الشكل 1.3 : إزادات طلاب مدرسة Derley shire عن انتشار السعال الصباحي بسبب ممارستهم التدخين أو ممارسة الأهل له (Bland ورفاقه 1978)

إن الطريقة المقطعية العرضانية البسيطة لا تلائم معظم الأمراض، لأن هذه تعد حوادث نادرة، فمثلاً نسبة الوفيات بسبب سرطان الرئة في الرجال تبلغ 9% في المملكة المتحدة (OPSC, DH2 No.7) ولذا فهو مرض هام جداً. لكن نسبة المرضى في وقت ما، أي مقدار انتشار المرض، منخفضة جداً. فمعظم الوفيات في سرطان الرئة تحدث بعد سن الخامسة والأربعين، لذلك سنأخذ عينة من الرجال أعمارهم 45 فأكثر. إن معدل من يبقى منهم على قيد الحياة، في الفترة التي يكتسبون المرض خلالها، سيكون حوالي 30 سنة. كما أن متوسط الزمن بين تشخيص المرض وموت المريض هو حوالي 1/2 سنة وهكذا فمن بين الذين اكتسبوا المرض يوجد فقط نسبة  $1/2 \times 1/30$  قد شخص لديهم المرض عندما سحبت العينة، ولما كان 9% فقط من العينة قد ظهر لديهم المرض بطريقة ما فإن نسبة المرض في وقت ما هي  $0.2\% = 0.09 \times 1/2 \times 1/30$  أو 2 من ألف، وهذا يعني أننا نحتاج إلى عينة كبيرة جداً للحصول على عدد جدير بالاهتمام لمرضى السرطان الرئوي.



### 7.3 الدراسة الاترابية

#### Cohort Studies

هي تصميم تطوعي حيث تبدأ بافتراض سبب ممكن ونرى فيما إذا كان هذا السبب يؤدي إلى المرض في المستقبل. نأخذ مجموعة من الناس، الأتراب، ونراقب فيما إذا كانوا يملكون العامل المسبب المشتبه به، ثم نتابعهم ونراقب فيما إذا تطور لديهم المرض. تستغرق الدراسة الاترابية عادة زمناً طويلاً، إذ يجب أن ننتظر حدثاً سيحصل في المستقبل، ويقتضي هذا أن نتبع آثار مجموعة كبيرة من الناس، ربما لعدد كبير من السنوات. وغالباً فإن حجم العينة يجب أن يكون كبيراً للتأكد من أن عدداً كافياً سيظهر عندهم المرض كيما يتمكن من المقارنة بين الذين يملكون العامل المسبب للمرض والذين لا يملكونه.

الجدول 1.3 : معدلات الوفيات المصيرة في السنة لكل 1000 رجل أعمارهم 35 سنة فما فوق فيما يتعلق المدخنين الحديثين، بعد متابعة 53 شهراً (Hill و Doll 1956)

سبب الوفاة	معدل الوفيات بين				
	غير المدخنين	الرجال الذين يدخنون يومياً			
		المدخنون	متوسط وزن التبغ الذي يستهلكه 1-14 g	15-24 g	25+ g
سرطان الرئة	0.07	0.90	0.47	0.86	1.66
سرطانات أخرى	2.04	2.02	2.01	1.66	2.63
أمراض تنفسية أخرى	0.81	1.13	1.00	1.11	1.41
الحوادث الإكليلية	4.22	4.87	4.64	4.60	5.99
أسباب أخرى	6.11	6.89	6.82	6.38	7.19
جميع الأسباب	13.25	15.78	14.92	14.49	18.84

إن الدراسة الاترابية المنوه عنها للوفيات التي لها علاقة بالتدخين قد أجريت من قبل (Hill و Doll 1956) فقد أرسلت استمارات لجميع العاملين في القطاع الطبي في المملكة المتحدة، وقد طلب منهم أن يسجلوا الاسم والعنوان والعمر وتفاصيلات عن ممارستهم للتدخين حالياً وفي السابق. وقد سُجّلت الوفيات في هذه المجموعة، وقد أبدى 60% فقط من الأطباء تعاوناً، لذا فالفصيلة لا تمثل في الحقيقة جميع الأطباء. ونتائج الدراسة للأشهر الثلاثة والخمسين الأولى مبنية في الجدول (1.3).

فالفصيلة هنا تمثل الأطباء المستعدين لملاء الاستمارة وإعادتها وليس المجتمع بكامله. ولا نستطيع استخدام معدل الوفاة كتقدير للمجتمع أو حتى لجميع الأطباء. وكل ما نستطيع قوله هو أنه في هذه المجموعة من المحتمل أن يموت المدخنون من سرطان الرئة أكثر من غير



المدخنين، وستكون هذه العلاقة مثيرة للدهشة إذا كانت صحيحة فقط عند الأطباء. ولكننا لا نستطيع أن ندعي بالتحديد أن هذه الحالة تشمل المجتمع بأكمله، وذلك بسبب الطريقة التي اختيرت بها العينة.

ولدينا أيضاً مشكلة أخرى لتداخل المتغيرات، فالأطباء لم يصنفوا كمدخنين وغير مدخنين كما في التجارب السريرية، فقد اختاروا تصنيفهم بأنفسهم، وإن إقرار بدء التدخين يمكن أن يرتبط بعوامل كثيرة (عوامل اجتماعية، وعوامل شخصية وعوامل وراثية). يمكن أن ترتبط هي نفسها بسرطان الرئة، وعلينا أن نأخذ في الحسبان هذه الإيضاحات المختلفة بعناية كبيرة قبل أن نستخلص أية نتيجة تتعلق بأسباب السرطان. في هذه الدراسة لا توجد معطيات لاختبار مثل هذه الفرضية وهي المشكلة العامة في الدراسة الارتباطية، لأن العينة كبيرة جداً ولم نجمع سوى معلومات ضئيلة عن كل عنصر فيها.

### Case-control Studies

### 8.3 دراسات الحالة والشاهد

حل آخر لمشكلة قلة عدد المصابين بالمرض الذي ندرس، هذا الحل هو دراسة الحالة والشاهد. في هذه الطريقة نأخذ مجموعة من الأشخاص مصابين بالمرض ندعوها "الحالات" ومجموعة أخرى غير مصابة بالمرض ندعوها "الشاهد". ثم نوجد تعرض كل مختبر للعامل المسبب المحتمل، ونرى فيما إذا كان هذا يختلف في المجموعتين. لقد نفذ (Doll و Hill 1950) دراسة من هذا الشكل "حالة وشاهد" في aetiology لسرطان الرئة قبل دراستهم الارتباطية، ففي عشرين مشفى في لندن، اعتبر جميع المرضى المقبولين في هذه المشافي على أنهم مصابون بسرطان الرئة "الحالات" وقد زار المشفى أحد الدارسين لمقابلة الشخص المختبر "الحالة" وفي الوقت ذاته اختار مريضاً دل التشخيص أنه غير مصاب بالسرطان من الجنس نفسه وفي حدود خمس سنوات من عمر أقرانه في المشفى ذاته واعتبره "الشاهد". عندما يتاح لنا اختيار أكثر من مريض ملائم، فنختار الأول من قائمة الجناح المختبر مع الجناح التوأم الملائم للمقابلة. يبين الجدول (2.3) العلاقة بين التدخين وسرطان الرئة لهؤلاء المرضى، حيث يعد مدخناً كل من يدخن بمعدل دخينة واحدة يومياً لمدة لا تقل عن سنة. ويلاحظ أن "الحالات"



هم أكثر احتمالاً أن يمارسوا التدخين من "الشواهد" وقد استنتج (Hill و Doll) أن التدخين عامل هام في حدوث سرطان الرئة.

الجدول 2.3 : عدد المدخنين وغير المدخنين بين مرضى سرطان الرئة نوعاً  
وعمرًا بالمقارنة مع الشواهد المرضى بغير السرطان (Hill و Doll, 1950).

	غير مدخنين	مدخنون	المجموع
الرجال			
مرضى سرطان الرئة	2 (0.3%)	647 (99.7%)	649
مرضى الشواهد	27 (4.2%)	622 (95.8%)	649
النساء			
مرضى سرطان الرئة	19 (31.7%)	41 (68.3%)	60
مرضى الشواهد	32 (53.3%)	28 (46.7%)	60

إن دراسة الحالات والشواهد هي طريقة جذابة في البحث بسبب سرعتها النسبية وكلفتها الضئيلة بالمقارنة مع الطرائق الأخرى، ولكن من جهة ثانية هناك صعوبات في اختيار "الحالات" و"الشواهد" وفي الحصول على المعلومات مما يؤدي أحياناً إلى نتائج متناقضة ومتعارضة.

والصعوبة الأولى هي اختيار "الحالات" وهذه المسألة تلقى اهتماماً ضئيلاً لا يتعدى التعريف الشائع للمرض، وبيان إثبات التشخيص، وهذا مفهوم نوعاً ما لأنه يوجد عادة شيء قليل آخر يمكن للباحثين أن يفعلوه. فهم يبنون بالمجموعة المتاحة من المرضى، ومع ذلك فهؤلاء المرضى لا يوجدون منعزلين. وقد شخّص لديهم المرض نتيجة لعملية ما، فأصبحوا لذلك متاحين للدراسة. نفرض مثلاً أننا اشتبهنا أن موانع الحمل الفموية يمكن أن تسبب سرطان الثدي. ولدينا مجموعة من المرضى شخّص لديهم هذا المرض، فعلينا أن نسأل أنفسنا فيما إذا كانت أي منهن قد اكتُشف مرضها بفحص طبي أجري لها بعد مراجعة الطبيب. فإذا كان الأمر كذلك، فالحبوب يمكن أن تكون ترافقت مع كشف المرض أكثر من كونها سبباً له.

ثمة صعوبة أكبر نصادفها في اختيار المجموعة الشاهدة، فالمطلوب هنا مجموعة من الناس غير مصابين بالمرض، ولكنها من جهة أخرى قابلة للمقارنة مع "الحالات" المدروسة. فيجب أن نحدد في البدء المجتمع الذي نسحب منه المجموعة الشاهد، هناك مصدران لهذه المجموعة المجتمع العام، والمصابون بأمراض أخرى. والمصدر الثاني مفضل لإمكان التوصل إليه



بسهولة، ومن الواضح أن هذين المجتمعين غير متطابقين. وعلى سبيل المثال بين (Hill و Doll) الوضع التدخيني الحالي لـ 1014 رجلاً وامرأة مصابين بأمراض غير السرطان. فكان 14% منهم لا يدخنون حالياً. وقد لاحظ أنه لا يوجد فرق بين المدخنين وغير المدخنين، في مجموعات المرضى، فيما يتعلق بالأمراض التنفسية، والأمراض القلبية الوعائية، والأمراض المعدية المعوية. من جهة ثانية تبلغ النسبة المئوية لغیر المدخنين في المجتمع العام حالياً 18% من الرجال و59% من النساء (Todd 1972). ويلاحظ أن معدل المدخنين في مجموعات المرضى مرتفع إجمالاً. وكان تقريرهما، طبعاً، أن التدخين مترافق مع الأمراض في كل مجموعة، وأن المدخنين. أكثر إصابة بالمرض وأكثر احتمالاً أن يكونوا في المشافي من غير المدخنين.

من البديهي أن المقارنة التي نريد إجراؤها هي بين المرضى والأصحاء وليس بين المرضى قيد الدراسة والمرضى المصابين بأمراض أخرى. ونريد أن نعرف كيف تنقي المرض، وليس كيف تختار مرضاً دون آخر. من جهة أخرى من الأسهل كثيراً استخدام المرضى في المشافي كمجموعات شاهد، ولكن هذا يمكن أن يوجد تحيزاً في الاختيار لأن العامل المؤثر يمكن أن يترافق بأمراض أخرى. نفرض الآن أننا نريد اكتشاف العلاقة بين المرض والتدخين باستخدام المجموعة الشاهد من المشفى. ولكن هل يجب علينا استبعاد مرضى سرطان الرئة من المجموعة الشاهد؟ إذا أدخلنا هؤلاء المرضى، فإن المجموعة الشاهد يمكن أن تحوي نسبة مدخنين أكبر مما هي عليه في المجتمع العام، بينما إذا استبعدناهم فيمكن أن يحصل العكس. وتعمل هذه المشكلة باختيار مجموعة عديدة من المرضى كما في حالات مرضى الكسور، حيث يعتقد أن مرضهم غير مرتبط بالعامل للبحوث عنه. في دراسة "الحالة" و"الشاهد" باستخدام سجلات المرضى، يمكن أن تكون المجموعة الشاهد أحياناً، أشخاصاً مصابين بأنواع أخرى من السرطان، وأحياناً تستخدم أكثر من مجموعة شاهد واحدة.

بعد أن حددنا المجتمع علينا أن نختار العينة، توجد عوامل كثيرة تؤثر على التعرض لعوامل المخاطرة مثل العمر والجنس. إن الطريقة الأكثر مباشرة هي أخذ عينة عشوائية كبيرة من المجتمع الشاهد، والتحقق من جميع الصفات وثيقة الصلة بالموضوع، وبعد ذلك إجراء التعديل عليها أثناء الدراسة لتفادي الفروق بين الأفراد، باستخدام الطرائق الموصوفة في الفصل 17. أما الطريقة البديلة فهي أن نأخذ لكل "حالة" "شاهد" ويكون هذا "الشاهد" من العمر



والجنس نفسه. وبعد إنجاز ذلك، يمكننا مقارنة "الحالات" و"الشواهد" بعد معرفة أن تأثيرات هذه المتغيرات الطارئة تعدل آلياً. إذا رغبنا باستبعاد "حالة" ما فعلياً استبعاد "الشاهد" الموافق لها أيضاً، وإلا أصبحت المجموعات غير قابلة للمقارنة. ويمكننا أن نحصل على أكثر من "شاهد" واحد لكل "حالة" ولكن الدراسة تصبح معقدة.

إن التوافق في بعض المتغيرات لا يؤكد قابلية المقارنة على الكل، ولو صح هذا حقيقة، فلا قيمة لهذه الدراسة. ماثل (Hill and Doll) بين "الحالات" و"الشواهد" في العمر والجنس والمشغى وسجلاً أيضاً مكان الإقامة فوجدنا أن 25% من "الحالات" كانت من خارج لندن، بالمقارنة مع 14% من "الشواهد". إذا أردنا أن ننظر فيما إذا كان هذا ذا تأثير على علاقة السرطان بالتدخين فعلياً أن نقوم بتعديل إحصائي على أية حال. (لقد كان الحل الذي قدمه Doll و Hill ورفاقهما هو تركيز الانتباه على 98 زوجاً من المختبرين من مشافي لندن). وهنا تعرض لنا مشكلة التماثل، فنحن نعلم أنه كلما كان التماثل أكبر، كلما كانت المتغيرات المتداخلة التي نزعجنا أقل. ولكن هذا يجعل المماثلة أكثر فأكثر صعوبة، وحتى التماثل في العمر والجنس فإن (Hill and Doll) لم يستطيعوا أن يجدوا دائماً مجموعة شاهدة في المشفى نفسه، فكان عليهما أن يبحثا في مكان آخر. وعلى هذا فالتماثل في متغيرات أخرى غير العمر والجنس صعب جداً.

بعد أن نقرر المتغيرات المتماثلة، نوجد في المجتمع الشاهد جميع التماثلات الممكنة. وإذا كانت ثمة تماثلات أكثر مما نحتاج، علينا أن نختار العدد المطلوب عشوائياً. ثمة طرائق أخرى كالنسي استخدمت من قبل (Hill and Doll) سمحا للراعية المشرفة على جناح المرضى باختيار العينة، مما يمكن أن يسبب تحيزاً واضحاً. وإذا لم نستطع إيجاد "شاهد" ملائم، يمكننا أن نجرب أحد أمرين: إما أن نوسع مقياس التماثل، العمر مثلاً ليصبح على مدى عشرة سنوات عوضاً عن خمس، أو نستبعد هذه "الحالة".

توجد بعض الصعوبات في تفسير نتائج دراسة "الحالة" و"الشاهد" إحدى هذه الصعوبات هي أن تصميم "الحالة" و"الشاهد" يتطلب عادة دراسة واجهة، أي أننا نبدأ بالوضع الحالي للمرضى، سرطان الرئة، مثلاً، ونربطه بالماضي أي بتاريخ ابتداء التدخين وتعتمد عادة نعتمد على ذاكرات المختبرين المشكوك فيها. ونصادف مشكلة تقويم التحيز في مثل هذه



الدراسات، كما في التجارب السريرية الفقرة (9.2)، فالقائمون بالمقابلات يعرفون غالباً فيما إذا كان من يتقبلونه هو "الحالة" أم "الشاهد" وهذا يمكن أن يؤثر كثيراً على طريقة طرح الأسئلة. وتبرز المسألة ذاتها لدى استدعاء الحوادث الماضية من قبل "الحالة" فعلى سبيل المثال من المحتمل أن تتذكر الأم ما يخص ابنها للمعاق من حوادث أكثر مما تتذكر عن ولدها الطبيعي في أيام الحمل التي يمكن أن تكون سبب هذا الأذى. هذه الاعتبارات وسواها تجعل دراسة "الحالة" و"الشاهد" صعبة التفسير للغاية. والدلالة المستخلصة من مثل هذه الدراسات يمكن أن تكون مفيدة. ولكن يجب الرجوع إلى المعطيات التي نحصل عليها من طرائق أخرى في البحث قبل أن نخلص إلى أية نتيجة نهائية.

الجدول 3.3 : الأجيال على السوالين المتماثلين حول المرض والصحة بحسب العمر (Hedges 1979)

	العمر بالسنوات			المجموع
	18-34	35-64	65+	
(أ) هل تستطيع عمل شيء	78%	84%	88%	86%
(ب) هل تستطيع عمل شيء	48%	49%	50%	49%

توجد مشكلات كثيرة لدى استخدام هذه التصميمات الرقابية، والمستمر الطبي لهذه الأبحاث يجب أن يكون واعياً لها. وليس لدينا طريقة أفضل لمعالجة هذه الأسئلة، لذا علينا أن نعمل ما بوسعنا من أجلهم ونبحث عن علاقات متماسكة تقف أمام أي اختبار. يمكننا أيضاً أن نبحث عن إثباتات لتناقصنا بصورة غير مباشرة، في نماذج حيوانية أو من تقصي العلاقة بين الدواء والاستجابة له في المجتمع الإنساني. ومع ذلك، علينا أن نقبل أن البرهان الكامل على هذه القضايا مستحيل، ومن غير المعقول أن يطلب منا ذلك. وفي بعض الأحيان، كما في، التدخين والصحة، علينا أن نعمل على التوازن الدلالي.

### 9.3 تحيز الاستبانة في الدراسات الرقابية

#### Questionnaire bias in observational studies

لقد نظرنا في الفقرة (8.2) في تحيز الاستجابة في التجارب السريرية، وتبرز المشكلة نفسها في الدراسات الرقابية. وغالباً ما يكون الأمر هنا أكثر تعقيداً لكثرة المعطيات التي بمدنا بها



المختبرون أنفسهم. إن الطريقة التي يطرح بها السؤال يمكن أن تؤثر على الجواب. وفي بعض الأحيان يكون التحيز واضحاً في السؤال، كما في السؤال التالي:

٢ - هل تعتقد أن الناس يجب أن يكونوا أحراراً في اتخاذ الإجراءات الطبية الوقائية المثلى للعناية الممكنة لأنفسهم ولأسرهم، بعيداً عن التدخل من قبل بيروقراطية الدولة.

ب - هل ينبغي أن يكون الثري قادراً على شراء مكان لنفسه في مقدمة طابور العناية الطبية متجاوزاً أولئك الذين هم بحاجة أكبر، أم أن العناية الطبية يجب أن تخصّص على أساس الحاجة فقط؟

في المقطع (أ) يتوقع الجواب عليه: نعم بينما يتوقع في المقطع (ب) الجواب: لا. نأمل ألا نضلل. يمثل هذه التلاعبات المفضوحة، ولكن تأثير الصياغة اللفظية للأسئلة يمكن أن تكون أكثر خبثاً من هذا. لقد أورد (1978 Hedges) عدة أمثلة على تأثير الصياغة اللفظية للأسئلة. فقد طرح على مجموعتين تعداد 800 من المختبرين واحداً من الأسئلة التالية:

٢ - هل تشعر أنك تعتني بشكل كافٍ بصحتك، أم لا؟  
ب - هل تشعر أنك تعتني بشكل كافٍ بصحتك أو هل تعتقد أنه يمكنك الاعتناء بشكل أكثر؟

في الإجابة على السؤال (أ) ادعى 82% أنهم يعتنون بشكل كافٍ، بينما 68% فقط قالوا هذا في الإجابة على السؤال (ب). وكان الفرق بين الإجابتين في الزوج التالي من الأسئلة أكثر إثارة.

٢ - هل تعتقد أن شخصاً في عمرك يستطيع أن يفعل أي شيء، يمنع المرض في المستقبل أم لا؟

ب - هل تعتقد أن شخصاً في عمرك يستطيع أن يفعل أي شيء لمنع المرض في المستقبل أو أن ذلك يواجه عام يحدث بالمصادفة؟

ليس ثمة فرق في النسبة للتوبة فقط للذين أجابوا أنهم يستطيعون فعل شيء ما، ولكن بين الجدول (3.3) أن هذا الجواب مرتبط بالعمر من أجل الصيغة (أ) ولكنه غير مرتبط بالعمر من أجل الصيغة (ب). وهنا الصيغة (ب) غامضة، لأنه من الممكن تماماً أن نفكر أن الصحة هي بشكل عام من الأمور التصادفية، ولكن لا يزال ثمة شيء يمكن للإنسان أن يعمل من أجلها.



في بعض الأحيان يمكن للمجيب أن يفسر السؤال بطرائق مختلفة، فمثلاً عندما يُسأل فيما إذا كان فبسي العادة يسعل بداية في الصباح، أجاب 3.7% من طلاب المدارس في (Derlyshine) أنهم يسعلون، وعندما سُئل أهلهم عن هذا أجاب 2.4% منهم بالإيجاب، والفرق بين النسبتين ليس كبيراً، ومع ذلك عندما سئلوا عن السعال في أوقات أخرى في اليوم أو في المساء أجاب 24.8% من الأطفال بنعم بالمقارنة مع 4.5% فقط من الأهل (Bland ورفاقه 1979). كل هذه الأعراض، تبين وجود علاقات بين الأولاد المدخنين والمتغيرات الممكنة الأخرى، وفيما بينها أيضاً. وعلينا أن نسلّم أننا نقيس شيئاً ما، لسنا متأكدين ما هو

ثمة شيء آخر هو أن المجيب يمكن ألا يفهم الأسئلة، وبخاصة عندما تتضمن عبارات طبية. في الدراسات المبكرة للمدخنين من الأولاد وجدنا أن 85% من العينة وافقوا أن التدخين يسبب السرطان، ولكن 41% أفادوا أن التدخين غمر مؤذ (Bewley ورفاقه 1974) يوجد تعليان ممكنان على الأقل لهذه النتيجة إن طلب الموافقة على العبارة السلبية "التدخين ليس مؤذياً" قد يشوش الأطفال، أو ربما لا يرون السرطان مؤذياً، وكلا الإمكانين واردان وضوحاً. وفي دراسة أخرى لدخائن "Kent" سألنا عينة أخرى من الأطفال فيما إذا كانوا يوافقون على أن التدخين يسبب السرطان وأن التدخين مضر بالصحة (Bewley و Bland 1976). في هذه الدراسة وافق 90% منهم على أن التدخين يسبب السرطان و 91% وافقوا على أن التدخين مضر بالصحة. وفي دراسة أخرى لـ (Bland ورفاقه 1975) سألنا الأولاد ماذا نعني بالعبارة "سرطان الرئة"، وجدنا 13% فقط بدا لنا أنهم فهموا ماذا تعني هذه العبارة بينما 32% لم يفهموا، وكانوا يقولون غالباً "لا أعلم" وجميعهم تقريباً عرفوا مع ذلك أن التدخين يسبب سرطان الرئة.

إن الوضع الذي يطرح فيه السؤال يمكن أن يؤثر على الإجابة. لقد قامت الشركة العالمية للاتصالات واستطلاعات الرأي والبحث التسويقي باقتراح، سئل فيه نصف المختبرين عن مرشحهم المفضل في مقابلات حية معهم، بينما أعطى نصفهم الآخر أوراقاً انتخابية سرية (Mekie 1992) فاختار 33% العمال في الطريقتين و 28% اختاروا المحافظين في المقابلة، واستنكف 7% منهم عن التصويت. في حين اختار 35% المحافظين بالاعتراع السري



واستكشف 1% منهم فقط. وهكذا أظهرت الطريقة السرية أغلبية للمحافظين، كما أظهرت المقابلة الحية أغلبية للعمال وكمثال آخر قارن (Sibbad ورفاقه 1994) بين عيتين عشوائيتين للأطباء الممارسين (GPS) أخذت أجوبة الأولى بالبريد ثم بالهاتف إذا لم يصل الجواب بعد التذكير مرتين، وأخذت أجوبة الأخرى بالهاتف مباشرة. وقد أفاد 19% من العينة الريدية أنهم أجابوا دون استشارة أحد بالمقارنة مع 36% من عينة الهاتف، بينما أفاد 14% أن المساعد الصحي قدم لهم المشورة بالمقارنة مع 30% من زمرة الهاتف. ونستخلص من ذلك أن طريقة طرح السؤال قد أثرت على الجواب. لذا يجب أن كون حلرين جداً عندما نفسر أجوبة الاستبيان.

إن أفضل طريقة وأسلسها، إذا لم تكن الطريقة الوحيدة، للحصول على المعطيات هي أن نسأل الناس، وعندما نفعل ذلك علينا أن نكون حريصين جداً أن تكون الأسئلة مباشرة، وغير غامضة، وبلغة يفهمها المجهب. وإذا لم نفعل ذلك فمن المحتمل أن تقع كارثة.

### M3 أسئلة الاختيار من متعدد من 7 إلى 13

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

#### 7. المجتمع الإحصائي:

- أ - يتكون من أشخاص فقط
- ب - يمكن أن يكون محدوداً
- ج - يمكن أن يكون غير محدود
- د - يمكن أن يتكون من أية مجموعة من الأشياء التي نهتم بها
- هـ - يمكن أن يتكون من أشياء لا توجد حقيقة

#### 8. المسح الإحصائي للمرضى في يوم واحد داخل مستشفى الأمراض النفسية - العقلية يمكن:

- أ - أن يعطي معلومات جيدة عن المرضى في ذلك المشفى في تلك الفترة
- ب - أن يعطي تقديراً موثقاً للعوامل الفصلية عند القبول
- ج - يمكننا أن نستخلص نتائج عن المشافي العقلية - النفسية في بريطانيا
- د - يمكننا من تقدير توزيع مختلف التشخيصات في المرض العقلي محلياً



هـ - تخبرنا عن عدد المرضى الذين كانوا في المشفى

9. في الاعتيان العشوائي البسيط:

أ - كل عنصر من المجتمع الإحصائي له الفرصة ذاتها في الاختيار

ب - يجب ألا تختار العناصر المتجاورة في المجتمع

ج - لا نستطيع تقدير الأخطاء المحتملة

د - كل عينة ممكنة الاختيار لها الفرصة ذاتها في الاختيار

هـ - يتوقف قرار قبول المختبر في العينة على خصائص هذا المختبر فقط

10. يتضمن الاعتيان العشوائي الفوائد التالية:

أ - يطبق على أي مجتمع

ب - يمكن تقدير الأخطاء المحتملة

ج - لا يوجد تحيز

د - من السهل القيام به

هـ - يمكن أن يستدل بالعينة على مجتمع معلوم

11. في دراسة مرضى المشافي. اختبر 20 مشفى عشوائياً من قائمة المشافي، ثم اختبر 10% من

المرضى عشوائياً من كل مشفى:

أ - عينة المرضى، هي عينة عشوائية

ب - جميع المشافي، لها الفرصة ذاتها في الاختيار

ج - جميع المرضى لها الفرصة ذاتها في الاختيار

د - يمكن أن تستخدم العينة للاستدلال بما على جميع مرضى المشافي في ذلك الوقت

هـ - جميع العينات الممكنة للمرضى لها الفرصة ذاتها في الاختيار

12. لتفحص العلاقة بين تعاطي الكحول وسرطان المري، تتضمن الدراسة الملائمة:

أ - أخذ الاستبانة المسحية للعينة العشوائية من جداول المقترعين

ب - مقارنة سير تعاطي الكحول بين مجموعة المرضى المصابين بسرطان المري وبين

المجموعة الشاهد من الأصحاء، متماثلة في العمر والجنس



ج - مقارنة بين معدل سرطان المري الحالي بين مجموعة الكحوليين ومجموعة غير الكحوليين

د - مقارنة لسيرة مدمسي الكحول بين مجموعة مرضى سرطان المري، وبين عينة عشوائية من المنطقة المحيطة مأخوذة من جداول المقترعين وذلك باستخدام بطاقات الاستبيان.

هـ - مقارنة بين معدل الوفيات بسرطان المري في عينة كبيرة من المختبرين بعد معرفة استهلاكهم للكحول في الماضي

13. في دراسة الحالة - الشاهد لمعرفة ما إذا كانت الأكرزما في الأولاد مرتبطة بتدخين الأهل:

أ - يسأل الأهل عن ممارستهم التدخين حين مولد الطفل، ثم يراقب تطور الأكرزما الذي يلي ذلك عند الطفل

ب - تقارن أولاد مجموعة الأهل المدخنين مع مجموعة الأهل غير المدخنين

ج - يطلب من الأهل التوقف عن التدخين، لمعرفة ما إذا كانت الأكرزما تتراجع عند أطفالهم

د - تقارن أولاد المدخنين المصابون بالأكرزما مع أولاد المدخنين غير المصابين بالأكرزما

هـ - يفرز الأهل عشوائياً إلى مجموعة المدخنين ومجموعة غير المدخنين

### E 3 تمرين الخمج بمرض *Campylobacter jejuni*

*Campylobacter jejuni* هو جرثوم يسبب مرض معدي معوي، ينتشر بالطريق الفموي البرازي. ويصيب أنواعاً مختلفة من الأحياء. وينتقل المرض إلى الإنسان من مداعبة الكلاب والقطط، ومعالجة الدواجن وأكل لحومها، واللحوم الأخرى، وعن طريق الحليب مصادر المياه. يعالج هذا المرض بالمضادات الحيوية.

في حزيران 1990 ارتفع معدل العزل لمرضى C.J. إلى أربعة أضعاف في مقاطعة Ogwr في وسط Glamorgan. وقد أفادت أم الطفل الذي أدخل المستشفى نتيجة إصابته باختلاطات حموية ناشئة عن أن زجاجات الحليب الخاصة بالطفل قد هوجمت من قبل الطيور أثناء الأسبوع الذي سبق مرضه، وقد رافقت هذه الحادثة، حادثة علوى بالمرض في بقعة أخرى.



هذه للمشاهدة، مع ارتفاع معدل المرض Z، عجلت في دراسة الحالة - الشاهد.  
(ساوثرن ورفاقه 1990).

المجدول 4.3: تسلم زحاجات الحليب عند درجة الباب وتعرض الحليب لهجمات الطيور

النسبة المئوية		الحالات		الشواهد
تسلم الحليب عند درجة الباب	29	% 91	47	% 73
زحاجات الحليب التي هاجتها الطيور سابقاً	26	% 81	25	% 25
زحاجات الحليب للهجمة قبل أسبوع من للرض	26	% 81	5	% 5
التقياسات الوقائية	6	% 19	14	% 14
معالجة الزحاجات للهجمة في الأسبوع السابق للرض	17	% 53	5	% 5
شرب الحليب من الزحاجات للهجمة في الأسبوع السابق للرض		% 80	5	% 5

المريض المختير "الحالة" هو شخص أكد الفحص المخبري عدواه بالمرض Z. وقد تعرض لهجمة ما بين 1 أيار و 1 حزيران 1990، وكانت إقامته في بقعة في مركز Bridgend. وقد أهدت من الدراسة الحالات التي قضى أصحابها ليلة أو أكثر بعيداً عن هذه المنطقة في الأسبوع ما قبل الهجمة، إذا أصابتهم الهجمة في مكان آخر أو كانوا في أسرة يوجد فيها حالة إسهال في الأسابيع الأربعة السابقة.

أما المجموعة الشاهدة فقد اختيرت من السجلات العامة للمرضى أو من أمثلة قليلة من الذين يزاولون الخدمة في نفس المنطقة. وقد اختير لكل "حالة" شاهدان ماثلان لها في العمر والجنس (بتقريب خمس سنوات) ومكان الإقامة.

المجدول 5.3: تكرار هجمات الطيور على زحاجات الحليب

عدد الأيام الأسبوع عندما حدثت للهجمات	الحالات	الشواهد
0	3	42
1-3	11	3
4-5	5	1
6-7	10	1

وقد جرت المقابلات "للحالات" والشواهد وفق استمارات قياسية في المنزل أو بالمهايف. وقد سئلت "الحالات" عن العوامل المختلفة التي تعرضت لها في الأسبوع السابق



لبداية المرض. كما سئلت "الشواهد الأمثلة ذاتها عن الأسبوع الموافق للحالات المماثلة. وقبل أن نجري مقابلة مع الشاهد، كتبنا إيضاحاً حول هدف البحث. إذا كان الشاهد أو أحد أعضاء أسرته قد أصيب بالإسهال أكثر من ثلاثة أيام في الأسبوع قبل أو أثناء مرض الحالة للمقابلة، أو أنه قضى أية ليال أثناء ذلك الأسبوع بعيداً.



## Types of data

## 1.4 أنواع المعطيات

نظرنّا في الفصلين الثاني والثالث في طرائق تجميع المعطيات، وسنرى في هذا الفصل كيف يمكن تلخيص المعطيات للمساعدة على إظهار للمعلومات التي تحتويها. ويمكن أن نتوصل إلى ذلك بحساب بعض القيم التي نستخلص منها أشياء ذات أهمية في هذه المعطيات، ندعو هذه القيم "الإحصائيات" والإحصائية هي أية قيمة يمكن حسابها من المعطيات فقط.

من المفيد أن نميز بين ثلاثة أنواع من المعطيات: المعطيات الكيفية، المعطيات الكمية المنقطعة، والمعطيات الكمية المستمرة. تصادف المعطيات الكيفية عندما يمكن تصنيف الأفراد في صفوف منفصلة، وقد لا يرتبط بين صف وآخر أية علاقة عددية، مثل الجنس: مذكر، مؤنث، أو أنواع اللوز: منزل، بيت صغير، شقة، دار. أو لون العيون: بني، رمادي، أزرق، أخضر. أما المعطيات الكمية فهي عددية ونلاحظها في التعداد أو القياس. فإذا كانت القياسات أعداداً صحيحة مثل عدد أفراد أسرة أو عدد الأسنان المحشوة. يقال ألها منقطعة، أما إذا كانت القياسات تأخذ أية قيمة في مجال ما مثل الطول أو الوزن فيقال إنها مستمرة. من الوجهة العملية ثمة تداخل بين هذه الفئات. إذ أن معظم المعطيات المستمرة محددة بالدقة التي نقيس بها هذه المعطيات. فمثلاً من الصعب قياس طول إنسان بدقة تقل عن 1 مم، وعادة يقاس بدقة 1 سم، لذا فالمجموعات التي نلاحظها فعلياً هي فقط المجموعات المنتهية



من القياسات. ومع أن الطول يمكن أن يأخذ عدداً غير منته من القيم فإن قياس الطول في الحقيقة هو متغير منقطع. من جهة ثانية، سننظر إلى الطرائق الموصوفة لاحقاً والتي تعالج المتغيرات المستمرة على أنها الطرائق الملائمة لتحليل هذه المعطيات.

سنطلق على هذه الكميات أو الكيفيات: الجنس، الطول، العمر... اسم المتغيرات، لأنها تتغير من عنصر لآخر في العينة، كما يسمى المتغير الكيفي أيضاً المتغير المصنّف أو الموصّف. وسنستخدم هذه التسميات بالتبادل.

الجدول 1.4 : التشخيص الأساسي للمرضى في مستشفى Tooting Bec

التشخيص	عدد المرضى
الصمام	474
اضطرابات عائلية	277
متلازمة دماغية عضوية	405
مدوّق	58
الكحولية	57
أمراض أخرى غير معروفة	196
المجموع	1467

## 2.4 التوزيع التكراري Frequency distributions

عندما تكون المعطيات كيفية تماماً، فأبسط طريقة للتعامل معها هو تعداد الحالات في كل صف. فمثلاً في تحليل مجتمع المرضى في مشافي الأمراض النفسية الفقرة (2.3) فإن أحد المتغيرات التي نهتم بها هو التشخيص الرئيسي للمريض (Bewley ورفاقه 1975). لتلخيص هذه المعطيات نسجل عدد المرضى الموافق لكل تشخيص، وبين الجدول (1.4) هذه النتائج.

نسمي عدد المرضى التي لها التشخيص نفسه تكرار هذا المرض، فمثلاً التكرار الموافق لمرضى الفصام هو 474، نسمي أيضاً نسبة المرضى التي لها هذا المرض التكرار النسبي، فالتكرار النسبي لمرضى الفصام مثلاً هو  $0.32 = 474/1467$ . أما جدول التكرارات لجميع الفئات الممكنة، فنطلق عليه اسم التوزيع التكراري للمتغير.

نصنف المرضى في هذا المسح حسب توقع تخريجهم من المشفى: مرضى من المرجح تخريجهم، أو مرضى من الممكن تخريجهم، أو من غير المرجح تخريجهم، وبين الجدول (2.4)



تكرارات هذه الفئات. إن إمكان التخريج يمثل متغيراً كيفياً، مثل التشخيص، ولكن الفئات هنا مرتبة. وهذا يمكننا من استخدام مجموعة أخرى من الإحصائيات المخصصة مثل التكرارات التراكمية. يعرف التكرار التراكمي لقيمة ما للمتغير بأنه عدد المفردات للقيم الأصغر أو المساوية لهذه القيمة. فإذا رتبنا أرجحية التخريج بدءاً من "غير مرجح" أو "ممكن" ثم "مرجح" تكون التكرارات التراكمية هي 871، 1210 (= 871 + 339) ثم 1467. ويكون التكرار التراكمي النسبي لقيمة ما هو نسبة المفردات في العينة الأصغر أو المساوي لهذه القيمة. ففي مثالنا التكرارات التراكمية النسبية هي 0.59 (= 871/1467) و 0.82 و 1.00. وهكذا يمكننا أن نرى أن نسبة المرضى الذين هم من غير المرجح تخريجهم هو 0.82 أو 82%.

الجدول 2.4 : أرجحية خروج المرضى في مستشفى Tooting Bec

خروج	التكرار	التكرار النسبي	التكرار التراكمي	التكرار التراكمي النسبي
غير مرجح	871	0.59	871	0.59
ممكن	339	0.23	1210	0.82
مرجح	257	0.18	1467	1.00
الإجمالي	1467	1.00	1467	1.00

إن وصف "الترجيح" في التخريج هو متغير كيفي، قابل للترتيب كما بينا. وفي بعض الأحيان هذا الترتيب يؤخذ بالحساب في الدراسة، وفي أحيان أخرى لا يؤخذ. ومع أن الفئات هنا قابلة للترتيب فالمعطيات ليست كمية. فلا معنى لقولنا أن الفرق بين الوضعين: "مرجح" و "ممكن" هو الفرق نفسه بين: "ممكن" و "غير مرجح".

الجدول 3.4 : رقم الولادة لـ 125 امرأة يوافقن قبل الولادة في عيادات مستشفى St.George

الولادة	التكرار	التكرار النسبي (بالمائة)	التكرار التراكمي	التكرار التراكمي النسبي (بالمائة)
0	59	47.2	59	47.2
1	44	35.2	103	82.4
2	14	11.2	117	93.6
3	3	2.4	120	96.0
4	4	3.2	124	99.2
5	1	0.8	125	100.0
الإجمالي	125	100.0	125	100.0



يبين الجدول (3.4) التوزيع التكراري للتغير كمي مماثل. وفيه عدد حالات الحمل السابقة لعينة من النساء اللاسي ينتظرن الولادة في مستشفى سانت جورج (St.George)، وبما أن عدد حالات الحمل يجب أن يكون عدداً صحيحاً، فالتغير هنا منقطع. والجدول (3.4) يعطينا تكرار كل قيمة.

الجدول 4.4 : يمثل كميات FEVI (باللترات) لـ 57 طالباً من كلية الطب

2.85	3.19	3.50	3.69	3.90	4.14	4.32	4.50	4.80	5.20
2.85	3.20	3.54	3.70	3.96	4.16	4.44	4.56	4.80	5.30
2.98	3.30	3.54	3.70	4.05	4.20	4.47	4.68	4.90	5.43
3.04	3.39	3.57	3.75	4.08	4.20	4.47	4.70	5.00	
3.10	3.42	3.60	3.78	4.10	4.30	4.47	4.71	5.10	
3.10	3.48	3.60	3.83	4.14	4.30	4.50	4.78	5.10	

يبين الجدول (4.4) قيم للتغير المستمر الدال على حجم الزفير القسري بالثانية في عينة من الطلاب الذكور في كلية الطب. وبما أن معظم القيم غير مكررة، فللحصول على توزيع تكراري ذي فائدة، نحتاج إلى تجزئة مجال (FEVI) إلى فئات، مثلاً من 3.0 إلى 3.5، ومن 3.5 إلى 4.0، وهكذا ثم نعد قيم (FEVI) في كل فئة. ونحرص ألا تكون الفئات متداخلة، أي علينا أن نحدد المجالات التي تنتمي إليها النقاط الحدية لتجنب تضاعف هذه النقاط. وقد جرت العادة أن يتضمن مجال الفئة حده الأدنى، أما حده الأعلى فنضيفه إلى المجال التالي. وهكذا فالمجال الذي يبدأ بـ 3.0 وينتهي بـ 3.5 يحتوي 3.0 ولا يحتوي 3.5 ونكتب هذا بالشكل "3.0- أو "3.5-3.0 أو "3.0-3.499".

الجدول 3.4 : التوزيع التكراري لكميات

FEVI لـ 57 طالباً من كلية الطب

تكرار نسبي (بال%	تكرار	FEV1
0.0	0	2.0
5.3	3	2.5
15.8	9	3.0
24.6	14	3.5
26.3	15	4.0
17.5	10	4.5
10.5	6	5.0
0.0	0	5.5
100.0	57	Total



إذا أخذنا نقطة البدء 2.5 وطول المجال 0.5 نحصل على التوزيع التكراري المبين في الجدول (5.4). ومن الملاحظ أن هذا التوزيع ليس وحيداً. فلو اتخذنا نقطة البدء 2.4 وطول المجال 0.2 لحصلنا على مجموعة مختلفة من التكرارات.

الجدول 6.4 : نظام العلاقات لإيجاد التوزيع التكراري لـ FEVI

FEVI	تكراري
2.0	0
2.5	3
3.0	9
3.5	14
4.0	15
4.5	10
5.0	6
5.5	0
Total	57

من الممكن إيجاد التوزيع التكراري بسهولة ودقة باستخدام الحاسوب، أما الحساب اليدوي فليس سهلاً، ولكن يجب أن ينجز بعناية وبصورة منظمة. إحدى الطرائق التي ينصح بها كثير من الكتب المدرسية مثل (Hill, 1977) هي وضع نظام من العلامات كما في الجدول (6.4) فنقرأ المعطيات ومن أجل كل مفردة نضع علامة تمثلها في الفئة الملائمة ثم نعد هذه العلامات في كل فئة. من الناحية العملية، توجد صعوبة كبيرة لإنجاز هذا العمل بدقة، فنحتاج إلى مراجعة هذا العمل، ومراجعة المراجعة. لذا ينصح (Hill) بكتابة كل عدد على بطاقة، ثم تجميع هذه البطاقات وفق رزم توافق الفئات. ومن السهل عندها أن نتأكد أن كل رزمة تحتوي الحالات الموافقة لتلك الفئة ثم نعلها. وهذه الطريقة بدون شك أفضل من نظام العلامات. وطريقتي المفضلة، هي ترتيب المشاهدات تصاعدياً من أصغر قيمة لأكبر قيمة، قبل تحديد الفئات وعد القيم أو استخدام مخطط الساق والورقة الذي سنشرحه فيما بعد.

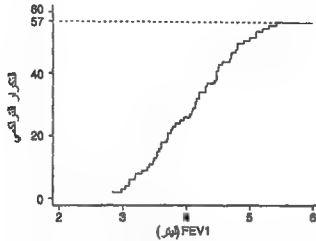
### 3.4 المُنسجات (Histograms) وأشكال تكرارية أخرى

#### Histograms and other frequency graphs

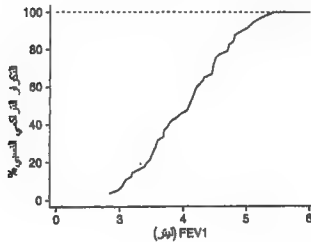
تعد الطرائق البيانية مفيدة جداً في توصيف التوزيعات التكرارية وبين الشكل (1.4) مخططاً للتوزيع التكراري التراكمي لمعطيات (FEVI) نسمي هذا التايح: تايح الخطوة. ويمكننا



تمليس هذا المخطط بوصل النقاط المتتالية، حيث يتغير التكرار التراكمي، بقطع مستقيمة لإيجاد المضلع التكراري التراكمي النسبي ويبين الشكل (2.4) هذا في حالة التكرار التراكمي النسبي لـ (FEV1). هذا الاختطاط مفيد جداً لحساب بعض الإحصائيات الملخصة النسبية نوهنا عنها في الفقرة (5.4).



الشكل 1.4 : التوزيع التكراري التراكمي لـ FEV1 في عينة من طلاب كلية الطب

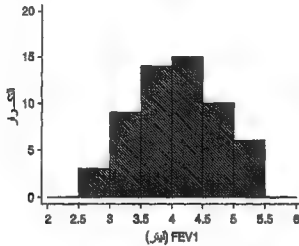


الشكل 2.4 : المضلع التكراري التراكمي لـ FEV1

إن الطريقة العامة في تمثيل التوزيعات التكرارية هي طريقة المنسج وهو يتكون من مجموعة من المستطيلات تنطبق قواعدها "وهي أطوال الفئات" على المحور  $Ox$  وارتفاعاتها أو مساحاتها



تتناسب مع التكرارات الموافقة لهذه الفئات. ويبين الشكل (3.4) مُنسج توزيع (FEVI) الوارد في الجدول (5.4). يبين التدرّيج الشاقولي التكرار، وهو عدد المشاهدات في كل فئة. ويبين الشكل (4.4) مُنسج التوزيع نفسه، حيث يشير التدرّيج الشاقولي للتكرار الموافق لكل وحدة من FEVI (ويسمى كثافة التكرار). ويبدو التوزيعان متطابقين ويمكن أن نتساءل ما إذا كان من المهم أن نحدد الطريقة التي نختارها. وتبرز أهمية هذا عندما يكون التوزيع التكراري ذا فئات غير متساوية كما في الجدول (7.4). إذا أنشأنا المُنسج مستخدمين التكرارات النسبية في الفئة كأطول للمستطيلات حصلنا على الشكل (5.4). بينما إذا استخدمنا التكرار النسبي في السنة نحصل على الشكل (6.4). هذه المنسجات لها دلالات مختلفة. فالشكل (5.4) يشير إلى أن العمر الغالب لضحايا الحوادث هو بين 15 سنة و44. بينما يشير الشكل (6.4) إلى أن هذا العمر بين الصفر و4 فالشكل (6.4) صحيح بينما الشكل (5.4) مشوه بسبب عدم تساوي الفئات. لذلك من المفضل في الحالة العامة اتخاذ التكرار في (الوحدة) عوضاً عن اتخاذ في الفئة عند رسم المنسج. في هذه الحالة يُمثل تكرار فئة ما بمساحة المستطيل المنشأ على هذه الفئة. وعندما تكون الفئات متساوية يُمثل تكرار الفئة بطول المستطيل.

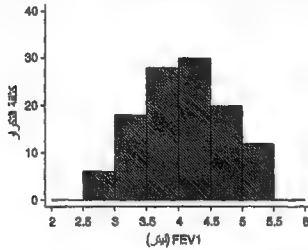


الشكل 3.4: منسج قيم FEVI

وقد أعد (Tukey, 1977) منسجاً مختلفاً وهو **منسج الساق والورقة** الشكل (7.4). فاستبدل بالمستطيلات الأعداد نفسها. (فالساق) هو القسم الصحيح من العدد. و(الورقة)



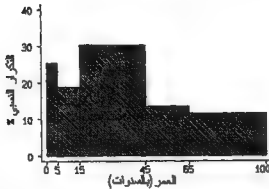
القسم العشري، فالسطر الأول من الشكل (7.4) يمثل الأعداد 2.8، 2.9 و 2.82 و 2.85 و 2.98. ويعطي الرسم تلخيصاً جيداً لبنية المعطيات، ونستطيع في الوقت نفسه ملاحظة خصائص أخرى مثل تفضيل تنظيم على آخر للأرقام، ونسمي مثل هذا التفصيل "الخيار الرقمي" الفقرة (2.15). ومن السهل أيضاً القيام بعملية الترتيب في هذه الطريقة بشكل أفضل وأقل أعطاءً من طريقة إيجاد التوزيع التكراري باستخدام العلامات.



الشكل 4.4 : منسج FEVI: التكرار في وحدة (FEVI) أو كثافة التكرار

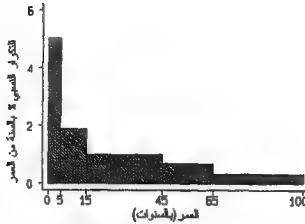
الجدول 7.4 : توزيع أعمار الأشخاص الذين يتعرضون للحوادث في البيت

فئة العمر	التكرار النسبي (بالألف)	التكرار النسبي في السنة (بالألف)
4 - 0	25.3	5.06
5 - 14	18.9	1.89
15 - 44	30.3	1.01
45 - 64	13.6	0.68
+65	11.7	0.33



الشكل 5.4 : توزيع أعمار ضحايا الحوادث البيئية. وفق تدريجات التكرار النسبي





الشكل 6.4 : توزيع أعمار ضحايا الحوادث البيئية: وفق تدريجات التكرار النسبي

2	8 8 9
3	0 1 1 1 2 3 3 4 4 5 5 5 5 6 6 6 7 7 7 7 8 9 9
4	0 0 1 1 1 1 2 2 3 3 3 4 4 4 4 5 5 5 6 7 7 7 8 8 9
5	0 1 1 2 3 4

الشكل 7.4 : مخطط الساق والورقة لمعطيات FEVI ومنورة لرقم عشري واحد

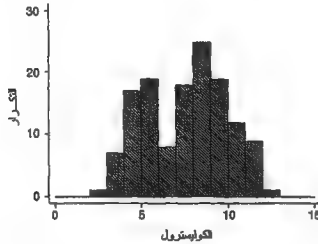
#### 4.4 أشكال التوزيعات التكرارية

##### Shapes of frequency distribution

يبين الشكل (3.4) التوزيع التكراري الذي يشاهد غالباً في المعطيات الطبية. وهذا التوزيع ليس متناظراً تماماً حول قيمته المركزية، وله تكرار أعظمي في نقطة مركزية واحدة. نسمي القيمة الأكثر شيوعاً دارج (mode) التوزيع، فالشكل (3.4) له دارج واحد، ونسميه وحيد الدارج (Unimodal) أما الشكل (8.4) فيمثل نموذجاً مختلفاً فيوجد هنا دارجان متميزان أحدهما بجوار العدد 5 والآخر بجوار العدد 8.5، نسمي هذا التوزيع ثنائي الدارج (bimodal) ويجب أن نميز بدقة بين عدم الانتظام في المنسج الناشئ عن استخدام عينة صغيرة لتمثيل المجتمع الإحصائي، وبين ما ينشئ من ازدواج الدارج في المعطيات. ويلاحظ جيداً وجود وهدة بين 6 و 7 حسب الشكل (8.4) ويمكن أن تمثل ازدواجاً حقيقياً في الدارج. في هذه الحالة ثمة أطفال لهم أسباب خاصة رفعت لديهم مستوى الكوليسترول، بينما الآخرون



لم تكن لديهم هذه الأسباب. فلدينا في الحقيقة مجتمعان إحصائيان مختلفان ممثلان في الشكل مع بعض التداخل بينهما. مع أن جميع التوزيعات التي نصادفها في الإحصاء الطبي هي في الغالب أحادية الدراج.



الشكل 8.4 : الكوليسترول المصلي لدى أطفال عديمي ارتفاع وراثي في الكوليسترول (Leonard ورفاقه، 1977)

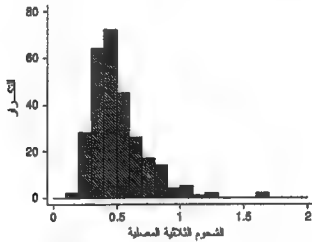
نلاحظ أن الشكل (9.4) يختلف عن (3.4) ولكن بكيفية أخرى. فقد لاحظنا سابقاً أن توزيع (FEVI) متناظر، وتوزيع الشحوم الثلاثية المصلي (Triglyceride) متجانف. أي أن المسافة بين القيمة المركزية والقيمة المتطرفة هي في أحد الجانبين أكبر منها في الجانب الآخر. نسمي جزئي المنسج بـ محور القيم المتطرفة: ذيلي التوزيع. فإذا كان الذيل الأيمن أطول من الذيل الأيسر كما في الشكل (9.4)، نقول إن التوزيع متجانف نحو اليمين أو ذو تجانف إيجابي. أما إذا كان الذيل الأيسر هو الأطول، كان التوزيع متجانفاً نحو اليسار أو ذا تجانف سلبي. أما إذا كان الذيلان متساويين فالتوزيع متناظر. إن معظم التوزيعات التي نصادفها في الدراسات الطبية هي متناظرة أو ذات تجانف يميني، لأسباب سنناقشها فيما بعد الفقرة (4.7).



## 5.4 النواصف والكُميمات

### Medians and quantiles

نرغب غالباً أن نلخص التوزيع التكراري ببعض الأعداد، لتسهيل التعبير عن التوزيع أو بهدف المقارنة. والطريقة المفضلة تكون باستخدام الكُميمات. ويُعرف الكُميم بأنه القيمة التي تقسم التوزيع بحيث توجد نسبة معلومة من المشاهدات دون هذا الكُميم. فالناصف مثلاً هو كُميم، ويعرف الناصف بأنه القيمة المركزية للتوزيع بحيث تكون نصف النقاط أقل منه أو تساويه، والنصف الآخر أكبر منه أو تساويه. ويمكننا تقدير أي كُميم بسهولة من التوزيع التكراري التراكمي أو من مخطط الساق والأوراق. فمن أجل معطيات (FEVI) يكون الناصف 4.1، وهو القيمة التاسعة والعشرون في الجدول (4.4). أما إذا كان لدينا عدد زوجي، نختار القيمة الوسطى بين القيمتين المركزيتين.



الشكل 9.4 : الشعور الثلاثية المصلية في دم 282 طفلاً

في الحالة العامة، نقدر الكُميم  $q$ ، وهو القيمة التي يوجد أقل منها نسبة قدرها  $q$ ، كما يلي. لدينا  $n$  مشاهدة مرتبة تقسم المجال إلى  $n + 1$  جزءاً. تقدر نسبة قيم التوزيع التي تقع دون المشاهدة ذات الرتبة  $i$  بـ  $i/(n + 1)$ . نضع هذه الكمية تساوي  $q$  فنجد:  $i = q(n + 1)$  إذا كان  $i$  عدداً صحيحاً، فالمشاهدة ذات الرتبة  $i$  هي تقدير للكُميم المطلوب. أما إذا لم يكن

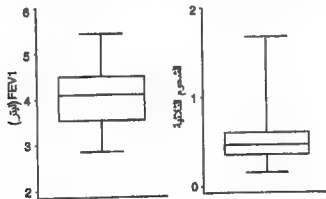


عدداً صحيحاً، نفرض  $z$  الجزء الصحيح من  $i$ ، وهو الجزء ما قبل العشري، ويقع عندها الكُميم بين الملاحظة ذات الرتبة  $z$  والملاحظة ذات الرتبة  $z + 1$ . ويقدر من الصيغة :

$$x_j + (x_{j+1} - x_j) \times (i - j)$$

فمن أجل الناصف مثلاً يكون  $q = 1/2$  ومنه:  $i = q(n + 1) = 0.5 \times (57 + 1) = 29$  وهي الملاحظة التاسعة والعشرون كما رأينا من قبل.

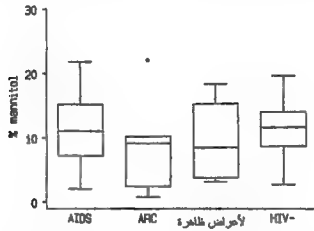
ومن الكُميمات المفيدة الأخرى، رُبعيات التوزيع. والربعيات تقسم التوزيع إلى أربعة أقسام متساوية تسمى الأرباع. والربع الثاني هو الناصف. في حالة معطيات الـ (FEVI) يكون الربع الأول والثالث هما 3.54 و4.53، ويُحسبان كما يلي. من أجل الربع الأول  $i = 0.25 \times 58 = 14.5$ ، إذن يقع هذا الربع بين الملاحظة الرابعة عشرة والخامسة عشرة وكلاهما تساويان 3.54. أما من أجل الربع الثالث:  $i = 0.75 \times 58 = 43.5$  إذن يقع هذا الربع بين الملاحظتين الثانية والأربعين والثالثة والأربعين وهما 4.50 و4.56 ويعطي هذا الكُميم —  $4.53 = (43 - 43.5) \times (4.50 - 4.56) + 4.50$ . ونقسم غالباً التوزيع إلى مئة جزء نسمي الواحد منها مئتين. فالناصف إذن هو المئتين خمسون. ولحساب المئتين العشرين لـ (FEVI) نجد  $i = 0.2 \times 58 = 11.6$  يقع هذا الكُميم بين الملاحظتين الحادية عشرة والثانية عشرة: 3.42 و3.48. ويمكننا تقديرهما بسهولة من الشكل (2.4) بإيجاد موضع الكُميم على المحور الشاقولي فهو مثلاً 0.2 للمئتين العشرين، و0.5 للناصف، ننشئ الآن مستقيماً أفقياً فيقطع المضلع التكراري التراكمي، ثم نقرأ قيمة الكُميم على المحور الأفقي.



الشكل 2.4 : مخطط الصندوق والفرنان لـ FEVI وللشحم الثلاثية المصلية



لقد استخدم (Tukey 1977) الناصف والكميمات والنهيات العظمى والصغرى كخمسة أشكال ملائمة لتلخيص التوزيع. كما اقترح رسماً بارعاً، وهو مخطط الصندوق والقرنين، الممثل بالشكل (10.4). يبين الصندوق المسافة بين الربيعين ويشار إلى الناصف بمستقيم. كما يشير القرنان إلى النهايتين. الأشكال المختلفة لتوزيع (FEVI) ولتوزيع الشحوم الثلاثية موضحة في الرسم. ويمكن ملاحظة كل مشاهدة بعيدة عن بقية المشاهدات بشكل منفصل. والرسم مفيد لمقارنة مجموعات مختلفة حسب الشكل (11.4).



الشكل 11.4 : مخططات الصندوق تبين تناظر تقريبي للمتغير في أربع مجموعات مع القيمة الحديثة للمعطيات في الجدول (8.10)

## The mean

## 6.4 المتوسط الحسابي

ليس الناصف هو المقياس الوحيد للقيمة المركزية للتوزيع. فهناك المتوسط الحسابي (Arithmetic mean) أو المعدل (Average) ويطلق عليه عادة المتوسط (Mean). ونحصل عليه بجمع المشاهدات وتقسيم المجموع على عددها. فمثلاً، إذا لدينا المعطيات الافتراضية التالية:

2 3 9 5 4 0 6 3 4



فإن مجموعها 36، ويكون المتوسط هو:  $4.0 = 36/9$ . و سنقدم ترميز جيري يستخدم بشكل واسع في الإحصاء. فإذا رمزنا للملاحظات مثلاً بـ:

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$$

فيكون لدينا  $n$  مشاهدة  $x_i$  تمثل المشاهدة ذات الرتبة  $i$  وفي مثالنا  $x_4 = 5$  و  $n = 9$  ومجموع قيم  $x_i$  يكون:

$$\sum_{i=1}^n x_i$$

وإشارة المجموع  $\Sigma$  هي الحرف اليوناني الاستهلاكي سيفما. للحرف اليوناني  $S$ . ويعني القيام بعملية جمع  $x_i$  عندما نأخذ  $i$  القيم من 1 إلى  $n$ . وعندما يكون الأمر واضحاً نكتب هذا بالشكل  $\Sigma x_i$  أو بشكل أبسط  $\Sigma x$ . نرسم  $\bar{x}$  (خط) للمتوسط ويكون:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{\sum x_i}{n}$$

فمجموع قيم (FEVI) وعددها سبع وخمسون هو 231.51، وعندما يكون المتوسط  $4.06 = 231.51/57$ . وهو قريب جداً من الناصف 4.1 وهكذا لا يختلف الناصف عن المتوسط بأكثر من 0.01. ولكن الأمر يختلف بالنسبة لمعطيات الشحوم الثلاثية، فالناصف هو 0.46 بينما المتوسط 0.51 وهو أكبر. ويبعد الناصف عن المتوسط بنسبة 10%. وإذا كان التوزيع متناظراً فمتوسط العينة والناصف متساويان تقريباً. بينما في التوزيع المتجانف فليس الأمر كذلك. وإذا كان التوزيع ذا تجانف يميني كما في الشحوم الثلاثية المصلية، يكون المتوسط أكبر، أما إذا كان التجانف يسارياً فالناصف أكبر. وذلك لأن القيم في الذيلين تؤثر على المتوسط دون أن تؤثر على الناصف.

ولمتوسط العينة خواص رياضية تجعله يتميز عن الناصف، وبالتالي أكثر فائدة في طرائق المقارنة الموصوفة فيما بعد. أما الناصف فمفيد جداً في الإحصاء الوصفي، ولكنه لا يستخدم كثيراً في الأغراض الأخرى.



## 7.4 التباين

### Variance

يقيس المتوسط والناصف النزعة المركزية أو الموضع المتوسط في التوزيع. ولكننا نحتاج أيضاً إلى قياس تشتت التوزيع أو مدى انتشاره.

وأوضح مقاييس التشتت المدى (**Range**) وهو الفرق بين أعلى قيمة في التوزيع وأخفض قيمة، وهو مقياس وصفي مفيد، ولكن له سيئتان: الأولى لأنه يعتمد على القيم المتطرفة فقط، لذا فهو يتغير كثيراً من عينة لأخرى. والثانية لكونه يتوقف على حجم العينة، فكلما كبرت العينة، كلما كان احتمال تباعد القيم المتطرفة أكبر. ونلاحظ ذلك إذا أخذنا عينة مكونة من عنصرين، وأضفنا عنصراً ثالثاً لهذه العينة، فيبقى المدى نفسه إذا كان العنصر الجديد يقع بين العنصرين السابقين، وإلا سيزداد المدى. ويمكننا أن نتغلب على المسألة الثانية باستخدام مدى ما بين الربيعين وهو الفرق بين الربيع الأول والثالث. ومع ذلك فإن هذا المقياس يتغير من عينة لأخرى وهو صعب الحساب رياضياً. وبالرغم من فائدة هذا المقياس من الناحية الوصفية فهو غير مفضل لأغراض المقارنة.

الجدول 8.4 : انحرافات تسع مشاهدات عن المتوسط

المشاهدات $x_i$	الانحرافات عن المتوسط $x_i - \bar{x}$	مربع الانحرافات $(x_i - \bar{x})^2$
2	-2	4
3	-1	1
9	8	25
5	1	1
4	0	0
0	-4	16
6	2	4
3	-1	1
4	0	0
36	0	52

ولعل أكثر مقاييس التشتت استخداماً هو التباين أو الانحراف المعياري. سنبدأ بحساب الفرق بين كل مشاهدة ومتوسط العينة، نسمي هذه الفروق، الانحرافات عن المتوسط. الجدول (8.4). إذا كانت المعطيات واسعة الانتشار، فكمثل من المشاهدات  $x_i$  ستكون بعيدة عن المتوسط  $\bar{x}$ ، وبالتالي تصبح أكثر الانحرافات كبيرة، أما إذا كانت المعطيات ضيقة



الانتشار، فقليل جداً من اللعطات ستكون بعيدة عن المتوسط وبالتالي قليل من الانحرافات  $x_i - \bar{x}$  ستكون كبيرة. لذا نحتاج إلى صيغة ما لمعدل الانحرافات نقيس بها التبعثر. إذا أضفنا جميع الانحرافات كان المجموع صفراً، وذلك لأن:

$$\sum (x_i - \bar{x}) = \sum x_i - \sum \bar{x} = \sum x_i - n\bar{x} = 0$$

وعوضاً عن هذا نربع الانحرافات ثم نجمعها كما هو مبين في الجدول (8.4). وهذا يلغي تأثير الإشارات، وبذا نكون قد قسنا فقط مقدار الانحراف دون اتجاهه. وهذا يعطينا  $\sum (x_i - \bar{x})^2$ . وفي مثالنا هذا المقدار يساوي 52 وندعوه مجموع المربعات حول المتوسط **Sum of squares about the mean** ويختصر عادة بعبارة مجموع المربعات **sum of squares**.

من الواضح أن مجموع المربعات يتوقف على عدد المشاهدات، كما يتوقف على التبعثر ونريد الآن إيجاد صيغة ما لمعدل مربعات الانحرافات. ومع أننا نريد حساب معدل مربعات الانحرافات فإننا نقسم مجموع مربعات الانحرافات على  $n - 1$  بدلاً من  $n$ . ولا يبدو هذا أمراً مفهوماً، ويسبب إرباكاً لكثير من الطلاب لدى دراسة الطرائق الإحصائية. وتعليل ذلك أننا نتمتع بتقدير تشتت المجتمع وليس بتشتت العينة ومجموع المربعات حول متوسط العينة يتناسب مع  $n - 1$  الفقرة (A4) و(B6)، أما التقسيم على  $n$  فيجعل العينات الصغيرة تقود إلى تقديرات أصغر للتغير بالقياس للعينات الكبيرة، إن أصغر عدد من المشاهدات يمكن منها تقدير التغير هو 2. إذ أن مشاهدة واحدة لا يمكن أن نخبرنا كيف تتغير المعطيات. فإذا استخدمنا  $n$  كقاسم، لغدى مجموع المربعات صفراً من أجل  $n = 1$  ويكون التفاوت مساوياً للصفر أما إذا قسمنا على  $n - 1$  أصبحت النسبة  $0/0$ ، وهي ليست ذات معنى، وهذا يعني استحالة تقدير التغير من مشاهدة واحدة. يدعى تقدير التغير: **التفاوت (Variance)** ويعرف بالعلاقة.

$$\text{التفاوت} = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

لقد ذكرنا سابقاً أن  $\sum (x_i - \bar{x})^2$  يسمى مجموع المربعات. وأن الكمية  $n - 1$  تدعى درجة الحرية لتقدير التفاوت الفقرة (A7) ويكون لدينا:



$$\frac{\text{مجموع المربعات}}{\text{درجة الحرية}} = \text{التفاوت}$$

نرمز عادة للتفاوت بـ  $s^2$ . وفي مثالنا مجموع المربعات 52 ولدينا تسع مشاهدات أي أن درجة الحرية 8 إذن  $s^2 = 52/8 = 6.5$ .

ولعل الصيغة  $\sum (x_i - \bar{x})^2$  تؤدي إلى حسابات شاقة، فلدينا صيغة أخرى لحساب هذه الكمية أسهل تطبيقاً يمكن الحصول عليها من الصيغة الأصلية بعمليات جبرية وتعطيا الأجوبة ذاتها وتصبح لدينا صيغتان للتفاوت هما:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)$$

وتستنتج الصيغة الثانية من الأولى بسهولة والبرهان على ذلك بسيط جداً ومذكور في الفقرة (B4) وكمثال على ذلك نستخدم الصيغة الثانية لحساب  $s^2$  في المثال السابق فيكون لدينا:

$$\begin{aligned} \sum x_i^2 &= 2^2 + 3^2 + 9^2 + 5^2 + 4^2 + 0^2 + 6^2 + 3^2 + 4^2 \\ &= 4 + 9 + 81 + 25 + 16 + 0 + 36 + 9 + 16 \\ &= 196 \\ \sum x_i &= 36 \\ s^2 &= \frac{1}{n-1} \left( \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right) \\ &= \frac{1}{1-9} \left( 196 - \frac{36^2}{9} \right) \\ &= \frac{1}{8} (196 - 144) \\ &= 52/8 \\ &= 6.5 \end{aligned}$$



وهو نفس الجواب السابق. وهذه الصيغة أسهل كثيراً من الأولى عند استخدام الآلة الحاسبة، لأننا نحتاج عندها فقط لإدخال القيم. ولكن هذه الصيغة يمكن أن تؤدي إلى عدم الدقة لأننا نطرح عدداً كبيراً من عدد كبير آخر لنحصل على عدد صغير. لهذا السبب، من الأفضل استخدام الصيغة الأولى في البرامج الحاسوبية.

## Standard deviation

## 8.4 الانحراف المعياري

لقد حسبنا التفاوت من مربعات المشاهدات، وهذا يعني أن واحداته تختلف عن واحدات المشاهدات. والحل للعقول لهذه المشكلة هو أخذ الجذر التربيعي للتفاوت، الذي له واحدات المشاهدات نفسها، ووحدة المتوسط أيضاً. يسمى الجذر التربيعي للتفاوت، الانحراف المعياري (Standard deviation) ويرمز له عادة بـ  $s$ . ونكتب:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2}$$

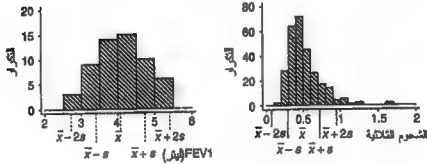
$$= \sqrt{\frac{1}{n-1} \left( \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)}$$

وبالعودة إلى معطيات (FEV) يمكننا حساب التفاوت والانحراف المعياري كما يلي لدينا:  $n = 57$ ،  $\sum x_i = 231.51$ ،  $\sum x_i^2 = 965.45$ . ويكون الانحراف المعياري  $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0.449} = 0.67$  لتر.

$$\begin{aligned} \text{مجموع المربعات} &= \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \\ &= 965.45 - \frac{231.51^2}{57} \\ &= 965.45 - 940.296 \\ &= 25.154 \\ s^2 &= \frac{\text{مجموع المربعات}}{n-1} \\ &= \frac{25.154}{57-1} \\ &= 0.449 \end{aligned}$$



ويكون الانحراف المعياري  $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0.449} = 0.67$  ليتر.



الشكل 12.4 : مُنْسَج FEVI ومُنْسَج الشعوم الثلاثة مع كل من المتوسط والانحراف المعياري

يبين الشكل (12.4) العلاقة بين المتوسط والانحراف المعياري والتوزيع التكراري. ففي توزيع (FEVI) نرى أن معظم المشاهدات تقع في حدود انحراف معياري واحد من المتوسط، ويوجد جزء صغير من المُنْسَج خارج المجال  $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$  وعلى طرفيه المتناظرين. كما يبين الشكل (12.4) أن هذه الخاصية صحيحة أيضاً بالنسبة لمُنْسَج معطيات الشعوم الثلاثة ذات التجانف الكبير. وفي هذه الحالة، تقع المشاهدات المتطرفة جميعاً في أحد ذيلي التوزيع. وفي الحالة العامة نتوقع أن تقع  $2/3$  من المشاهدات تقريباً في حدود انحراف معياري واحد من المتوسط و95% منها في حدود انحرافين معياريين من المتوسط.

الجدول 9.4 : مجتمع مكون من 100 رقم عشوائي  
لتجربة اعتيائية

9	1	0	7	5	6	9	5	8	8
1	8	8	8	5	2	4	8	5	1
2	8	1	8	5	8	4	0	1	9
1	9	7	9	7	2	7	7	0	8
7	0	2	8	8	7	2	5	4	1
1	0	5	7	6	5	0	2	2	2
6	5	5	7	4	1	7	3	3	3
2	1	6	9	4	4	7	6	1	7
1	6	3	8	0	5	7	4	8	6
8	6	8	3	5	8	2	7	2	4



#### 4 ملحق: القاسم من أجل حساب التقلوت

لقد حسبنا التفاوت بتقييم مجموع المربعات حول متوسط العينة على  $1 - n$  وليس على  $n$ . وذلك لأننا نريد قياس التبعثر حول متوسط المجتمع، وهو أكبر دائماً من التبعثر حول متوسط العينة فمتوسط العينة هو أقرب إلى قيم المعطيات من متوسط المجتمع. وسنسوق تجربة اعتيانية صغيرة لتبيان ذلك. يبين الجدول (9.4) مجموعة من مئة رقم عشوائي، سنأخذها كمجتمع إحصائي، متوسط هذه المجموعة 4.74 وبمجموع المربعات حول المتوسط 8.1124، يمكننا الآن سحب عينات عشوائية من هذا المجتمع حجم الواحدة 2 باستخدام حجري نرد عشريين بحيث نتضمن من اختيار أي رقم من 00 وحتى 99. وكان أول زوج وقع عليه الاختيار 5 و6، متوسط هذا الزوج 5.5 وبمجموع المربعات حول متوسط المجتمع 4.74 هو:  $1.665 = (5 - 4.74)^2 + (6 - 4.74)^2$ . أما مجموع المربعات حول متوسط العينة فهو  $0.5 = (5 - 5.5)^2 + (6 - 5.5)^2$ .

الجدول 10.4 : الاختيان الأزواج من الجدول (9.4)

العينة	$\sum (x_i - \mu)^2$	$\sum (x_i - \bar{x})^2$	العينة	$\sum (x_i - \mu)^2$	$\sum (x_i - \bar{x})^2$
5 6	1.665	0.5	8 3	13.855	12.8
8 8	21.255	0.0	5 7	5.175	2.0
6 1	15.575	12.5	5 3	5.575	4.5
9 3	21.175	18.0	5 7	5.175	2.0
5 5	0.135	0.0	8 8	21.255	0.0
7 7	10.215	0.0	3 2	10.535	0.5
1 7	19.095	18.0	0 4	23.015	8.0
9 8	28.775	0.5	9 3	21.175	18.0
3 3	6.055	0.0	5 2	7.575	4.5
5 1	14.055	8.0	8 9	19.735	4.5
المتوسط				13.643 2	5.7

نلاحظ أن مجموع المربعات حول متوسط المجتمع أكبر من مجموع المربعات حول متوسط العينة، وهذا صحيح دوماً. يبين الجدول (10.4) هذه الخاصية من أجل 20 عينة ثنائية. معدل مجموع المربعات حول متوسط المجتمع هو 13.6 وحول متوسط العينة 5.7. فإذا قسمنا على حجم العينة ( $n = 2$ ) نحصل على متوسط مربعات الفروق 6.8 حول متوسط المجتمع و2.9 حول متوسط العينة. بالمقارنة مع 8.1 للمجتمع ككل، نرى أن مجموع المربعات حول



متوسط المجتمع قريب من 8.1، بينما مجموع المربعات حول متوسط العينة أقل بكثير. من جهة ثانية، إذا قسمنا مجموع المربعات حول متوسط العينة على  $n - 1$  (أي 1 في مثالنا) عوضاً عن  $n$  نجد 5.7 النسبي لا تختلف كثيراً عن 6.8، متوسط مربعات الفروق حول متوسط المجتمع.

الجدول 11.4 : متوسط مجموع المربعات حول متوسط العينة  
لمجموعات من 100 عينة عشوائية من الجدول (10.4)

عدد عناصر العينة $n$	تقدير تفاوت المتوسط	
	$\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2$	$\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$
2	4.5	9.1
3	5.4	8.1
4	5.9	7.9
5	6.2	7.7
10	7.2	8.0

يبين الجدول (11.4) نتائج تجارب مشابهة بأخذ عينات أكثر. فبين الجدول تقديري التفاوت باستخدام القاسمين  $n$  و  $n - 1$ . من أجل العينات ذات الحجم 2, 3, 4, 5, 10، نرى أن مجموع المربعات حول متوسط العينة مقسوماً على  $n$  يتزايد باستمرار مع حجم العينة، ولكننا إذا قسمنا على  $n - 1$  عوضاً عن  $n$  فالتقدير لا يتغير بازدياد حجم العينة. أي أن مجموع المربعات حول متوسط العينة يتناسب مع  $n - 1$ .

#### 4 B ملحق صيغة أخرى لمجموع المربعات

يمكننا استنتاج صيغة أخرى لمجموع المربعات كما يلي:

$$\begin{aligned}
 \text{مجموع المربعات} &= \sum (x_i - \bar{x})^2 \\
 &= \sum (x_i^2 - 2x_i \bar{x} + \bar{x}^2) \\
 &= \sum x_i^2 - \sum 2x_i \bar{x} + \sum \bar{x}^2 \\
 &= \sum x_i^2 - 2\bar{x} \sum x_i + n\bar{x}^2
 \end{aligned}$$

لأن  $\bar{x}$  له القيمة ذاتها من أجل المشاهدات جميعاً، ولكن  $\sum x_i = n\bar{x}$ ، إذن:



$$\begin{aligned}
\text{مجموع المربعات} &= \sum x_i^2 - 2\bar{x}n\bar{x} + n\bar{x}^2 \\
&= \sum x_i^2 - 2n\bar{x} + n\bar{x}^2 \\
&= \sum x_i^2 - n\bar{x}^2
\end{aligned}$$

نضع الآن  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$  فنجد:

$$\begin{aligned}
\text{مجموع المربعات} &= \sum x_i^2 - n \left( \frac{1}{n} \sum x_i \right)^2 \\
&= \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}
\end{aligned}$$

ويصبح لدينا ثلاث صيغ للتفاوت هي:

$$\begin{aligned}
s^2 &= \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 \\
&= \frac{1}{n-1} (\sum x_i^2 - n\bar{x}^2) \\
&= \frac{1}{n-1} \left( \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)
\end{aligned}$$

4 M أسئلة الاختيار من متعدد من 14 إلى 19

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

14. أي من المتغيرات التالية هو متغير كمي:

أ - الجنس

ب - رقم الولادة

ج - ضغط الدم الانبساطي

د - التشخيص

هـ - الطول

15. أي من المتغيرات التالية مستمر:

أ - سكر الدم



ب - ذروة معدل التلحق الزفيري

ج - العمر حسب توقيت آخر ميلاد

د - العمر تماماً

هـ - حجم الأسرة

16. عندما يكون التوزيع متجانساً نحو اليمين:

أ - الناصف أكبر من المتوسط

ب - التوزيع وحيد الدارج

ج - الذيل الأيسر أقصر من الذيل الأيمن

د - الانحراف المعياري أصغر من التفاوت

هـ - معظم المشاهدات أقل من المتوسط

17. من الممكن توصيف التوزيع التكراري باستخدام:

أ - مخطط الصندوق والقرنين

ب - المنسج

ج - الساق والأوراق

د - المتوسط والتفاوت

هـ - الجدول التكراري

18. في العينة 3، 1، 7، 2، 2:

أ - المتوسط هو 3

ب - الناصف هو 7

ج - الدارج هو 2

د - المدى هو 1

هـ - التفاوت 5.5

19. يتصف توزيع ضغط الدم الانبساطي بأنه متجانف قليلاً نحو اليمين. فإذا حسبنا المتوسط

والانحراف المعياري للضغط الانبساطي لعينة عشوائية من الرجال:



- أ - توجد مشاهدات دون المتوسط أقل مما فوق المتوسط  
 ب - الانحراف المعياري مساو تقريباً للمتوسط الحسابي  
 ج - معظم المشاهدات أكبر من انحراف معياري واحد من المتوسط  
 د - يقدر الانحراف المعياري دقة قياس ضغط الدم  
 هـ - حوالي 95% من المشاهدات يتوقع أن تقع في مدى انحرافين معياريين من المتوسط

#### 4 E تمرين المتوسط والانحراف المعياري

يمثل هذا التمرين تدرجاً لواحد من أكثر الحسابات أهمية في الإحصاء، وهو جمع المربعات والانحراف المعياري. كما يبين العلاقة بين الانحراف المعياري والتوزيع التكراري. يبين الجدول (12.4) مستوى سكر الدم في عينة من طلاب كلية الطب.

1. أنشئ مخطط الساق والأوراق لهذه المعطيات
2. أوجد النهاية الصغرى والعظمى والكُميمات ثم أنشئ مخطط الصندوق والقرنين

الجدول 12.4 : مستويات سكر الدم لمجموعة من طلاب السنة الأولى في كلية الطب (mmol/لتر)

4.7	3.6	3.8	2.2	4.7	4.1	3.6	4.0	4.4	5.1
4.3	4.1	4.4	5.0	3.7	3.6	2.9	3.7	4.7	3.4
3.9	4.8	3.3	3.8	3.6	4.6	3.4	4.5	3.3	4.0
3.4	4.0	3.8	4.1	3.8	4.4	4.9	4.9	4.3	5.0

3. أوجد التوزيع التكراري، بائخاذ طول الفئة 0.5.
4. أنشئ مَنسَج هذا التوزيع. ما هو أفضل وصف لشكل هذا التوزيع: متناظر، متجانف نحو اليمين، متجانف نحو اليسار؟
5. احسب الانحراف المعياري للأعداد التي تشكل العمود الأول من الجدول وهي: 3.4, 4.7, 4.2, 3.9 باستخدام العلاقة:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2}$$



احسب أولاً المتوسط. ثم احسب الانحرافات عن المتوسط، أي الفروق بين المشاهدات والمتوسط. اجمع مربعات هذه القيم. ما هو عدد درجات الحرية لهذه المشاهدات الأربع. ثم احسب التباين والانحراف المعياري.

6. احسب الانحراف المعياري لهذه القيم باستخدام العلاقة:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left( \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)}$$

احسب أولاً مجموع المشاهدات ثم مجموع مربعاتها. ثم احسب مجموع المربعات حول المتوسط. هل الجواب الناتج هو نفسه الذي وجدناه في العينة السابقة؟ ثم احسب التباين والانحراف المعياري.

7. استخدم المجاميع التالية للعينة بكاملها:  $\sum x_i = 162.2$ ,  $\sum x_i^2 = 676.74$ . لحساب متوسط العينة، ومجموع المربعات حول المتوسط، عدد درجات الحرية لهذا المجموع، ثم قدر التفاوت والانحراف المعياري.

8. احسب المتوسط  $\pm$  انحراف معياري واحد، والمتوسط  $\pm$  انحرافان معياريان، مثل هذه النقط وكذلك المتوسط على للنسج، ماذا تلاحظ بشأن العلاقة بين هذه النقط والتوزيع التكراري.







## Presenting data

## عرض المعطيات

---

### Rates and Proportions

### 1.5 المعدلات والنسب

لقد بينا في الفصلين الثاني والثالث كيف نجمع المعطيات، ثم كيف نستخلص منها معلومات باستخدام الطرائق الواردة في الفصل الرابع. وعلينا الآن أن نجد طريقة لنقل هذه المعلومات إلى الآخرين. وفي هذا الفصل سنتطرق إلى بعض الطرائق للقيام بهذا العمل. وسنبداً بالمعدلات والنسب.

عندما تعطى المعطيات على شكل تكرارات نحتاج غالباً لمقارنة التكرارات ضمن شروط معينة في مجموعات تحوي مجاميع مختلفة الجدول (1.2) مثلاً، قورنت مجموعتان من أزواج المرضى 29 مريضاً قد تلقوا تفريسة (C-T scan) بينما 89 مريضاً آخر لم يتلقوا هذه التفريسة، وقد تحسن 9 مرضى من المجموعة الأولى و 34 من المجموعة الثانية. ولدى المقارنة بين النسبتين  $9/29$  و  $34/89$  أو 0.31 و 0.38 نستنتج أنه يوجد فرق طفيف بين النسبتين، وقد أعطيت هذه النسب بالشكل اللغوي، أي النسبة من 100 لتجنب الأعداد العشرية. وفي تجربة لقاح (Salk) الجدول (8.2) حسبت نسبة تقلص الشلل من 100 000 للسبب ذاته.

المعدل هو نسبة تكرار خاصية معينة، إلى المجتمع الإحصائي وتقاس (من 1000 أو من 100 000 ... الخ) فمثلاً في الجدول (1.3) نتائج دراسة التدخين عند الأطباء حيث تمثل المعطيات عدد الوفيات بالآلاف من الأطباء المدخنين في السنة، وهذه لا تعد نسبة إذ أن الحساب اقتصر على فترة زمنية محددة وقد ضبط للمعدل كيما يأخذ في الحساب أية فروق في



توزيع أعمار المدخنين وغير المدخنين الفقرة (16.2). في بعض الأحيان يمكن أن يتغير مقام النسبة باستمرار فعدد الوفيات بسرطان الرئة بين الرجال في إنكلترا وفي ويلز عام 1983 كان 26502. ولحساب معدل الوفيات يجب أن نعرف مقام المعدل وهو عدد الذكور في إنكلترا وويلز عام 1983. ولكن هذا العدد يتغير خلال العام بسبب الوفيات والولادات، وحركة الخروج والدخول إلى البلد. يُقدر عادة تعداد المجتمع في نهاية الشهر السادس (أي منتصف العام) وقد كان العدد في عام 1983 هو 24175900 وبناء عليه يكون معدل الوفيات 26502/24175900 أي 0.001096 أو 109.6 وفاة من أصل 100 000 في هذه السنة.

إن استخدام المعدلات والنسب يمكننا من مقارنة التكرارات في مجموعات غير متساوية في الحجم، على أساس المجتمعات الإحصائية أو الفترات الزمنية ولكن يجب أن نتنبه إلى أن المجتمعات الإحصائية التي أخذت منها هذه المجموعات يجب أن تكون معلومة. لقد أفادت (Victora-1982) أن النشرة التي أرسلت إلى الأطباء، والتي تصف المضاد الحيوي (Phosphomycin) بأنه فعال 100% في الأمراض البولية المزمنة. إن هذا مثير للإعجاب، كيف يمكن أن نفشل في وصف دواء فعال 100%؟ لقد كانت هذه الدراسة مبنية على 8 مرضى، بعد استبعاد أولئك الذين يحتوي بولهم على جراثيم مقاومة لـ (Phosphomycin). وإذا كانت النشرة النواتية تقول أن الدواء كان فعالاً 100% في الحالات الثمانية فنكون أقل دهشة. وقد أرفقت نشرة مماثلة مع علاج للرشح يفيد أن 100% من المرضى قد أظهروا تحسناً، وكان هنا من أجل خمسة مرضى كما أوضحت (Victora). إن مثل هذه العينات الصغيرة قد تكون مفهومة في دراسة الأمراض النادرة جداً، ولكن ليس للرشح.

من جهة ثانية علينا ألا نتجاهل المجتمع الإحصائي عند حساب النسب. يقول (Bland) ورفاقه (1977) لقد نفذت دراسة على توزع أورام النسيج اللينة (kaposi's sarcoma) في تنزانيا، وبينما كنت أحضر مقالاً في ذلك، اطلعت على نشرة تتعرض للموضوع نفسه (Schmid 1973). وكان أحد العوامل المدروسة عامل التجمع القبلي كان يوجد في تنزانيا 100 من التجمعات القبلية، وقد جاء في هذه النشرة أن تأثير العامل القبلي في قبائل واند وواشيرازي لافت للنظر. هذه القبائل الصغيرة التي لا تزيد الواحدة منها عن 90000



إنسان تؤلف المجموعة التي يشبه أن يوجد فيها العامل القبلي. وهذا منبسي على المعدلات التالية للمرض 0.1 من الوطنيين 1.3 من الوابند، 0.7 من الوابو و 1.3 من الواشيرازي منسوبة إلى 10 000. وهذه معدلات كبيرة جداً بالمقارنة مع معدل الإصابة بين الوطنيين ولكن المجتمعات التي بنيت عليها هذه الدراسة كانت صغيرة: 8000، 14000 و 15000 على التوالي (Egero و Henin 1973) ولحساب معدل الإصابة بين أفراد الوابند نكتب  $1 = 1.3/10000 \times 8000$  أي حالة واحدة فقط من أصل 8000 وهو عدد أفراد هذه القبيلة. وبالمثل نحصل على حالة واحدة بين 14000 من الوابو وحالتان بين 15000 من الواشيرازي. ونلاحظ أنه لا يوجد معطيات كافية لاستخلاص النتائج التي وجدها الكاتب فالمعدلات والنسب هي وسائل فعالة، ولكن يجب أن نحذر من أخذها منفصلة عن المعطيات الأصلية.

## Significant figures

## 2.5 الأرقام المعنوية

عندما حسبنا معدل الوفاة في سرطان الرئة بين الرجال سنة 1983 كان الجواب  $0.001096$  أو  $109.6$  من أصل  $100\ 000$  في السنة. وهذه في الحقيقة قيمة تقريبية، فالآلة الحاسبة تعطينا العدد  $0.001\ 096\ 215\ 653$  وهو لا يمثل في الحالة العامة كسراً عادياً، فنحن تعلم أن  $1/2$  يمثل بالكسر العشري  $0.5$  بينما الكسر  $1/3$  يساوي الكسر العشري الدوري  $0.333$  وهذا لا يقلقنا عادة إذ أن الفرق بين  $1/3$  و  $0.333$  من الصفر بحيث لا يؤبه له في معظم التطبيقات. من جهة ثانية فإن الأرقام القليلة الأولى غير المعلومة من العدد هي المهمة فقط وندعوها الأرقام المعنوية أو الأرقام الاعتنادية (significant figures) ولما نأخذ عادة أكثر من ثلاثة أرقام معنوية في المعطيات الإحصائية. وبعد قليل من السهل أن نبت فيما إذا كان معدل الوفاة من سرطان الرئة هو  $0.001096$  أم  $0.001097$ . في الحقيقة إن القيمة  $0.001096$  معطاة لأربعة أرقام معنوية إذ أن الأصغار الأولى لا يعتد بها. وإذا دورنا العدد لثلاثة أرقام معنوية نحصل على  $0.00110$  حيث حذفنا الرقم 6 وأضفنا الرقم 1 إلى 9. وعليه عندما ندور عدداً ما نبقى الرقم المعنوي الأخير (9 في مثالنا) إذا كان ما يعقبه أقل من 5، ونضيف إليه 1 إذا كان ما يعقبه أكبر من 5 وعندما يكون 5 تماماً فيندور عادة أي أن  $1.5$  يصبح 2. هذا يعني عدم أخذ الأرقام 0، 1، 2، 3، 4 وأخذ 5، 6، 7، 8، 9 التي تظهر



عدم التحيز. بعض المؤلفين ينظرون إلى أن الرقم (5) هو سيرفع أو يخففه، حيث أنه يقع تماماً بين الرقم الجعري عليه الدراسة وأحد الأرقام المضافة. وطرق مختلفة تقترح العمل بذلك لكنني شخصياً لا أوصي بذلك. وعلى أية حال، من الخطأ عادة أن ندور مثل هذه الأرقام القليلة المعقدة في مثل هذه الأمور.

الجدول 1.5 : الوفيات حسب الجنس والسبب، أكترا وويلز 1989

(OPCS 1991, DH2 NO.10)

عدد الوفيات		المرض L.C.D ونوع المرض	
ذكور	إناث		
1 297	1 246	I	الحمى والملقحي
69 948	75 172	II	الأورام (السرطان)
5 758	4 695	III	الأمراض الاستقلابية والتنشوية والعلمية
1 422	1 002	IV	أمراض الدم والأعضاء المكونة للدم
9 225	4 493	V	الاضطرابات العقلية
5 900	5 466	VI	أمراض الجلدية العصبية، وأعضاء الحس
137 165	127 435	VII	أمراض جهاز الدوران
33 223	33 489	VIII	الجهاز التنفسي
10 779	7 900	IX	الجهاز الهضمي
4 156	3 616	X	الجهاز التناسلي
56	0	XI	مضاعفات الحمل والولادة والتفاس
573	250	XII	أمراض الجلد وأنسجة ما تحت الجلد
4 139	1 235	XIII	الجهاز البولي والسج الضامة
869	897	XIV	شذوخت عقلية
118	122	XV	حالات غير مترتبة ما حول الولادة
3 082	1 582	XVI	أمراض وعلاجات وحالات مرضية محددة
6 427	11 073	XVII	الإصابات والتسمم
294 227	279 373	الإجمالي	

أما عدد الأرقام المعنية التي نحتاج إليها فيتوقف على الموضوع الذي نستخدم فيه هذا العدد وعلى مدى الدقة المطلوبة في ذلك. فمثلاً إذا كانت لدينا عينة من عشرة درجات حرارة مأخوذة تحت اللسان ومقاسة لأقرب نصف درجة، فلا فائدة في تقريب المتوسط لأكثر من ثلاثة أرقام معنوية. كما لا يجوز تدوير الأعداد لأرقام معنوية قليلة قبل إنجاز الحسابات. ففي مثال معدل الوفاة بسرطان الرئة نقض أننا دورنا كلاً من البسط والمقام لرقمين معنويين ثم حسبنا النسبة  $0.001125 = 27\ 000/24\ 000\ 000$ ، هذا الجواب صحيح



فقط لرقمين معنويين، ويمكن أن تتراكم الأخطاء خلال الحسابات لذا نحاول أن نحتفظ دائماً بعدة أرقام معنوية أكثر مما يتطلبه الجواب الأخير.

يبين الجدول (1.5) معطيات الوفيات بدلالة عدد الوفيات في سنة واحدة. هذه المعلومات مأخوذة من الجدول الموسع (OPCS 1991) الذي يبين عدد الوفيات لكل سبب من أسباب الموت وفق التصنيف الدولي للأمراض (ICD) الذي يعطي مدونة لمئات كثيرة من أسباب الموت. أما القائمة الكاملة التي تعطي أيضاً الوفيات حسب فئات العمر، فتغطي 4A 70 صفحة. يبين الجدول (1.5) عدد الوفيات لفئات واسعة من الأمراض تدعى فصول التصنيف الدولي للأمراض (ICD). ولا يمثل هذا الجدول طريقة جيدة لمرض هذه المعطيات إذا أردنا التوصل إلى فهم التوزيع التكراري لأسباب الموت والفروق في هذه الأسباب بين الرجال والنساء. وينطبق هذا ربما أكثر على الصفحات السبعين الأساسية. وهذا ليس هدف الجدول

الجدول 2.5 : الوفيات مصنفة حسب الجنس والسبب في انكلترا وويلز 1989 ملونة لرقم اعتيادي واحد

الفصل I.C.D نوع المرض		عدد الوفيات	
		ذكور	إناث
I	الجنسي والتلفلي	1 000	1 000
II	الأورام (السرطان)	80 000	70 000
III	الأمراض الاستقلابية والتنفسية والغدية	4 000	6 000
IV	أمراض الدم والأعضاء للكتلة للدم	1 000	1 000
V	الاضطرابات العقلية	4 000	9 000
VI	أمراض الجسمية للعصبية، وأعضاء الحس	5 000	6 000
VII	جهاز الدوران	100 000	100 000
VIII	الجهاز التنفسي	30 000	30 000
IX	الجهاز الهضمي	8 000	10 000
X	الجهاز التناسلي	4 000	4 000
XI	مضاعفات الحمل والولادة والتفلي	0	60
XII	الجلد وأنسجة ما تحت الجلد	300	600
XIII	الجهاز العصبي والسج للتمية	1 000	4 000
XIV	شللونات عقلية	900	900
XV	حالات غير متوقعة ما حول الولادة	100	100
XVI	أمراض وعلاجات حالات مرضية محددة	2 000	3 000
XVII	الإصابات والتسمم	10 000	6 000
الإجمالي		300 000	300 000



طبعاً إنه مصدر للمعطيات فحسب فهو الوثيقة المرجعية التي يستخلص منها الباحث المعلومات التي تخدم هدفه. لئلا الآن كيف يمكن أن يسطر الجدول (1.5) لنكن جديين ونرد المعطيات إلى رقم معنوي واحد كما في الجدول (2.5) وهذا طبعاً يجعل المقارنة أسهل، ولكن لا يزال من غير الواضح أي أسباب الموت أكبر أهمية. يمكننا إيضاح هذا بإعادة ترتيب الجدول وذلك بوضع السبب الأكثر تكراراً وهو أمراض جهاز الدوران، أولاً. الجدول (3.5). ويمكننا أيضاً دمج بعض الفئات الصغيرة في مجموعات أخرى. ولقد قمت بهذا بصورة احتياطية وذلك بدمج جميع الفئات التي يقل تكرارها عن 2% من المجموع العام ونلاحظ بوضوح أن معظم الأسباب المهمة للموت في إنكلترا وويلز هي أمراض جهاز الدوران والأورام وأمراض جهاز التنفس التي تفوق كل ما عداها. ومن الطبيعي أن الوفيات ليست المؤشر الوحيد على أهمية المرض. فالأمراض العظمية العضلية وأمراض النسيج الضامة المصنفة في الفصل ICD رقم XIII كما يلاحظ من الجدول (2.5) هي أقل الأمراض تسبباً بالوفاة، ولكنها تضم أمراض الرئتين والتهاب المفاصل، وهي أهم الأمراض من حيث تأثيرها على النشاط اليومي للمريض.

الجدول 3.5 : أهم أسباب الوفاة، مصنفة حسب الجنس، في إنكلترا وويلز 1989

الفصل I.C.D ونوع المرض		عدد الوفيات	
		ذكور	إناث
أمراض جهاز الدوران (VII)		100 000	100 000
الأورام (سرطان) (II)		80 000	700 000
الجهاز التنفسي (VIII)		30 000	30 000
الإصابات والتسمم (XVII)		10 000	6 000
الجهاز العضلي (IX)		8 000	10 000
الأخرى		20 000	20 000
الإجمالي		300 000	300 000

## Presenting Tables

## 3.5 عرض الجداول

توضح الجداول (1.5) و(2.5) و(3.5) عدداً من النقاط المفيدة فيما يتعلق بعرض هذه الجداول. فهي مثل جميع الجداول في هذا الكتاب مصممة لتكون مستقلة عن النص ولا



حاجة للإشارة إلى المادة العلمية الموجودة في بعض الفقرات لتفسير الجدول، فما نقصده من كتابة الجداول هو نقل المعلومات حتى نستطيع قراءتها وفهمها بسهولة وعلى هذا يجب أن يكون للجدول عنوان واضح، يبين دون أي غموض ماذا يمثل هذا الجدول كما يجب أن نميز بوضوح أعمدة هذا الجدول عن أسطره.

عندما تستخدم النسب والمعدلات أو النسب المئوية في الجدول إضافة للتكرارات يجب أن يُميز بعضها عن البعض الآخر. ومن الممكن القيام بهذا كما في الجدول (9.2) وذلك بكتابة الرمز %، أو بتخصيص مكان للخانات العشرية. ثم إن إضافة المجموع السطري و100% إلى الجدول (9.2) يجعل هذا الجدول واضحاً بحيث يمكن أن تحسب النسب المئوية من حجم المجموعة المعالجة بشكل أفضل من العدد الكلي للمرضى.

الجدول 4.5 : حسابات مخطط الفطيرة لتوزيع أسباب الموت

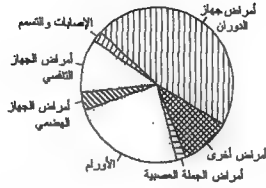
سبب المرض	التكرار	النسبة المئوية	الروايا (بالدرجات)
أمراض جهاز الدوران	137 165	0.466 19	168
الأورام (السرطان)	69 948	0.237 73	86
أمراض الجهاز التنفسي	33 223	0.112 92	41
الإصابات والسسم	6 427	0.021 84	8
أمراض الجهاز الهضمي	10 779	0.036 63	13
أمراض الجهاز العصبي	5 990	0.020 36	7
أمراض أخرى	30 695	0.104 32	38
الإجمالي	294 227	1.000 000	361

## Pie charts

## 4.5 مخطط الفطيرة

من المؤلف غالباً تمثيل المعطيات بالصور، إذ يمكن نقل المعلومات بسرعة أكبر باستخدام المخططات عوضاً عن الجداول. وهذا مفيد خاصة عندما تعرض المعطيات للمشاهد، إذ أن المعلومات هنا تمر على المشاهد بوقت قصير، كما أنها يمكن أن تساعد القارئ للحصول على النقاط البارزة في جدول القيم. ول سوء الحظ إذا لم تتوفر العناية الكافية، فإن المخططات يمكن أيضاً أن تكون مضللة، ويجب أن تعالج فقط بالإضافة للأعداد وليس بديلاً عنها.

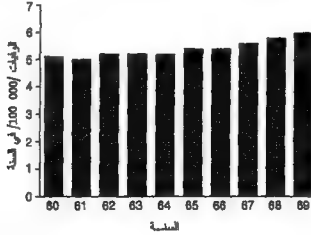




الشكل 1.5 : لوحة الفطيرة بين توزيع أسباب الموت بين النساء في أنقرة وويلز 1983

لقد ناقشنا سابقاً طرائق لإيضاح التوزيعات التكرارية لمخبر كيميائي، وسنرى الآن مخططاً مكافئاً لمبيان المعطيات الكيفية، وهو مخطط الفطيرة أو منسج الفطيرة، وهذا يبين التكرار النسبي لكل فئة وذلك بتقسيم الدائرة إلى قطاعات زواياها متناسبة مع التكرار النسبي. وهكذا نضرب كل تكرار نسبي بـ 360 للحصول على الزاوية الموافقة بالدرجات.

يبين الجدول (4.5) الحسابات اللازمة لرسم مخطط الفطيرة لتمثيل توزيع أسباب الوفاة عند النساء، باستخدام معطيات الجدولين (1.5) و(3.5) (الدرجات الكلية هي 361 عوضاً عن 360 بسبب تدوير أعطاء الحسابات) ومخطط الفطيرة الموافق مبين في الشكل (1.5) وهذا المبيان يشبه الفطيرة المقسمة إلى شرائح موضوعة على المائدة، ومن هذا أخذ المخطط هذا الاسم.



الشكل 2.5 : مخطط الأعمدة يمثل العلاقة بين وفيات سرطان المري والزمن (بالسنوات) أنقرة وويلز

1969 - 1960



## 5.5 مخططات الأعمدة

### Bar charts

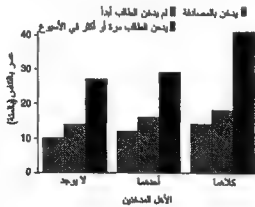
المنسجات ومخططات القطورة تصف التوزيع لمتغير واحد. أما مخططات الأعمدة أو مبيان الأعمدة يبين العلاقة بين متغيرين، أحدهما كمي والآخر إما كمي أو كمي مبوب. كالزمن بالسنوات مثلاً. إن قيم المتغير الأول تبين أطوال الأعمدة، عمود واحد لكل فئة من المتغير الثاني. يبين الجدول (5.5) وفيات سرطان المري (oesophagus) في إنكلترا وويلز في فترة عشر سنوات. ويبدو من هذا الجدول زيادة الوفيات خلال هذه الفترة، والشكل (2.5) يبين هذه العلاقة، حيث تتناسب أطوال الأعمدة مع عدد الوفيات.

الجدول 5.5 : سرطان المري: معدل الوفاة في السنة لكل 100 000 في إنكلترا

ويولز 1960 - 1969

السنة	معدل الوفاة	السنة	معدل الوفاة
60	5.1	65	5.4
61	5.0	66	5.4
62	5.2	67	5.6
63	5.2	68	5.8
64	5.2	69	6.0

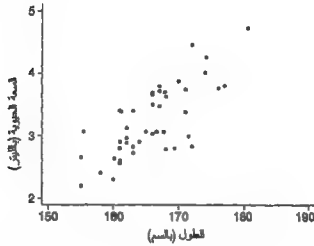
ويمكن أن يستخدم مخطط الأعمدة لتمثيل العلاقات بين أكثر من متغيرين. فالشكل (3.5) يبين العلاقة بين عسر التنفس عند الأطفال من جهة وممارستهم للتدخين هم وأهلهم حسب إفادات الأطفال من جهة أخرى. ويمكننا أن نرى بسهولة أن انتشار الأعراض يزداد مع التدخين الذي يمارسه الأطفال أنفسهم أو ذوهم على السواء.



الشكل 3.5 : مخطط الأعمدة الذي يبين العلاقة بين انتشار عسر التنفس بين طلاب المدارس وعاملين مسبيين



وقد نشر (Bland ورفاقه 1978) تقريراً عن معطيات الأعراض التنفسية هذه ولم يستخدم مخطط الأعمدة. فقد عرضت المعطيات على شكل جداول وهذا يتيح للباحثين الآخرين المقارنة بين هذه المعطيات وبين معطياتهم أو يساعدهم على إجراء الحسابات. إن مخطط الأعمدة يستخدم لعرض النتائج أثناء المناقشات، حيث الشيء الأهم هو نقل الخطوط العامة لنتائج الدراسة بسرعة.



الشكل 4.5 : المبيان التبعثري الذي يبين العلاقة بين السعة الحيوية والطول لمجموعة من الطالبات في كلية الطب.

## Scatter diagrams

## 6.5 المبيان التبعثري

بعد مخطط الأعمدة طريقة غير ملائمة لتبيان العلاقة بين متغيرين مستمرين مثل السعة الحيوية والطول، الجدول (6.5)، لهذا نستخدم المبيان التبعثري، الشكل (4.5) فتتخذ على المحورين الأفقي والعمودي تدريجات توافق هذين المتغيرين، حيث تمثل كل زوج من القياسات بنقطة إحداثياتها هذان القياسان فإذا كان يوجد أكثر من مشاهدة واحدة لبعض الإحداثيات، فيمكننا أن نشر إلى هذا باستخدام عدد المشاهدات في مكان النقطة الموافقة للإحداثيين أو بإزاحة النقط لتفريق بعضها عن بعض.



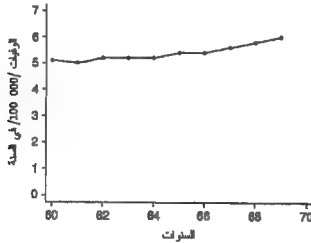
الجدول 6.5 : السمة الحيوية (VC) والطول لـ 44 طالبة طالبة من كلية الطب

VC	الطول	VC	الطول	VC	الطول	VC	الطول
(بالإزات)	(بالسم)	(بالإزات)	(بالسم)	(بالإزات)	(بالسم)	(بالإزات)	(بالسم)
156.0	2.20	161.2	3.39	166.0	3.66	170.0	3.88
155.0	2.65	162.0	2.88	166.0	3.69	171.0	3.38
155.4	3.06	162.0	2.95	166.6	3.06	171.0	3.75
158.0	2.40	162.0	3.12	167.0	3.46	171.5	2.99
160.0	2.30	163.0	2.72	167.0	3.72	172.0	2.83
160.2	2.63	163.0	2.82	167.0	3.80	172.0	4.47
161.0	2.56	163.0	3.40	167.6	3.06	174.0	4.02
161.0	2.60	164.0	2.90	167.8	3.70	174.2	4.27
161.0	2.80	165.0	3.07	168.0	2.78	176.0	3.77
161.0	2.90	166.0	3.03	168.0	3.63	177.0	3.81
161.0	3.40	166.0	3.50	168.4	2.80	180.6	4.74

## 7.5 المرسّات وسلاسل الزمن

### Line graphs and time series

لقد رتب المعطيات في الجدول (5.5) بطريقة لا تشبه تلك التي في الجدول (6.5). ففي الأول سجلت المعطيات وفق فترات زمنية نسمي مثل هذه المعطيات السلاسل الزمنية. فإذا اختلطنا المبيان التبصري لهذه المعطيات كما في الشكل (5.5) فمن الطبيعي أن نصل النقط

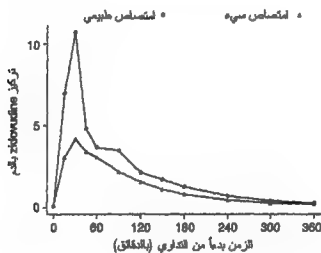


الشكل 5.5 : المرسّم الذي يبين تغيرات وفيات سرطان المري مع الزمن



المتتالية بقطع مستقيمة لنشكل الرسم، ولم يعد ما يعنينا هو النقط وإنما المخطط الذي يصل بينها، وهذا غير مدرك في الشكل (4.5) وذلك لأن المشاهدات مستقلة بعضها عن بعض فلا توجد علاقة بينها، بينما الشكل (5.5) توجد علاقة محتملة بين النقط المتجاورة، فمعدل الوفيات بسرطان المري (oesophagus) الذي يمثل هذا الشكل يتوقف على عدد من العوامل التي تتغير مع الزمن كما يتوقف على عوامل سببية ممكنة، مثل تعاطي التبغ والكحول، والعوامل السريرية مثل تحسين تقانات التشخيص وطرق المعالجة.

والمرسّات مفيدة خاصة عندما نريد أن ندرس تغير أكثر من كمية واحدة بدلالة الزمن وبين الشكل (6.5) مستويات (Zidovudine) (AZT) في دم مريض الإيدز في أوقات مختلفة بعد إعطاء الدواء، للمرضى ذوي الامتصاص الطبيعي للدم وذوي الامتصاص السيء. الفقرة (8.10) ويلاحظ أن الفرق في الاستجابة بين المعالجتين واضح جداً.



الشكل 6.3 : المرسّم الذي يبين استجابة التداوي بـ zidovudine لمجموعتين من مرضى الإيدز AIDS

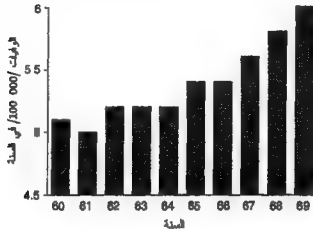
## Misleading graphs

## 8.5 المرسّات المضلّة

إن الشكل (2.5) منشأ ومعنون بوضوح، ويمكن قراءته بشكل مستقل عن النص المرافق له. كما تراعى هنا القواعد الهيكلية كما في الجداول على حد سواء. وبعد هذا، فالبيان هو طريقة لتقديم المعلومات بسرعة، ولكن هذا يصبح غريباً للأمال إذا كان على القارئ أو



المستمع أن ينفق وقتاً في محاولة معرفة ماذا يعني المبيان حقيقة. وبسبب مظهر التراص للمبيان الذي قد يكون كبيراً، فثمة مشاكل قد تنشأ لدى استخدامه.



الشكل 7.5 : مخطط الأعمدة وقد حذف الصفر على التدرج الشاقولي

أولى هذه المشكلات الصفر المفقود. يبين الشكل (7.5) مخططاً آخر يمثل المعطيات الواردة في الجدول (5.5). ويلاحظ في هذا المخطط زيادة سريعة جداً في معدل الوفيات بالمقارنة مع الزيادة التدريجية المبينة في الشكل (2.5). ومع ذلك فكلاهما يصف المعطيات نفسها. ولكن في الشكل (7.5) حذفت معظم التدرجات الشاقولية، وعوضاً عن ذلك مُدِّد الجزء الصغير من سلم التدرجات في مواضع التفور. وحتى لو كنا واعين لهذا فمن الصعب أن نتجاهل أن هذا المخطط يمثل تزايداً كبيراً في معدل الوفيات.

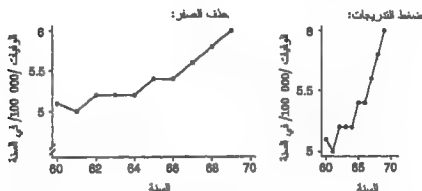
نلاحظ أنه لا توجد نقطة بدء (لا يوجد صفر) على المحور الأفقي في كلا الشكلين (2.5) و(7.5). ولهذا سببان: لا يوجد عملياً (زمن صفري) في التقوم، لذا نستخدم صفراً اختيارياً، كما أنه يوجد افتراض ضمني أن معدل الوفيات يتفور مع الزمن فقط.

وقد حذف الصفر في الشكل (4.5) وهذا ما نفعله غالباً في المبيان التبصري. ومع ذلك، إذا كان علينا أن نقيس أهمية العلاقة بين السعة الحيوية والطول باستخدام التغير النسبي في السعة الحيوية على محور الأطوال نحتاج للصفر على محور السعة الحيوية. ونحذف المبدأ غالباً



في المبيان التبصري لأننا نهتم عادة بوجود العلاقة، وأن التوزيعات تتبع المشاهدات أكثر مما تتبع قياساتها. وسنقدر الأخيرة بطريقة مختلفة، سنشرحها في الفصل الحادي عشر.

ثمة محاذير من استخدام المرسّعات خاصة لتعرضها لنوع من التشويه بسبب استبعاد الصفر كما أوضحنا. كما أن كثيراً من البرامج الحاسوبية تتجنب إنشاء مخططات الأعمدة كالشكل (7.5)، ولكنها تنتج مرسمات وقد اقتطعت أجزاء من محاورها الإحداثية. وبين الشكل (8.5) مرسماً يقابل الشكل (7.5) وقد اقتطع جزء من محوره الشاقولي. وكما في الشكل السابق يشير هذا المرسم إلى تزايد واضح في معدل الوفیات، مع العلم أن المعطيات نفسها لا تؤيد هذا الاستنتاج. ويمكننا أن نجعل هذا المرسم أكثر إثارة بتمديد التدرجات الشاقولية، وضغط التدرجات الأفقية. والانطباع الذي يحدثه الشكل (7.5) أشد إثارة من الشكل (5.5) وأدعى إلى جذب جوائز البحث، كجوائز نوبل، والمقابلات في التلفزيون ويسمى Huff (1954) هذا: التريب بالمرسمات. وتكون الإثارة أشد إذا حذفنا التدرجات، وأظهرنا تصاعد الخط البياني.

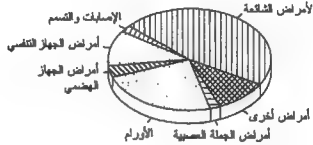


الشكل 8.5 : المرسمات وقد حذف الصفر ومددت التدرجات على المحور الشاقولي وضغطت على المحور الأفقي

ليس معنى هذا أن المؤلفين الذين يقتصرون على جزء من سلم التدرجات يقتصدون تضليل القارئ، فثمة مناقشات كبيرة حول تقويم المرسمات تسود صفحات كثيرة. ففي الشكل (4.5) لم نهتم بالسعات الحيوية بجوار الصفر، وهذا ما سوغ لنا استبعادها. أما في



الشكل (8.5) فنهتم بمعدل الوفيات عند الصفر تحديداً. وهذا بالتأكيد ما نهدف إليه. والشيء الهام في الموضوع أن المرسومات يمكن أن تضلل القارئ ، لذا عليه أن يكون واعياً. إن وجود الخواصيب الشخصية ذات الطاقات العالية أدت إلى زيادة القدرة على رسم منحنيات معقدة. إذ أن المخططات البسيطة كما في الشكل (1.5) تعلم القارئ ولكنها غير مثيرة بصرياً. ثمة طريقة لتكليف هذه الأشكال وذلك بجعلها تبدو فراغية كالشكل (9.5)، ففي هذا الشكل تتناسب الزوايا مع الأعداد التي تمثلها، ومن الصعب مقارنة المساحات لأن أشكالها مختلفة وهذا يعيق الهدف الأساسي وهو نقل المعلومات بسرعة ودقة. ونخلص إلى القول عندما تقدم المعطيات وبخاصة ترسيمياً، علينا أن نكون حريصين أن تعرض بوضوح تام.



الشكل 9.5 : إعادة للشكل (1.5) ولكن بثلاثة أبعاد

## Logarithmic scales

## 9.5 التدرجات اللوغارتمية

يبين الشكل (10.5) مرصفاً يمثل تناقص وفيات مرضى السل في إنكلترا وويلز على مدى 100 سنة (DHSS 1976). وهو كما نرى منح غير مطرد بين التناقص المستمر للمرض. كما نجد على الشكل ذاته مخطط الوفيات وفق التدرجات اللوغارتمية. والتدرج اللوغارتمي هو التدرج الذي تتحقق فيه الخاصية التالية: إذا تساوت نسبتا زوجين من النقط في التدرج الأصلي، فإن المسافة بين نقطتي الزوج الأول تساوي مثلثتها في الثاني في التدرج اللوغارتمي، وهكذا تكون المسافة بين 1 و10 مساوية للمسافة 10 و100 في هذا التدرج وليس بين 10 و19 انظر الفقرة (A5) ونلاحظ أن الخط اللوغارتمي يشير إلى كوة واضحة



بحوار العام 1950. وهو الزمن الذي اتخذت فيه إجراءات فعالة مضادة للسُّل (TB) كالمعالجة الكيميائية بـ (streptomycin) ولقاح (BCG) والتقصي الجماعي بأشعة X. ويمكن أن نفهم كيف برزت هذه المتغيرات الحادة في المنحني اللوغاريتمي إذا كنا على علم بخواص اللوغاريتمات. فإذا كان لدينا مثل هذه العلاقة فإن معدل الوفيات ينخفض بنسبة ثابتة، 10% مثلاً في السنة، فالانخفاض بالقيمة المطلقة في كل سنة يتوقف على مستواه في السنة السابقة.

الوفيات في عام 1960 = ثابت  $\times$  الوفيات في عام 1959

وإذا حولنا هذا إلى التدرج اللوغاريتمي نجد

لغ (الوفيات عام 1960) = لغ (ثابت) + لغ (الوفيات عام 1959)

ومن أجل الوفيات في عام 1961 نجد:

لغ (الوفيات في عام 1961) = لغ (ثابت) + لغ (الوفيات في عام 1960)

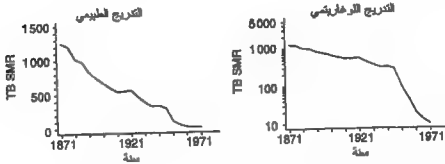
= لغ (ثابت) + لغ (ثابت) + لغ (الوفيات في عام 1959)

= 2 لغ (ثابت) + لغ (الوفيات في عام 1959)

وهكذا نحصل على علاقة خطية بين لوغاريتم الوفيات والزمن  $t$  وهي:

لغ (الوفيات بعد  $t$  سنة) =  $t \times$  لغ (ثابت) + لغ (الوفيات في السنة الأولى)

عندما تتغير النسبة الثابتة، فميل المستقيم المحلل للوغاريتم الوفيات يتغير وتظهر اللوية بوضوح في المستقيم.



الشكل 10.5 : وفيات مرض السل في انكلترا وويلز من 1871 إلى 1971 (DHSS، 1976)



التدرجات اللوغاريتمية وسائل تحليلية مفيدة جداً، ومع ذلك فالمرسّمات وفق التدرجات اللوغاريتمية يمكن أن تكون مضلّة، إذا كان القارئ لا يفهم معني هذه التدرجات. يبين التدرج اللوغاريتمي في الشكل (10.5) أن معدل انخفاض الوفيات المرافق للإجراءات المضادة للسّل يتزايد بشكل واضح تماماً. ولكنه يعطي انطباعاً أن هذه الإجراءات كانت هامة في تناقص المرضى، وليس الأمر كذلك. فإذا نظرنا إلى النقطة المقابلة في التدرج الأصلي، يمكننا أن نرى أن جميع الإجراءات التي اتخذت كانت لتسريع تناقص المرض الذي ظل قائماً لفترة طويلة. انظر (Radical statistics health group 1976).

### A 5 ملحق اللوغاريتمات

ليست اللوغاريتمات ببساطة طريقة في الحساب سبقت الحاسوب عمراً فحسب، ولكنها مجموعة من التوابع الرياضية الأساسية، وبسبب ميزاتها الخاصة فهي كثيرة الاستعمال في الرياضيات. وسنبداً باللوغاريتمات العشرية أي ذات الأساس 10 وهي الأكثر شيوعاً في الحسابات. ونعرف لوغاريتم العدد  $x$  ذا الأساس 10 بأنه العدد  $y$  الذي يحقق العلاقة

$$x = 10^y$$

$$\text{ونكتب } y = \log_{10}(x). \text{ فمثلاً } \log_{10}(10) = 1, \log_{10}(100) = 2, \log_{10}(1000) = 3, \log_{10}(10000) = 4.$$

خاصة هامة: لوغاريتم جداء عددين يساوي مجموع لوغاريتميها ونكتبها بالشكل:

$$\log(xy) = \log(x) + \log(y)$$

فمثلاً،

$$100 \times 1000 = 10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5 = 100000$$

وبالتعبير اللوغاريتمي

$$\log_{10}(100 \times 1000) = \log_{10}(10^2) + \log_{10}(10^3) = 2 + 3 = 5$$

وهذا يعني أن:  $100 \times 1000 = 10^5 = 100000$

وتعمم هذه الخاصية على أي جداء أي:

$$y = a \times b \times c \times d$$



يمكن أن نكتب:

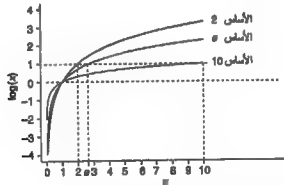
$$\log(y) = \log(a) + \log(b) + \log(c) + \log(d)$$

وهي الطريقة المعتمدة للملائمة مع توزيع اللوغاريتم الطبيعي الموصوف في الفقرة (4.7).  
ليس من الضروري استخدام الأساس 10، بل يمكن اتخاذ أي عدد كأساس وهناك علاقة بسيطة تربط لوغاريتم عدد مثل  $x$  بالنسبة لأساسين مختلفين  $a$  و  $b$  وهي:

$$\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}$$

قد يكون الأساس 10 ملائماً للاستخدامات الحسابية، ولكنه أقل استعمالاً في الأغراض الأخرى. وإذا اتخذنا الأساس  $(e)$  حيث  $(e = 2.718281)$  سمي اللوغاريتم الطبيعي أو النيبيري نسبة للرياضي (John Napier) ويرمز له باللغة البرمجية  $\log(x)$ .

يبين الشكل (11.5) للمنحني اللوغاريتمي الموافق للأسس 2،  $e$ ، 10، ونلاحظ أن جميع هذه المنحنيات تمر من النقطة (1.0) أي أن  $\log(1) = 0$  وعندما تقترب  $x$  من الصفر يسمى  $\log(x)$  إلى اللانهاية السالبة. ولا يوجد لوغاريتمات للأعداد السالبة، وعندما تزداد  $x$  متخطية الواحد يصبح المنحني منبسّطاً أكثر فأكثر. ونلاحظ أن جميع هذه المنحنيات تمر بالنقطة (1، الأساس) أي أن  $1 = \log(\text{الأساس})$ . والمنحني اللوغاريتمي ذو الأساس 2 يمر من النقط (2.1)، (4.2)، (8.3) لأن  $2^1 = 2$ ،  $2^2 = 4$ ،  $2^3 = 8$ . ويمكننا أن نرى أن تعويض المعطيات بلوغاريتماتها سيؤدي إلى مطّ التدرجات في الطرف الأدنى، وتقلصها في الطرف الأعلى.



الشكل 11.5 : المنحنيات اللوغاريتمية لثلاثة أسس مختلفة



نستخدم غالباً لوغاريتمات المعطيات عوضاً عن المعطيات نفسها. ولهذا محاسن متعددة. فعلاقات الضرب تصبح علاقات جمع، والمنحنيات يمكن أن تصبح خطوطاً مستقيمة، والتوزيعات المتجانسة يمكن أن تصبح متناظرة. يمكننا الانتقال إلى التدرجات العادية باستخدام التابع الماكس اللوغاريتم (antilog). فإذا كان  $y = \log_{10}(x)$ ، فإن  $x = 10^y$  هو التابع العكسي لـ  $y$ : وإذا كان  $z = \log_{10}(x)$  فإن  $x = e^z$  أو  $x = \exp(z)$  هو التابع الماكس لـ  $z$ . فإذا كان برنامجك الحاسوبي لا يتضمن التحويل العكسي، فإن معظم الحاسبات الشخصية تحوي التابعين  $e^x$  و  $10^x$  لهذا الغرض.

### M 5 أسئلة الاختيار من متعدد من 20 إلى 24

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

20. بعد المعالجة بـ (wondermycin) تماثل 66.67% من المرضى للشفاء التام:

- أ - (wondermycin) دواء مدهش
- ب - هذه المقولة يمكن أن تكون مضللة لأن مقام<sup>1</sup> النسبة غير معلوم
- ج - عدد الأرقام المعنوية للتخذة توحى لنا بدرجة الثقة التي يمكن ألا تكون معطاة
- د - نتطلب بعض المعلومات عن (الشاهد) قبل أن نستطيع استخلاص أية نتيجة عن (wondermycin)
- هـ - يمكن أن تقتصر المعالجة على عدد صغير جداً من المرضى

21. العدد 1 729.543 71:

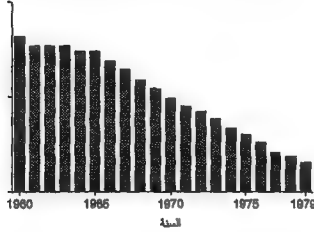
- أ - إذا دُور لرقمين معنويين يصبح 1 700
- ب - إذا دُور لثلاثة أرقام معنوية يصبح 1 720
- ج - إذا دُور لستة مراتب عشرية يصبح 1 729.54
- د - إذا دُور لثلاثة مراتب عشرية يصبح 1 729.544

<sup>1</sup> المقصود بمقام النسبة العدد الموجود تحت خط الكسر، فمقام النسبة 5/3 هو العدد 5، ويمثل المقام هنا حجم العينة المعالجة (المترجم).



هـ - إذا دُور خمسة أرقام معنوية يصبح 1729.5

وليات الأطفال في الولايات المتحدة الأمريكية 1960 - 1979



الشكل 12.5 : رسم بياني مشكوك فيه

22. الشكل (12.5):

أ - يمثل مُنسجاً

ب - يجب أن يُدرج المحور الشاقولي

ج - يجب أن يبين الصفر على المحور الشاقولي

د - يجب أن يبين الصفر على المحور الأفقي

هـ - يجب أن تبين الواحدات على المحور الشاقولي

23. التدرجات اللوغاريتمية المستخدمة في المرسّيات التي تتعلق بالزمن:

أ - تبين التغيرات في الاتجاه بوضوح

ب - تنتج غالباً خطوطاً مستقيمة

ج - تعطي فكرة واضحة عن قياس التغيرات

د - يجب أن تميز نقطة الصفر عن مبدأ التدرج

هـ - المجالات المضغوطة بين الأعداد الكبيرة تقارن بمثيلاتها في الأعداد الصغيرة



24. الطرائق التالية يمكن أن تستخدم لبيان العلاقة بين متغيرين:

- أ - للنسج
- ب - مخطط الفطيرة
- ج - المبيان التبعثري
- د - مخطط الأعمدة
- هـ - المرسوم

الجدول 7.5 : أعداد المسنين المقبولين أسبوعياً في المنطقة الصحية لـ Wandsworth بدءاً من أيار حتى أيلول في العامين 1982 و 1983 (Fish ورقائه 1985)

	1982	1983	الأسرع	1982	1983
1	24	20	12	11	25
2	22	17	13	6	22
3	21	21	14	10	26
4	22	17	15	13	12
5	24	22	16	19	33
6	15	23	17	13	19
7	23	20	18	17	21
8	21	16	19	10	28
9	18	24	20	16	19
10	21	21	21	24	13
11	17	20	22	15	29

### E5 تمرين: إيجاد المرسومات

1. في هذا التمرين سنعرض ترسيمياً بعض المعطيات التي درسناها سابقاً:  
الجدول (1.4) يبين تشخيصات المرضى في مسح المشافي. أنشئ مرسوم هذه المعطيات.
2. يبين الجدول (7.2) معدل شلل الأطفال لمدة مجموعات من الأطفال. أنشئ مخطط الأعمدة للنتائج المأخوذة عشوائياً من مناطق (المجموعة الشاهد).
3. يبين الجدول (1.3) بعض النتائج المأخوذة من وفيات الأطباء البريطانيين، مثل ذلك ترسيمياً.
4. يبين الجدول (3.4) رقم الولادة لمجموعة من النساء، اعرض هذا ترسيمياً.



5. يبين الجدول (7.5) أعداد المسنين المقبولين في المنطقة الصحية في (Wands worth) في كل أسبوع من آيار حتى أيلول في العامين 1982 و 1983. مثل هذه المعطيات ترسيمياً، ماذا برأيك سبب الاختلاف بين هذين العامين؟.



## Probability

## الاحتمالات

### Probability

### 1.6 الاحتمال

إن البيانات التي ترفدنا بها العينة يمكن استخدامها لاستخلاص نتائج تتعلق بالمجتمع الإحصائي الذي سُحبت منه هذه العينة. فمثلاً في التجارب الطبية، إذا لاحظنا أن المرضى الذين عولجوا بطريقة جديدة، أظهروا تحسناً أكبر من أولئك الذين عولجوا بالطريقة القديمة، فيُمكننا أن نعرف فيما إذا كان هذا التحسن يشمل مجتمع المرضى بأكمله، أم أنه مجرد مصادفة. إن نظرية الاحتمالات تُمكننا من إقامة علاقات بين العينات والمجتمعات الإحصائية، واستخلاص نتائج منها تصف هذه المجتمعات. نبدأ بمناقشة نظرية الاحتمالات بطرح بعض الأمثلة البسيطة التي تتعلق بالتجارب العشوائية مثل تجربة رمي قطعة من النقود أو أحد أحجار النرد، ثم ما نلبث أن نتحول إلى الأمثلة الطبية التي سنجعلها مركز الاهتمام.

للتساءل بدءاً ماذا نعني تحديداً (بالاحتمال)؟ توجد تعريفات متعددة للاحتمال، وسوف نتبنى التعريف الإحصائي. يمكن تعريف احتمال حادث ما يقع في شروط معينة، بأنه نهاية التكرار النسبي لهذا الحادث عندما يزداد عدد المشاهدات إلى ما لا نهاية. فإذا ألقينا مثلاً قطعة من النقود، فنحصل إما على الوجه الأول (الشعار) أو على الوجه الثاني (الكتابة)، أما قبل إلقاء القطعة فليس لدينا أية طريقة لمعرفة النتيجة التي سنحصل عليها. ولكننا نعلم جيداً أننا سنحصل على واحدة من هاتين النتيجةين. فإذا كررنا هذه التجربة عدداً كافياً من المرات، فإننا نتوقع أن نحصل على عدد من الشعارات يقدر عدد وجوه الكتابة. وبذا يكون



احتمال الحصول على (الشعار) مساوياً النصف. وذلك لأننا إذا أعدنا التجربة مرات عديدة، سيظهر الشعار في نصف هذه الرميات. إن عدد الشعارات التي يمكن أن تظهر في رميات متعددة لقطعة النقود يسمى المتغير العشوائي (Random Variable) أي المتغير الذي يمكن أن يأخذ أكثر من قيمة واحدة باحتمالات معطاة. وبالطريقة ذاتها فإن إلقاء حجر النرد يظهر لنا واحداً من الوجوه الستة للحجر باحتمالات متساوية. كما يمكن أن نتخذ عدد الخمسات في رمي حجر النرد مثلاً كمتغير عشوائي، وكذلك عدد الرميات قبل الحصول على الوجه خمسة.

ويطبق تعريف الاحتمال هذا على المتغيرات المستمرة. كطول إنسان. لنفرض مثلاً أن الطول الناصف (Median) في مجتمع من النساء هو 168 سم فهذا يعني أن نصف أطوال هذه النساء تزيد عن 168 سم. فإذا اخترنا عدداً كبيراً من النساء عشوائياً (أي دون أن يتأثر الاختيار بخصائص هذه النساء) فإن نصف أطوال هذه النساء يزيد عن 168 سم. فاحتمال أن نجد امرأة يزيد طولها عن 168 سم هو نصف. وبالمثل إذا كان عُشر النساء تزيد أطوالهن عن 180 سم، واخترنا امرأة ما بشكل عشوائي، فإن احتمال أن يزيد طولها عن 180 سم هو  $1/10$ . وبالطريقة ذاتها يمكننا أن نحسب احتمال أن يقع طول امرأة ما بين قيمتين مفروضتين. عندما نقيس كمية مستمرة فإننا عادةً نتقيد بطرائق القياس، فإذا كان طول امرأة ما 170 سم فهذا يعني أن طولها يقع، لنقل، بين القيمتين 169.5 و 170.5 سم وهذا يتوقف طبعاً على دقة القياس. وهكذا فإن ما نهتم به هو احتمال أن يأخذ المتغير العشوائي قيمة في مجال ما عوضاً عن أن يأخذ قيمة معينة.

## Properties of probability

## 2.6 خواص الاحتمال

تنتج مباشرة من تعريف الاحتمال الخواص التالية:

1. يقع الاحتمال بين الصفر والواحد، فاحتمال الحادث المستحيل (أي الحادث الذي لا يمكن أن يقع) يساوي الصفر. واحتمال الحادث الأكيد (أي الحادث الذي يقع دائماً) يساوي الواحد.



2. قاعدة الجمع (Addition rule) نفرض حادثين متتاليين متشئ (mutually exclusive)

أي عندما ينجح أحدهما يفشل الآخر، فاحتمال وقوع أحدهما يساوي مجموع احتماليهما. ففي مثال قذف حجر النرد يمكن أن يظهر الوجه 1 أو الوجه 2 ولكن لا يمكن أن يظهرهما معاً، فاحتمال ظهور أحد الوجهين 1 أو 2 هو  $1/6 + 1/6 = 2/6$ .

3. قاعدة الجداء Multiplication rule نفرض أن حادثين ما كانا مستقلين أي أن معرفة

وقوع أحدهما لا تفيدنا بشيء عن امكانية وقوع الآخر. فاحتمال وقوع الحادثين في آن معاً هو جداء احتماليهما. نفرض مثلاً أننا ألقينا حجر النرد مرتين، فالرمة الثانية مستقلة عن الرمة الأولى ويكون احتمال ظهور شعارين هو  $1/4 = 1/2 \times 1/2$ ، لكن لدينا الحادثان المستقلان A و B. إن نسبة وقوع الحادث A في متتالية من التجارب العشوائية هو احتمال نجاح A، وبما أن A و B مستقلان، فإن نسبة وقوع B في المرات التي يكون فيها A نجاحاً هي نسبة نجاح B نفسها. وبناء على هذا فإن احتمال نجاح A و B في آن معاً يساوي احتمال نجاح A مضروباً باحتمال نجاح B.

### 3.6 التوزيعات الاحتمالية والمتغيرات العشوائية

#### Probability distributions and random variables

نفرض أن لدينا مجموعة من الحوادث المتتالية متشئ، والتي تحوي جميع الحوادث الممكنة الوقوع، وهذا يعني أن مجموع احتمالاتها يساوي الواحد. تُشكل هذه المجموعة من الاحتمالات توزيعاً احتمالياً. فإذا ألقينا قطعة من النقود مثلاً لدينا حالتان ممكنتان "الشعار" و"الكتابة" وهما الحادثان الوحيدان الممكن وقوعهما ويكون التوزيع الاحتمالي الموافق:

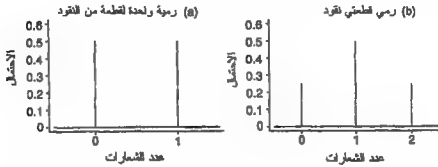
$$\text{احتمال الشعار} = 1/2$$

$$\text{احتمال الكتابة} = 1/2$$

ونستطيع أن نمثل هذا بمبيان (diagram) كما في الشكل (1.6). دعنا الآن نعرف متغيراً نمز له بـ  $X$  بحيث يأخذ القيمة 0 إذا ظهر الوجه "الكتابة" و 1 إذا ظهر الوجه "الشعار". إذن  $X$  هو عدد الشعارات التي تظهر في رمية واحدة لقطعة النقود. وعلى هذا تكون قيم  $X$  0 وإما 1، ومع أننا لا نعرف مسبقاً ماذا ستكون قيمة  $X$  قبل رمي قطعة



النقود ولكننا نعلم جيداً احتمال كل حالة.  $X$  هو المتغير العشوائي حسب الفقرة (1.6) ونسمي التوزيع الاحتمالي الموافق له، التوزيع الاحتمالي لـ  $X$ .



لنتساءل الآن ماذا يحدث لو أننا ألقينا قطعتي نقود بأن معاً؟ سيكون لدينا أربعة حالات ممكنة: شعار، شعار - شعار، كتابة - كتابة، شعار - كتابة، ومن الواضح أن هذه الحالات ذات احتمالات متساوية، واحتمال كل منها يساوي  $1/4$ . نفرض  $Y$  عدد الشعارات، فليـ  $Y$  ثلاث قيم ممكنة هي:  $Y = 0, 1, 2$ .  $Y = 0$  تقابل الحالة: "كتابة، كتابة" واحتمال هذه الحالة يساوي  $1/4$  و  $Y = 1$  تقابل الحالة "شعار، شعار، كتابة" أو "كتابة، شعار" واحتمال هذه الحالة  $1/2 = 1/4 + 1/4$  و  $Y = 2$  تقابل الحالة "شعار، شعار" واحتمالها يساوي  $1/4$ . ويمكن أن نكتب التوزيع الاحتمالي الموافق:

$$\text{احتمال } (Y = 0) = 1/4$$

$$\text{احتمال } (Y = 1) = 1/2$$

$$\text{احتمال } (Y = 2) = 1/4$$

ويبين الشكل (1.6) هذا التوزيع الاحتمالي.

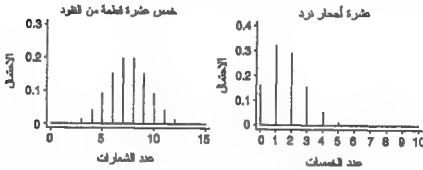
## The Binomial distribution

## 4.6 التوزيع الحدائي

لقد نظرنا في التوزيعات الاحتمالية لمتغيرين عشوائيين:  $X$  عدد الشعارات في رمية واحدة لقطعة النقود، حيث يأخذ القيمتين 0 و 1.  $Y$  عدد الشعارات في رميتين لقطعة النقود حيث



يأخذ القيم 0, 1, 2. ويمكننا أن نزيد عدد قطع النقود بقدر ما نريد، ويمثل الشكل (2.6) توزيع عدد الشعارات في تجربة إلقاء 15 قطعة من النقود في آن معاً. ويمكننا أيضاً تعداد الوجوه ذات الرقم 5 التي تظهر لدى رمي حجر النرد، والشكل (2.6) يبين لنا توزيع الخمسات التي نحصل عليها لدى قذف عشرة أحجار نرد. وبصورة عامة يمكن أن ننظر إلى قطعة النقود أو حجر النرد كتجارب ناجحة إذا كانت النواتج (شعار أو خمسة) وفاشلة إذا كانت النواتج غير ذلك. إن توزيعي  $X$  و  $Y$  والمتالين في الشكل (2.6) هي أمثلة على التوزيع الحدائسي الذي نصادفه كثيراً في التطبيقات الطبية. فالتوزيع الحدائسي هو التوزيع الناشئ عن عدد مرات النجاح في  $n$  تجربة مستقلة إذا كان احتمال النجاح في التجربة الواحدة هو  $p$ . ويمثل التوزيع الحدائسي في الحقيقة أسرة من التوزيعات كل عضو فيها معرف بقيمتي  $n$  و  $p$  التي ندعوها وسيطتي التوزيع.



الشكل 2.6 : توزيع عدد الشعارات التي تظهر عندما نرمي 15 قطعة من النقود، وعدد الخمسات التي تظهر عندما نرمي 10 أحجار نرد. أمثلة على التوزيع الحدائسي

إن الأدوات البسيطة التي نجري عليها التجارب العشوائية مثل قطعة النقود، أو حجر النرد لها أهمية في ذاتها، ولكنها لا تبنى أن لها صلة بالطلب. لنفرض أننا أخذنا عينة عشوائية لتقدير نسبة انتشار مرض ما ولتكن هذه النسبة  $p$ ، ونظراً لكون هذه العينة قد اختبرت بشكل عشوائي ومستقل من المجتمع، فاحتمال إصابة أي واحد منها بالمرض هو  $p$  وبذا يكون لدينا متتالية مستقلة من التجارب احتمال نجاح أي منها هو  $p$ . إن عدد مرات النجاح، أي عدد عناصر العينة المصابين بالمرض يتبع التوزيع الحدائسي كما سنرى لاحقاً. إن خواص التوزيع الحدائسي يمكننا من معرفة دقة تقدير انتشار المرض الفقرة (4.8).



يمكننا حساب الاحتمالات في التوزيع الحدائسي بمجدولة جميع الحالات الناتجة. فإذا ألقينا 15 قطعة من النقود مثلاً، يكون لدينا  $2^{15} = 32768$  توفيقاً (combination) ممكناً، ولكن هذا ليس مقبولاً من الوجهة العملية، وعوضاً عن ذلك فإن لدينا قانوناً يعطينا الاحتمال بدلالة عدد الرميات واحتمال ظهور الشعار. ويمكننا هذا القانون من حساب هذه الاحتمالات من أجل أية قيمة لـ  $p$  ومن أجل أي عدد من التجارب  $n$ . وبصورة عامة إذا كان لدينا  $n$  تجربة مستقلة، احتمال نجاح الواحدة منها  $p$ ، فما هو احتمال نجاح  $r$  تجربة منها؟ في متتالية من التجارب ذات  $(r)$  نجاحاً و  $(n-r)$  فشلاً حيث احتمال النجاح في كل منها  $p$ ، واحتمال الفشل  $(1-p)$ ، يكون احتمال وقوع هذه الحوادث هو  $p^r(1-p)^{n-r}$ ، وذلك بتطبيق قاعدة الجداء نظراً لأن التجارب مستقلة. ولكن عدد الطرائق لاختيار  $r$  عنصراً من أصل  $n$  عنصراً هو  $n!/r!(n-r)!$  حسب الفقرة (A6) فإن واحداً فقط من هذه للتوافقات يمكن أن يقع في المرة الواحدة. وهكذا نجد  $n!/r!(n-r)!$  طريقة متنافية مثنى للحصول على  $r$  نجاحاً كل منها باحتمال  $p^r(1-p)^{n-r}$ . إن احتمال حصولنا على  $r$  نجاحاً هو مجموع  $n!/r!(n-r)!$  احتمالاً يساوي كل منها  $p^r(1-p)^{n-r}$  ويكون:

$$\text{احتمال } (r \text{ نجاحاً}) = \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r (1-p)^{n-r}$$

إن الذين يتذكرون نشر الحدائسي في الرياضيات سيكتشفون بسهولة أن هذا الاحتمال يمثل الحد العام لهذا النشر، ولهذا سمي التوزيع الحدائسي.

لتطبيق هذا القانون في تجربة إلقاء قطعتي نقود. لدينا توزيع حدائسي وسيطاه  $p = 0.5$ ،  $n = 2$  فاحتمال ظهور شعارين: ( $r = 2$ ) هو

$$\begin{aligned} \text{PROB}(r=2) &= \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r (1-p)^{n-r} \\ &= \frac{2!}{2!0!} 0.5^2 \times 0.05^0 = \frac{2}{2 \times 1} \times 0.25 \times 1 = 0.25 \end{aligned}$$

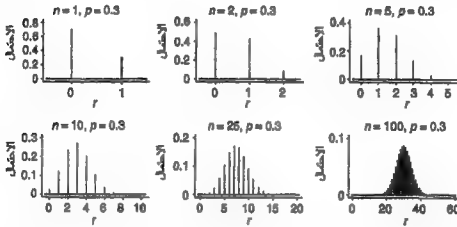
لنتنبه أن  $0! = 1$  الفقرة (A6)، وأن أي عدد مرفوع للأصفر يساوي الواحد، وبطريقة

مماثلة يمكن حساب الاحتمال من أجل  $r = 1$  و  $r = 0$ :

$$\begin{aligned} p(r=1) &= \frac{2!}{1!1!} 0.5^1 \times 0.5^1 = \frac{2}{1 \times 1} \times 0.5 \times 0.05 = 0.5 \\ p(r=0) &= \frac{2!}{0!2!} 0.5^0 \times 0.5^2 = \frac{2}{1 \times 2} \times 0.5 \times 0.25 = 0.25 \end{aligned}$$



وهذا ما حصلنا عليه من أجل قطعتي نقود في الفقرة (3.6). ويمكننا استخدام هذا التوزيع حيثما كان لدينا متتالية من التجارب ذات نتيجتين ممكنتين فقط. فإذا كانت التجربة معالجة لمجموعة من المرضى فإن عدد من يشفى منهم يتبع التوزيع الحدائسي. وإذا قمنا بضغط الدم لمجموعة من الأشخاص، فعدد ذوي الضغط المرتفع منهم يتبع التوزيع الحدائسي. ويمثل الشكل (3.6) التوزيع الحدائسي من أجل  $p = 0.3$  وقيم متزايدة لـ  $n$ . ويصبح هذا التوزيع أكثر تناظراً كلما تزايدت قيمة  $n$ ، ويقترب من التوزيع الطبيعي الذي سندرسه في الفصل التالي.



الشكل 3.6 : توزيعات حدائية لقيم مختلفة لـ  $n$  و  $p = 0.3$

## Mean and Variance

## 5.6 المتوسط والتفاوت

إن عدد الاحتمالات المختلفة في التوزيع الحدائسي يمكن أن يكون كبيراً جداً وصعباً تناول. عندما تكون  $n$  كبيرة نحتاج عادة أن نلخص هذه القيم بطريقة ما، فكمما أمكننا توصيف التوزيعات التكرارية بالمتوسط والتفاوت، فإن بإمكاننا فعل ذلك في التوزيع الاحتمالي والمتغير العشوائي المقابل له.

فالم متوسط الحسابي هو القيمة الوسطية للمتغير العشوائي في عدد كبير من المشاهدات ويسمى القيمة المتوقعة (expected value) أو التوقع (expectation) ويرمز عادة لتوقع المتغير العشوائي  $X$  بـ  $E(X)$ . إذا استعملنا تجربة إلقاء قطعتي نقود، وفرضنا  $x$  عدد



الشعارات التي تظهر في هذه التجربة فإننا نحصل على 0 شعار في 1/4 الحالات الممكنة أي باحتمال 1/4. ونحصل على شعار واحد في 1/2 الحالات، كما نحصل على شعارين في 1/4 الحالات، فالقيمة الوسطية لعدد كبير من التجارب نحصل عليه بضرب كل قيمة للمتغير العشوائي بنسبة ظهورها ثم نجمع النتائج:

$$0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} = 0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

وهكذا نجد أن العدد الوسطي للشعارات في تجربة إلقاء قطعتي نقود هو 1. وبشكل عام ففي أي متغير عشوائي منقطع يمكننا حساب المتوسط الحسابي أو التوقع بجمع جداءات القيم الممكنة لهذا المتغير باحتمالاتها.

يجب أن نتنبه أن التوقع الرياضي للمتغير العشوائي ليس بالضرورة واحداً من القيم التي يأخذها هذا المتغير. ففي تجربة إلقاء قطعة واحدة من النقود مثلاً إما أن نحصل على شعار أو لا، وكل منهما باحتمال 1/2 ويكون التوقع الرياضي:  $\frac{1}{2} = 0 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{2}$ ، ففي حين أن عدد الشعارات إما 0 وإما 1 فإن التوقع الرياضي هو 1/2 وهذه القيمة تمثل المتوسط الحسابي للشعارات في عدد كبير من الرميات.

تفاوت متغير عشوائي هو متوسط مربعات فروق هذا المتغير عن المتوسط الحسابي، ففي تجربة إلقاء قطعتي نقود وجدنا أن للمتغير العشوائي يأخذ القيم: 0، 1، 2 وفق الاحتمالات 1/4، 1/2، 1/4، على الترتيب. فالصفر يعيد بالمقدار 1 عن المتوسط باحتمال 1/4، والواحد يعيد بمقدار 0 عنه باحتمال 1/2، كما أن 2 يعيد بمقدار 1 باحتمال 1/4، فالتفاوت يساوي مجموع مربعات هذه الفروق مضروبة باحتمالاتها.

$$\begin{aligned} \text{التفاوت} &= (0-1)^2 \times \frac{1}{4} + (1-1)^2 \times \frac{1}{2} + (2-1)^2 \times \frac{1}{4} \\ &= (-1)^2 \times \frac{1}{4} + 0^2 \times \frac{1}{2} + 1^2 \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

نرمز لتفاوت متغير عشوائي  $X$  بالرمز  $\text{VAR}(X)$ ، وتكتب صيغته الرياضية بالشكل.

$$\text{VAR}(X) = E(X^2) - E(X)^2$$



نسعى الجذر التربيعي لتفاوت متغير عشوائي، الانحراف المعياري ونرمز له بالحرف اليوناني  $\sigma$  ويعبر عن التفاوت إذن بـ  $\sigma^2$ ، كما نرمز للتوقع الرياضي للمتغير العشوائي بالحرف اليوناني  $\mu$ .

نعرف بطريقة مماثلة المتوسط الحسابي والتفاوت لمتغير عشوائي مستمر والذي نصادفه كثيراً في الفصل السابع، وذلك باستخدام الحساب التكاملي، وإن كان هذا لا يعني هنا، إنما بإمكاننا أن نوضح ذلك بأن نجزيء المجال الكلي إلى مجالات صغيرة، ثم نضرب قيم المتغير العشوائي في هذه المجالات باحتمالاتها ونجمع النتائج.

## 6.6 خواص المتوسط والتفاوت

### Properties of mean and variance

عندما نستخدم متوسط التوزيع الاحتمالي وتفاوتاته في الحسابات الإحصائية فليس ما نحتاج إليه التفاصيل التي تتعلق بصيغها، وإنما يهمنا بعض خصائصها البسيطة. إذ أن معظم الصيغ المستخدمة في الحسابات الإحصائية تستنتج منها. وسبب سهولة هذه الخواص أنه يمكن فهمها بطرق غير رياضية.

إذا أضفنا عدداً ثابتاً لمتغير عشوائي ما، فمتوسط المتغير الناتج يساوي متوسط المتغير الأصلي مضافاً إليه الثابت. أما التفاوت والانحراف المعياري فلا يتغير. نفرض أن المتغير العشوائي هو طول إنسان، يمكننا إضافة ثابت إلى الطول وذلك بقياس أطوال الأشخاص الواقفين فوق صندوق. فمتوسط أطوال الأشخاص فوق الصندوق يساوي متوسط أطوال الأشخاص مضافاً إليها الطول الثابت للصندوق. فالصندوق لا يمس التغيرات في الأطوال فالفرق بين أطوال الأشخاص وأقصبرها مثلاً سوف لا يتغير. كما يمكننا طرح ثابت من الطول وذلك بجعل الأشخاص يقفون في حفرة، وهذا ينقص المتوسط ولكنه لا يغير التفاوت كما وجدنا.

إذا ضربنا المتغير العشوائي بعدد موجب، فإن المتوسط الحسابي، والانحراف المعياري يضربان بهذا العدد، أما التفاوت فيضرب بمربع العدد فإذا غيرنا مثلاً وحدات القياس من البوصات إلى السنتيمترات نضرب كل قياس بـ 2.54. وهذا يبرهن خاصية ضرب المتوسط



بعدد ثابت. كما أن الانحراف المعياري يضرب هذا الثابت لأنه يقاس بالوحدات نفسها التي تقاس بها المشاهدات، من جهة ثانية يقاس التفاوت بمربع الوحدات، وبذلك يضرب بمربع الثابت. أما إذا كان الثابت سالباً فإن ضرب المتوسط بهذا الثابت يغير إشارته بينما يضرب التفاوت بمربع هذا العدد، أي يضرب بعدد موجب إذن يبقى التفاوت موجباً. وكذلك الانحراف المعياري وهو الجذر التربيعي للتفاوت هو موجب دائماً. أي أن الانحراف المعياري يضرب بالقيمة المطلقة للثابت.

إذا جمعنا متغيرين عشوائيين فإن متوسط المجموع هو مجموع المتوسطين، وإذا كان المتغيران مستقلين فتفاوت المجموع يساوي مجموع التفاوتين. ومثال ذلك مجموعة من الأشخاص يقفون على صناديق متفجرة الارتفاع، فمتوسط أطوال هؤلاء الأشخاص يساوي متوسط أطوال الأشخاص مضافاً إليه متوسط ارتفاعات الصناديق. فالتغير في الأطوال سيزيد وذلك بسبب أن بعض الأشخاص القصار يجلسون أنفسهم على صناديق صغيرة، وبعض الأشخاص الطوال يجلسون أنفسهم على صناديق كبيرة. أما إذا كان المتغيران غير مستقلين، يصبح الأمر مختلفاً، فبينما يبقى متوسط المجموع يساوي مجموع المتوسطين، فإن تفاوت المجموع لا يساوي مجموع التفاوتين. نفرض الآن أن الأشخاص قرروا أن يقفوا على الصناديق ليس بهدف إحصائي، وإنما بقصد آخر، فهم يرغبون بتغيير المصباح الكهربائي، وهذا يتطلب من كل منهم أن يصل إلى الطول المطلوب. فالشخص القصير عليه أن يختار الصندوق الكبير بينما الشخص الطويل سيقف على الصندوق الصغير، والنتيجة هي نقصان التغير حتى الصفر تقريباً. من جهة ثانية إذا طلبنا من الأشخاص الطوال أن يقفوا على صناديق كبيرة ومن القصار أن يقفوا على صناديق صغيرة فإن التفاوت سيزداد، فالاستقلال شرط مهم.

إذا طرحنا متغيراً عشوائياً من آخر، فمتوسط الفرق يساوي فرق المتوسطين وإذا كان المتغيران مستقلين فتفاوت الفرق يساوي مجموع تفاوتيهما ومثال ذلك إذا قسنا أطوال أشخاص يقفون في حفر متفاوتة العمق فمتوسط الطول فوق مستوى الأرض يساوي الفرق بين متوسط أطوال الأشخاص ومتوسط أعماق الحفر، فالتغير يزداد، إذ أن بعض الأشخاص القصار يقفون في حفر عميقة، وبعض الأشخاص الطوال يقفون في حفر غير عميقة أما إذا



كانت المتغيرات غير مستقلة فلا تصح خاصية جمع التباينات، أما إذا حاول الأشخاص أن يختبئوا في الحفرة، فعليهم أن يجدوا حفراً بعمق كافٍ لاحتياهم، وفي هذه الحالة سيتناقص التباين.

أما ضرب متغيرين عشوائيين أو تقسيم أحدهما على الآخر فالأمر أكثر تعقيداً، ومن حسن الحظ أننا نادراً ما نحتاج لذلك.

لنوجد الآن المتوسط الحسابي والتباين للتوزيع الحداني ذي الوسيطين  $n$  و  $p$ . نفرض بدءاً أن  $n = 1$  فالتوزيع الاحتمالي الموافق:

الاحتمال	القيمة
$1 - p$	0
$p$	1

$$\mu = 0 \times (1 - p) + 1 \times p = p$$

فالتوسط يكون:

$$\begin{aligned} \text{VAR}(x) &= (0 - p)^2 \times (1 - p) + (1 - p)^2 \times p = p^2(1 - p) + (1 - p)^2 \\ &= p(1 - p)(p + 1 - p) \\ &= p(1 - p) \end{aligned}$$

ليكن لدينا الآن المتغير الحداني ذو الوسيطين  $n$  و  $p$ ، يمكن افتراض هذا المتغير بأنه مجموع  $n$  متغيراً حدانياً مستقلاً له الوسيطان 1 و  $p$ . فمتوسطه هو مجموع  $n$  متوسطاً يساوي كل منها  $p$  وتفاوتاته هو مجموع  $n$  تفاوتاً يساوي كل منها  $p(1 - p)$ . إذن متوسط التوزيع الحداني يساوي  $np$  وتفاوتاته  $np(1 - p)$  وسنرى في مسائل العينات الكبيرة أن هذه الصيغ أكثر استخداماً من قانون الاحتمال نفسه لهذا التوزيع.

إن خواص متوسط المتغير العشوائي وتفاوتاته تمكننا من إيجاد حلول لمسائل درجات الحرية لتفاوت العينة الواردة في الفصل الرابع وفق صيغ رياضية. نريد الآن تقديراً للتفاوت بحيث تكون القيمة المتوقعة له هي تفاوت المجتمع الإحصائي. إن القيمة المتوقعة للمقدار  $\sum (x_i - \bar{x})^2$  يمكن أن تكتب بالشكل  $\text{VAR}(x)(n - 1)$  وفق الفقرة (B6) فإذا قسمنا على  $n - 1$  عوضاً عن  $n$  نحصل على تقدير للتباين.



## 7.6 توزيع بواسون

### The Poisson distribution

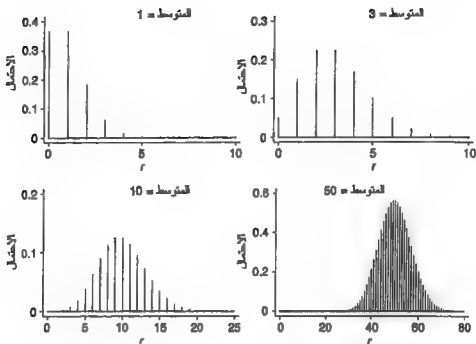
إن التوزيع الحدائسي هو واحد من عدد من التوزيعات الاحتمالية المستخدمة في الإحصاء. وهو توزيع منقطع، أي أنه يأخذ مجموعة منتهية من القيم الممكنة. ولعله التوزيع المنقطع الأكثر مصادفة في التطبيقات الطبية. فله توزيع منقطع آخر يستحق الدراسة من هذه الوجهة هو توزيع بواسون. ينتج هذا التوزيع، مثل التوزيع الحدائسي من نماذج احتمالية بسيطة، وسنحذف الدراسة الرياضية لهذا التوزيع بسبب تعقيدها.

نفرض الآن عدداً من الحوادث العشوائية المستقلة، تقع في فترات زمنية متساوية. لتوزيع بواسون هو التوزيع الذي يمثل عدد الحوادث التي تقع في فترة زمنية ثابتة. فإذا كانت الحوادث تقع بمعدل  $\mu$  حادثاً في واحدة الزمن، فاحتمال وقوع  $x$  حادثاً في واحدة الزمن هو:

$$\frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$$

حيث  $e = 2.718$  الثابت الرياضي المعروف. ومع أننا نادراً ما نحتاج إلى الثوابت الاحتمالية لهذا التوزيع كالتوسط والتفاوت، فإن متوسط توزيع بواسون من أجل عدد من الحوادث في واحدة الزمن هو ببساطة المعدل  $\mu$ . كما أن تفاوت هذا التوزيع يساوي  $\mu$  أيضاً. وهكذا فثمة أسرة من التوزيعات تماثل التوزيع الحدائسي ولكن بوسيط واحد  $\mu$  تحمل اسم بواسون. ولهذا التوزيع أهمية خاصة، إذ أن الوفيات في أمراض كثيرة يمكن النظر إليها على أنها حوادث عشوائية ومستقلة في المجتمع. فمثلاً عدد الوفيات الناتجة عن سرطان الرئة في السنة لمجموعة مهنية واحدة، مثل عمال مناجم الفحم، تمثل متغيراً يخضع لتوزيع بواسون. ويمكننا استخدام هذا التوزيع لإجراء مقارنات بين معدلات الوفيات كما في الفقرة (3.16). يوضح الشكل (4.6) توزيع بواسون من أجل أربع قيم مختلفة للمتوسط. وسنرى أنه كلما ازداد المتوسط فإن توزيع بواسون يصبح أكثر شبهاً بالتوزيع الحدائسي في الشكل (3.6) وسناقش هذه للماتلة في الفصل التالي.





الشكل 4.6 : توزيع بواسون لأربع قيم مختلفة للمتوسط

## A 6 ملحق التباديل والتوافيق

لكل أولئك الذين يجهلون نظرية التوافيق أو الذين عرفوها ونسوها، يمكن إيضاحها كما يلي: سننظر بداية إلى عدد التباديل، أي عدد الطرائق التي يمكن أن نرتب وفقها مجموعة من الأشياء. نفرض أن لدينا  $n$  عنصراً ولتساءل ما هو عدد الطرائق التي يمكن أن نرتب وفقها هذه العناصر؟ يمكن أن نختار العنصر الأول بـ  $n$  طريقة، وبعد اختيار العنصر الأول توجد  $n - 1$  طريقة لاختيار العنصر الثاني، وهكذا توجد  $n(n - 1)$  طريقة لاختيار العنصرين الأول والثاني، والآن توجد  $n - 2$  طريقة لاختيار العنصر الثالث، وتوجد  $n - 3$  طريقة لاختيار العنصر الرابع وهكذا... وتبقى طريقة واحدة فقط لاختيار العنصر الأخير وهكذا نجد:  $1 \times 2 \times \dots \times (n - 2) \times (n - 1) \times n$ ، تديلاً لـ  $n$  عنصراً. نسمي هذا العدد عاملي  $n$  ونكتبه بالشكل  $n!$ .

نريد أن نعرف الآن بكم طريقة يمكن اختيار  $r$  عنصراً من أصل  $n$  عنصراً. لدى اختيار  $r$  عنصراً، يمكننا ترتيبها بـ  $r!$  طريقة، كما يمكن ترتيب العناصر  $n - r$  غير المختارة بـ



$(n-r)$  طريقة، إذن يمكن ترتيب هذه العناصر بـ  $r!(n-r)!$  طريقة دون اعتماد التبديل في العناصر المختارة. فمثلاً لنختار العنصرين الأولين من المجموعة  $A, B, C$ . فإذا كانا  $A$  و  $B$  فإن لدينا تبديلين ممكنين هما  $ABC, BAC$  وهذا يساوي طبعاً  $2! = 2$  تبديلاً. فكل توافق مكون من  $r$  عنصراً يقابل  $r!(n-r)!$  من أصل  $n$  تبديلاً ممكناً، وهكذا يوجد:

$$\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

توفيقاً ممكناً. فمثلاً عدد توافيق ثلاثة عناصر  $A, B, C$  مأخوذة مثنى مثنى هي  $AB, AC, BC$ ، ولا يوجد إمكانيات أخرى. وتطبيق الصيغة السابقة حيث  $n=3$  و  $r=2$  يكون:

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 1} = 3$$

نصادف بعض الأحيان أثناء تطبيق هذه الصيغة القيمتين:  $r=0$  أو  $r=n$ ، وهذا يؤدي إلى 10 ولا يمكن تعريف هذا المصطلح في طريقة الاختيار ولكن يمكننا حساب قيمته الوحيدة الممكنة  $10 = 1$ . وتعليل ذلك أنه توجد طريقة واحدة فقط لاختيار  $n$  عنصراً من أصل  $n$  عنصراً، لدينا:

$$1 = \frac{n!}{n!(n-n)!} = \frac{n!}{n! \times 0!} = \frac{1}{0!}$$

ومنه  $10 = 1$ .

## 6 B ملحق القيمة المتوقعة لمجموع مربعات

إن خواص المتوسط والتفاوت المذكورة في الفقرة (6.6) يمكن استخدامها للإجابة على السؤال المطروح في الفقرة (4.7) والفقرة (A4) المتعلق بالعدد القاسم (divisor) في تفاوت العينة. لتسأل الآن لماذا يعطى التفاوت بالعبار:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

وليس بالعبار:

$$s_n^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2$$



سوف نهتم بالخصائص العامة للعينات ذات الحجم  $n$ ، ومستعمل مع  $n$  بافتراضها عدداً ثابتاً  $x_i$  و  $\bar{x}$  على أنهما متغيران عشوائيان. نفرض الآن أن  $\mu$  متوسط المتغير  $x_i$  و  $\sigma^2$  تفراتته. إن القيمة المتوقعة لمجموع المربعات هي:

$$\begin{aligned} E(\sum (x_i - \bar{x})^2) &= E\left(\sum x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum x_i)^2\right) \\ &= E(\sum x_i^2) - \frac{1}{n}E((\sum x_i)^2) \end{aligned} \quad \text{الفقرة (A4)}$$

وذلك لأن القيمة المتوقعة للفرق تساوي الفرق بين القيمتين المتوقعتين بفرض  $n$  ثابت. وبما أن تفرات المجتمع  $\sigma^2$  هو متوسط مربعات أبعاد القيم عن متوسط المجتمع  $\mu$  فإن:

$$\sigma^2 = E((x_i - \mu)^2) = E(x_i^2 - 2\mu x_i + \mu^2) = E(x_i^2) - 2\mu E(x_i) + \mu^2$$

لأن  $\mu$  عدد ثابت. وبما أن  $\mu = E(x_i)$  نجد:

$$\sigma^2 = E(x_i^2) - 2\mu^2 + \mu^2 = E(x_i^2) - \mu^2$$

ومنه  $\sigma^2 + \mu^2 = E(x_i^2)$  وهكذا نجد  $E(\sum x_i^2) = n(\sigma^2 + \mu^2)$  الذي يساوي مجموع  $n$  عدداً كل واحد منها يساوي  $\sigma^2 + \mu^2$  لنحسب الآن قيمة  $E((\sum x_i)^2)$  لدينا:

$$E(\sum x_i) = \sum E(x_i) = \sum \mu = n\mu$$

$$\text{VAR}(\sum x_i) = \sum \text{VAR}(x_i) = n\sigma^2$$

وبما أن  $E(x_i^2) = \sigma^2 + \mu^2 = \text{VAR}(x_i) + (E(x_i))^2$  فإن:

$$\begin{aligned} E((\sum x_i)^2) &= \text{VAR}(\sum x_i) + (E(\sum x_i))^2 \\ &= n\sigma^2 + (n\mu)^2 \end{aligned}$$

إذن:

$$\begin{aligned} E(\sum (x_i - \bar{x})^2) &= E(\sum x_i^2) - \frac{1}{n}E((\sum x_i)^2) \\ &= n(\sigma^2 + \mu^2) - \frac{1}{n}(n\sigma^2 + n^2\mu^2) \end{aligned}$$



$$= n\sigma^2 + n\mu^2 - \sigma^2 - n\mu^2$$

$$= (n-1)\sigma^2$$

وتكون القيمة المتوقعة لمجموع المربعات هي  $(n-1)\sigma^2$ . وللحصول على تقدير التفاوت  $\sigma^2$  يجب أن نقسم مجموع المربعات على  $n-1$  وليس على  $n$ .  
وسنذكر أهمية تفاوت متوسط العينة  $\bar{x}$  فيما بعد الفقرة (2.8).

$$\text{VAR}(\bar{x}) = \text{VAR}\left(\frac{1}{n} \sum x_i\right) = \frac{n\sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n}$$

6 M أسئلة الاختيار من متعدد من 25 إلى 31

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

25. A و B حادثان متنافيان إذا:

أ -  $\Pr(A \text{ أو } B) = \Pr(A) + \Pr(B)$

ب -  $\Pr(A \text{ و } B) = 0$

ج -  $\Pr(A \text{ و } B) = \Pr(A) \cdot \Pr(B)$

د -  $\Pr(A) = \Pr(B)$

هـ -  $\Pr(A) + \Pr(B) = 1$

26. إذا كان احتمال أن تخضع المرأة البالغة 50 عاماً للشرط  $X$  هو 0.2 واحتمال أن تخضع

هذه المرأة للشرط  $Y$  هو 0.05، وكان الاحتمالان مستقلين:

أ - احتمال عضوعها لهذين الشرطين معاً هو 0.01

ب - احتمال عضوعها لهذين الشرطين معاً هو 0.25

ج - احتمال عضوعها لأحد الشرطين أو لكليهما هو 0.24

د - إذا كانت خاضعة للشرط  $X$ ، فاحتمال عضوعها للشرط  $Y$  هو أيضاً 0.01

هـ - إذا كانت خاضعة للشرط  $Y$ ، فاحتمال عضوعها للشرط  $X$  هو أيضاً 0.20

27. المتغيرات العشوائية التالية تتبع التوزيع الحدائسي:

أ - عدد الخمسات في 20 رمية لحجر النرد



ب - طول الإنسان

ج - عدد الذين يستجيبون للمعالجة في عينة عشوائية من المرضى

د - عدد الكريات الحمراء في 1 مل من الدم

هـ - نسبة المصابين بضغط الدم في عينة عشوائية من الرجال الكبار

28. أبوان يحمل كل منهما الجينة المتنحية نفسها، واحتمال انتقالها إلى ولدهما 0.5. فإذا ورث الولد الجينة عن الأبوين معاً ظهر عليه المرض، أما إذا ورث الجينة عن أحدهما فقط كان حاملاً للمرض:

أ - احتمال أن يظهر المرض على ولدهما التالي هو 0.25

ب - احتمال أن يظهر المرض على ولدين متتاليين هو  $0.25 \times 0.25$

ج - احتمال أن يحمل الولد الثاني المرض دون أن يظهر عليه 0.50

د - احتمال أن يكون الولد حاملاً للمرض أو يظهر عليه المرض هو 0.75

هـ - إذا لم يظهر المرض على الولد الأول، فاحتمال ألا يظهر على الولد الثاني  $(0.75)^2$

29. إذا قذفنا قطعة من النقود مرتين متتاليتين:

أ - العدد المتوقع للوجه "كتابة" هو 1.5

ب - احتمال ظهور الوجهين "كتابة" هو 0.25

ج - عدد مرات ظهور الوجه "كتابة" يخضع لتوزيع الحداثسي

د - احتمال ظهور الوجه "كتابة" مرة واحدة على الأقل هو 0.5

هـ - توزيع عدد الوجوه "كتابة" متناظر

30. إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متوسطه  $\mu$  وتفاوتته  $\sigma^2$ :

$$E(X+2) = \mu - \text{أ}$$

$$\text{VAR}(X+2) = \sigma^2 - \text{ب}$$

$$E(2X) = 2\mu - \text{ج}$$

$$\text{VAR}(2X) = 2\sigma^2 - \text{د}$$



$$\text{VAR}(X/2) = \sigma^2/4 \text{ — هـ}$$

31. إذا كان  $X$  و  $Y$  متغيرين عشوائيين مستقلين:

$$\text{VAR}(X + Y) = \text{VAR}(X) + \text{VAR}(Y) \text{ — أ}$$

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y) \text{ — ب}$$

$$E(X - Y) = E(X) - E(Y) \text{ — ج}$$

$$\text{VAR}(X - Y) = \text{VAR}(X) - \text{VAR}(Y) \text{ — د}$$

$$\text{VAR}(-X) = -\text{VAR}(X) \text{ — هـ}$$

### 6 تمرين: الاحتمال وجدول الحياة

في هذا التمرين سنطبق بعض القوانين الأساسية في الاحتمال على أحد الأمثلة العملية. وقد أخذت البيانات من جدول الحياة (سأعطي مزيداً من التفاصيل عن هذا في الفقرة (4.16) بين الجدول (1.6) عدد الرجال المتوقع بقاؤهم على قيد الحياة لأعمار مختلفة من أصل مجموعة مكونة من 1000 رجل بدءاً من تاريخ الميلاد. فمثلاً بعد 10 سنوات نرى أن 959 قد بقوا على قيد الحياة، أي أن 41 قد ماتوا. وبعد 20 سنة بقي 952 على قيد الحياة، أي أن 48 قد ماتوا، 41 بين العمرين 0 و9. و7 بين العمرين 10 و19.

الجدول 1.6: عدد الرجال الذين يقعون على قيد الحياة

خلال عدة عقود. (مأخوذة من جدول الحياة الإنكليزي

رقم 11، للرجال)

عدد الأحياء $l_x$	العمر بالسنوات $x$	عدد الأحياء $l_x$	العمر بالسنوات $x$
1000	0	758	60
959	10	524	70
952	20	211	80
938	30	22	90
920	40	0	100
878	50		

1. ما هو احتمال أن يعيش شخص اختير بشكل عشوائي حتى العاشرة من العمر؟
2. ما هو احتمال أن يموت هذا الشخص قبل عشر سنوات؟ ما هي الخاصية التي تطبق هنا؟



3. ما هو احتمال أن يعيش شخص حتى 10, 20, 30...100 سنة. هل هذه الاحتمالات تشكل توزيعاً احتمالياً.
4. إذا بلغ شخص الستين عاماً، ما هو احتمال أن يعيش حتى السبعين.
5. ما هو احتمال أن يعيش شخصان حتى السبعين إذا بلغا الستين؟
6. إذا كان لدينا 100 شخص قد بلغوا الستين، كم واحداً منهم يتوقع أن يبلغ السبعين.
7. ما هو احتمال أن يموت شخص في العقد الثاني من عمره؟ يمكن استخدام العلاقة:  
(احتمال البقاء إلى العقد الثاني) = (احتمال البقاء للعقد الثالث) + (احتمال الموت في العقد الثاني).
8. ما هو احتمال أن يموت شخص ما، في كل عقد من العقود؟ يشكل هذا توزيعاً احتمالياً، لماذا؟ مثل هذا التوزيع؟
9. يمكننا أن نفرض، على وجه التقريب، أن المعدل الوسطي للسنوات التي يعيشها شخص ما في العقد الذي يموت فيه هو 5 سنوات. وهكذا يكون معدل حياة الذين يموتون في العقد الثاني هو 15 سنة، فاحتمال الموت في العقد الثاني 0.007، أي أن 0.007 من الرجال يبلغ متوسط سنوات حياتهم 15 سنة. ما هو متوسط سنوات حياة جميع الرجال؟ هذا هو توقع سنوات الحياة بدءاً من الولادة.





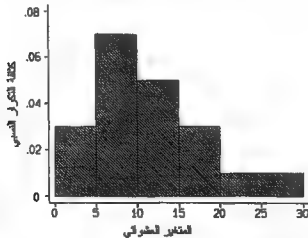


## The Normal distribution      التوزيع الطبيعي

### 1.7 احتمال المتغيرات المستمرة

#### Probability for continuous variables

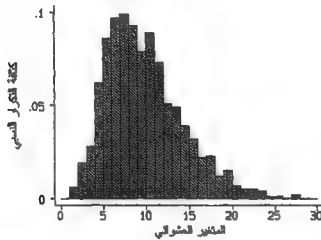
لقد وجدنا في حالة المتغير المنقطع كيف يمكن حساب الاحتمال لكل قيمة لهذا المتغير. وكلما كان عدد القيم الممكنة للمتغير العشوائي أكبر، كلما تناقصت قيم الاحتمال الموافقة له. فمثلاً في التوزيع الحدائسي ذي الوسطين  $p = 0.5$  و  $n = 2$  تكون القيمة الأكثر تردداً وهي 1 لها احتمال يساوي 0.5. بينما في التوزيع ذي الوسطين  $p = 0.5$  و  $n = 100$  تصبح القيمة الأكثر تردداً وهي 50 لها الاحتمال 0.08. في مثل هذه الحالات نلتم بحساب الاحتمال في مجال من القيم أكثر من اهتمامنا بحسابه عند قيمة معينة.



الشكل 1.7: مُنَسَّج يبين كثافة التكرار النسبي



ففي المتغير المستمر، الطول مثلاً، فإن مجموعة القيم الممكنة لهذا المتغير غير منتهية، ويكون احتمال أية قيمة منها يساوي الصفر الفقرة (1.6) وسنوجه اهتمامنا في هذه الحالة لحساب احتمال المتغير العشوائي عندما يأخذ قيمة بين حدين مفروضين أكثر من حساب الاحتمال من أجل قيم معينة. فإذا كانت نسبة وحدات المجتمع التي تقع قيمها بين حدين مفروضين هي  $p$ ، فإن احتمال اختيار وحدة ما منها تقع بين هذين الحدين تساوي  $p$ . وهذا ينتج من تعريفنا للاحتمال. كما أن فرص اختيار أية وحدة يساوي فرص اختيار الأخرى. والمسألة المطروحة الآن هي كيف نحسب قيمة هذا الاحتمال؟



الشكل 2.7 : تأثير زيادة حجم العينة على التوزيع التكراري

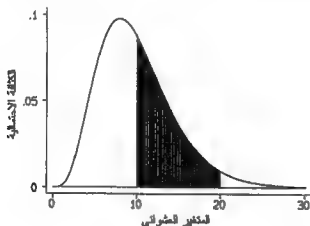
لقد وجدنا في الفقرة (3.4) كيف يمكننا تمثيل التوزيع التكراري لعينة من المشاهدات بمنسج كما في الشكل (1.7) وقد بينا فيه عدد القيم الواقعة في كل فئة، وإحدى الطرائق المتبعة في هذا التمثيل هي طريقة الكثافة التكرارية النسبية، وهي نسبة المشاهدات للمتغير  $X$  الواقعة في واحدة الطول، الفقرة (4.3). فإذا كان طول المجال 5 فالكثافة التكرارية النسبية هي قيمة التكرار النسبي مقسوماً على 5 الشكل (7.1). وتكون قيمة التكرار النسبي في مجال ما تساوي طول المجال مضروباً بالكثافة، وهذا يساوي مساحة المستطيل. فالتكرار النسبي بين نقطتين مفروضتين يساوي إذن للمساحة التي يحدها المنسج بين هاتين النقطتين. فلتقدير التكرار النسبي مثلاً بين 10 و20 في الشكل (1.7) نحزئ هذا المجال إلى جزئين



الأول من 10 إلى 15 والكثافة فيه هي 0.05 والثاني بين 15 و 20 والكثافة فيه هي 0.03، ويكون التكرار النسبي هو:

$$0.05 \times (15 - 10) + 0.03 \times (20 - 15) = 0.25 + 0.15 = 0.40$$

إذا أخذنا عينة أكبر حجماً يمكننا أن نتخذ بمحالات أصغر ونحصل على مُنحج أكثر نعومة كما في الشكل (2.7) وهكذا إذا أخذنا عينات أكبر فأكبر، واتخذنا بمحالات أصغر فأصغر نحصل على شكل قريب جداً من منحن كما في الشكل (3.7). وعندما يقترب حجم العينة من المجتمع الإحصائي الذي نفرضه كبيراً جداً، يصبح هذا المنحني ممثلاً لكثافة التكرار النسبي للمجتمع الإحصائي. ويمكننا هنا من حساب نسبة المشاهدات الواقعة بين قيمتين مفروقتين، وذلك بحساب المساحة تحت هذا المنحني كما في الشكل (3.7).

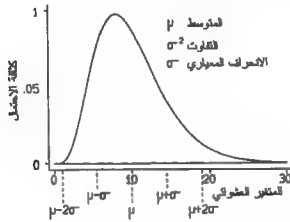


الشكل 3.7: كثافة التكرار النسبي أو تابع الكثافة الاحتمالي

فإذا عرفنا معادلة هذا المنحني أمكننا (حساب هذه المساحة باستخدام التكامل، ولكن لا حاجة بنا إلى اللجوء إلى مثل هذه العمليات في الإحصاء التطبيقي، فجميع الحسابات التي نحتاج إليها قد أجزت وصنفت في جداول خاصة). فإذا اخترنا قيمة ما للمتغير  $X$ ، فاحتمال وقوعها في مجال معطي يساوي نسبة القياسات الواقعة داخل هذا المجال، ولهذا فالتوزيع التكراري النسبي للمجتمع الإحصائي يعطينا التوزيع الاحتمالي لهذا المتغير. نسمي هذا المنحني تابع الكثافة الاحتمالي.



تنصف توابع الكثافة الاحتمالية بعدة خصائص. فالمساحة الكلية الواقعة تحت هذا المنحني تساوي الواحد، فهي تمثل الاحتمال الكلي لجميع الحوادث الممكنة. وكما وجدنا في الفقرة (5.6) فإن للمتغيرات العشوائية المستمرة متوسطات وتفاوتات وانحرافات معيارية تُعرف بطريقة مماثلة لتلك الواردة في المتغيرات المنقطعة، وتنصف بالخصائص نفسها. فالمتوسط يقع في موقع ما قريب من منتصف المنحني، كما أن معظم المساحة تحت المنحني تقع ما بين المتوسط مطروحاً منه ضعفي الانحراف المعياري وبين المتوسط مضافاً إليه ضعفي الانحراف المعياري الشكل (4.7).



الشكل 4.7: المتوسط  $\mu$ ، الانحراف المعياري  $\sigma$ ، وتابع الكثافة الاحتمالي

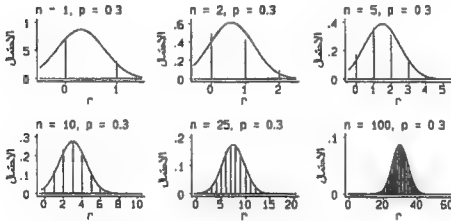
إن الشكل الدقيق للمنحني من الصعب تحديده. فثمة عدد من توابع الكثافة الاحتمالية تصادف بعضها في التجارب الاحتمالية البسيطة كما في التوزيع الحدائسي وتوزيع بواسون، ولكن معظم المتغيرات المستمرة التي سنتعامل معها كالتول، وضغط الدم، وكمية الكوليسترول، لا تنشأ عن تجارب احتمالية بسيطة ونتيجة لذلك، لا نستطيع التوصل إلى توزيعاتها الاحتمالية بالطريقة النظرية، وكما سنرى لاحقاً يمكننا في الغالب إيجاد توزيع نموذجي يحاكي خواصه الرياضية معلومة ويتلاءم مع البيانات المشاهدة جيداً، وبمكثنا من استخلاص نتائج منها. من جهة أخرى، كلما ازداد حجم العينة فإن توزيع بعض الاحصائيات، المتوسط



مثلاً، المحسوبة من البيانات يغدو مستقلاً عن توزيع المشاهدات ذاتها، ويأخذ شكلاً توزيعياً خاصاً هو التوزيع الطبيعي وسنخصص ما تبقى من هذا الفصل للدراسة هذا التوزيع.

## 2.7 التوزيع الطبيعي The Normal distribution

ننظر إلى التوزيع الطبيعي، الذي يُعرف أيضاً بتوزيع (غاوس) بأنه التوزيع الاحتمالي الأساس في الإحصاء فكلمة "طبيعي" هنا لا تؤخذ بمعناها الدارج: عادي، أو عام، ولا بالاصطلاح الطبي، صحيح (أي غير مريض) وإنما بالمعنى الأقدم "يوافق قاعدة معينة أو نموذجاً مفروضاً" وكما سنرى لا حقاً فإن التوزيع الطبيعي هو الشكل الذي يسعى إليه التوزيع الحدائسي عندما يزداد الوسيط  $n$ . ولا نبالغ كثيراً إذا قلنا إن معظم المنحنيات العشوائية تتبع التوزيع الطبيعي.



الشكل 5.7 : التوزيع الحدائسي حيث  $p = 0.3$  وست قيم مختلفة لـ  $n$ ، بالإضافة إلى منحنيات التوزيعات الطبيعية المقابلة

سنبدأ بدراسة التوزيع الحدائسي عندما يزداد الوسيط  $n$ . لقد رأينا في الفقرة (4.6) أن شكل التوزيع يتغير عندما يزداد  $n$ ، والقيم الأكثر تطرفاً تصبح أقل احتمالاً، ويغدو التوزيع أكثر تناظراً. وهذا يحدث مهما كانت قيمة  $p$ . إن وضع التوزيع على طول المحور الأفقي، وانتشاره عليه يبقى تابعاً لـ  $p$ ، بينما يكون شكل هذا المنحني مستقلاً عنها. إن المنحني الذي يمكن رسمه قريباً جداً من هذه النقاط هو منحني التوزيع الطبيعي، وهو



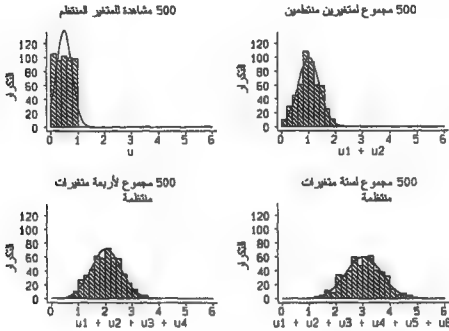
المنحني الذي يسمى إليه التوزيع الحداني عندما تزداد  $n$ . ويمكن لأي توزيع حداني أن يُقرب إلى توزيع طبيعي له متوسط التوزيع الحداني ذاته وتفاوته، وذلك عندما تصبح  $n$  كبيرة بشكل كاف. يمثل الشكل (5.7) التوزيعات الحدانية للشكل (3.6) مع المنحنيات الطبيعية الموافقة لها بدءاً من  $n = 10$  فما فوق. ونلاحظ أن التوزيعين متقاربين جداً. في الحالة العامة، إذا تحقق الشرطان  $np \geq 5$  و  $n(1-p) \geq 5$  بأن معاً فإن تقريب التوزيع الحداني إلى الطبيعي يصبح مقبولاً من الوجهة العملية. وكتطبيق على هذا انظر الفقرة (4.8). كما يتصف توزيع بواسون بالخاصة ذاتها كما يدل الشكل (4.6).

يمكن أن ينظر إلى المتغير الحداني كمجموع  $n$  من المتغيرات العشوائية المستقلة والمتطابقة وكل واحد منها هو ناتج تجربة واحدة يأخذ القيمة 1 باحتمال  $p$ . وفي الحالة العامة إذا كان لدينا متتالية من المتغيرات العشوائية المستقلة وذات توزيعات متطابقة، فإن مجموع هذه المتغيرات يسمى إلى التوزيع الطبيعي كلما زاد عدد المتغيرات. تعرف هذه النظرية: بنظرية النهاية المركزية **central limit theorem**. وبما أن معظم مجموعات القياسات، هي القيم المشاهدة لهذه المتتالية من المتغيرات العشوائية، فإننا نستنتج من هذه الخاصة الهامة أن مجموع أو متوسط أية متتالية كبيرة من المشاهدات المستقلة يتبع التوزيع الطبيعي.

لنأخذ مثلاً **التوزيع المنتظم** أو **المستطيلي** وهو التوزيع الذي لجميع قيمه الواقعة بين حدين  $a$  و  $b$  لنقل 0 و 1 احتمالات متساوية، وليست له أية قيم ممكنة أخرى. يمكننا اتخاذ مجموعة من مشاهدات هذا التوزيع، إذا اخترنا أرقاماً عشوائية من جدول الأرقام العشوائية كالجداول (3.2)، فكل مشاهدة للمتغير المنتظم هذا تشكل من متتالية من هذه الأرقام العشوائية المتوضعة بعد الفاصلة العشرية. يبين الشكل (6.7) مُنَسَج التوزيع التكراري لـ 500 مشاهدة مأخوذة من التوزيع المنتظم وتقع بين 0 و 1. وهو يختلف تماماً عن التوزيع الطبيعي نفرض الآن أننا شكلنا متغيراً جديداً وذلك بأخذ مجموع متغيرين منتظمين الشكل (6.7). إن شكل توزيع هذا المجموع يختلف تماماً عن شكل التوزيع المنتظم ويقل تواتر هذا المجموع كلما اقتربنا من طرفي المجال وهنا 0 أو 2 وأن معظم المشاهدات تتمركز حول المتوسط قريباً من القيمة المتوقعة. وسبب ذلك أنه للحصول على مجموع صغير يقتضي أن يكون المتغيران المكونان له صغيرين. وللحصول على مجموع كبير يقتضي أن يكون المتغيران كبيرين. أما الحصول على



مجموع قريب من الوسط فيتحقق إذا كان أحدهما كبيراً والآخر صغيراً أو بالعكس أو كان كلاهما قريبين من الوسط. إن توزيع مجموع المتغيرين هو أقرب للتوزيع الطبيعي منه إلى التوزيع المنتظم نفسه. ولكن القطع المفاجئ عند القيمتين 0 و 2 يجعل هذا التوزيع مختلفاً عن التوزيع الطبيعي الموافق. كما يبين الشكل (6.7) أيضاً توزيع مجموع أربعة متغيرات منتظمة وستة متغيرات منتظمة ويزداد التماثل مع التوزيع الطبيعي كلما ازداد عدد المتغيرات التي نجمعها.

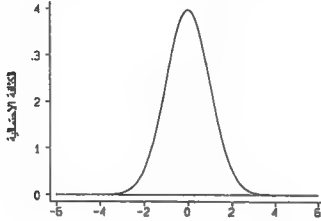


الشكل 6.7 : مجاميع عدد من المشاهدات من التوزيع المنتظم

فمن أجل مجموع ستة متغيرات يغلو التماثل مع التوزيع الطبيعي كبيراً بحيث لا يمكن التفريق بينهما. إن تقريب التوزيع الحدائسي من التوزيع الطبيعي هو حالة خاصة من نظرية النهاية المركزية. أما من أجل توزيع بواسون فالأمر يختلف، فإذا أخذنا مجموعة من متغيرات بواسون لها المتوسط نفسه وجمعناها معاً نحصل على متغير يمثل عدد الحوادث العشوائية في مجال زمني كبير (مجموع المجالات الموافقة للمتغيرات المختلفة)، وهو يحقق توزيع بواسون بمتوسط متزايد. وكما أن مجموع عدد من المتغيرات العشوائية المستقلة التي لها التوزيع نفسه يسعى إلى التوزيع الطبيعي عندما يزداد المتوسط، فإن توزيع بواسون يؤول إلى التوزيع



لطبيعي عندما يزداد المتوسط. وفي معظم التطبيقات العملية يتحقق هذا عندما يتجاوز المتوسط 10. إن التماثل بين توزيع بواسون والتوزيع الحدائسي الوارد في الفقرة (7.6) هو جزء من التقارب الأعم الملاحظ في كثير من التوزيعات الأخرى.



الشكل 7.7: التوزيع الطبيعي المعياري

### 3.7 خواص التوزيع الطبيعي

#### Properties of the Normal distribution

إن معادلة منحنى التوزيع الطبيعي في شكله المبسط، والذي ندعوه التوزيع الطبيعي المعياري، ونرمز له عادة بـ  $\phi(x)$ . حيث  $\phi$  الحرف اليوناني (فاي) هو:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

حيث  $\pi$  الثابت الرياضي المعروف. ولعل القارئ الطيب يكرر تأكيده بأن لا حاجة به لمثل هذه العلاقة المعقدة في المجال التطبيقي. وللتوزيع الطبيعي المعياري هذا متوسط يساوي الصفر، وانحراف معياري يساوي الواحد وخطه البياني كما هو مبين في الشكل (7.7). وهذا المنحنى متناظر حول المتوسط ويوصف غالباً بأن له شكل الجرس (رغم أنسي لم أر جرساً يشبهه)، ويمكننا أن نلاحظ أن معظم المساحة التي يحدها المنحنى، أي الاحتمال،



تقع بين - 1 و 1 أما الأغلبية العظمى لها فتقع في المجال بين - 2 و 2 ، وتقريباً المساحة بأكملها تقع بين - 3 و 3 .

المجدول 1.7 : جدول التوزيع الطبيعي

$z$	$\Phi(z)$	$z$	$\Phi(z)$	$z$	$\Phi(z)$
-3.0	0.001	-1.0	0.189	1.0	0.841
-2.9	0.002	-0.9	0.184	1.1	0.864
-2.8	0.003	-0.8	0.212	1.2	0.885
-2.7	0.003	-0.7	0.242	1.3	0.903
-2.6	0.005	-0.6	0.274	1.4	0.919
-2.5	0.006	-0.5	0.309	1.5	0.933
-2.4	0.008	-0.4	0.345	1.6	0.945
-2.3	0.011	-0.3	0.382	1.7	0.955
-2.2	0.014	-0.2	0.421	1.8	0.964
-2.1	0.018	-0.1	0.460	1.9	0.971
-2.0	0.023	0.0	0.500	2.0	0.977
-1.9	0.029	0.1	0.540	2.1	0.982
-1.8	0.036	0.2	0.579	2.2	0.986
-1.7	0.045	0.3	0.618	2.3	0.989
-1.6	0.055	0.4	0.655	2.4	0.992
-1.5	0.067	0.5	0.691	2.5	0.994
-1.4	0.081	0.6	0.726	2.6	0.995
-1.3	0.097	0.7	0.766	2.7	0.997
-1.2	0.115	0.8	0.788	2.8	0.997
-1.1	0.136	0.9	0.816	2.9	0.998
-1.0	0.169	1.0	0.841	3.0	0.999

ومع أن المنحني التوزيع الطبيعي عدة خواص مميزة، فإن واحدة منها مربكة وهي أنه غير قابل للتكامل، وبكلام آخر لا توجد علاقة بسيطة تسمح لنا بحساب احتمال وقوع المتغير الطبيعي بين قيمتين معلومتين. ولكن المساحات تحت المنحني الطبيعي يمكن حسابها عددياً، وقد حسبت هذه المساحات ووضعت في جدول، ويبين الجدول (1.7) المساحات تحت المنحني الطبيعي من أجل قيم مختلفة للمتغير ولكن أكثر دقة فمن أجل كل قيمة لـ  $x$ . يبين الجدول (1.7) المساحة الواقعة تحت المنحني على يسار  $x$ . أي من  $-\infty$  وحتى  $x$  الشكل (8.7). وهكذا فإن  $\Phi(x)$  هو احتمال اختيار متغير عشوائي معياري أقل من  $x$ . يلاحظ أن نصف هذا الجدول ليس ضرورياً، إذ أننا نحتاج فقط النصف الموجب لـ  $x$  وذلك لأن  $\Phi(x) + \Phi(-x) = 1$  وهذا ينتج من تناظر التوزيع. فلحساب احتمال وقوع  $x$  بين القيمتين  $a$  و  $b$  حيث  $b > a$  نجد أنه يساوي  $\Phi(b) - \Phi(a)$ . كما أن احتمال أن تتجاوز  $x$  القيمة  $a$  يساوي  $1 - \Phi(a)$ . وهذه العبارات ليست إلا أمثلة على قانون جمع الاحتمالات.



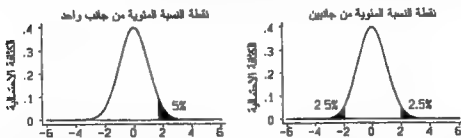
يعطينا الجدول (1.7) قيماً قليلة فقط لـ  $x$ ، أما القيم الكثيرة الأخرى فممن الممكن حسابها باستخدام برامج إحصائية حاسوبية عند الحاجة (Lindley and Miller 1955) و (Pearson and Hartler 1970).

الجدول 2.7 : نقط النسب المئوية للتوزيع الطبيعي

جانبين		جانب واحد	
$x$	$P_2(x)$	$x$	$P_1(x)$
0.67	50	0.00	50
1.28	20	0.67	25
1.64	10	1.28	10
1.96	5	1.64	5
2.33	2	1.96	2.5
2.58	1	2.33	1
3.09	0.2	2.58	0.5
3.29	0.1	3.09	0.1
		3.29	0.05

يبين هذا الجدول قيم الاحتمال  $P_1$  لصور التوزيع الطبيعي ذي المتوسط 0 والتفاوت 1 والذي يزيد عن  $x$ ، والاحتمال  $P_2$  للتوزيع الطبيعي ذي المتوسط 0 والتفاوت 1 والذي يقل عن  $-x$  أو يزيد عن  $x$ .

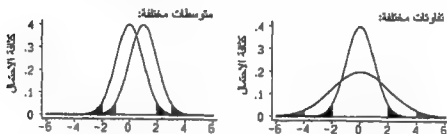
توجد طريقة أخرى لجدولة التوزيع باستخدام ما يسمى بنقط النسب المئوية "Percentage Points" تعرف نقطة النسبة المئوية  $p$  من جانب واحد لتوزيع ما بأنها القيمة  $x$  التي يكون من أجلها احتمال أن تقع مشاهدة ما من التوزيع أكبر من  $x$  أو تساويها هو  $p\%$  الشكل (8.7). الجدول (2.7) يبين نقط النسب المئوية من جانب واحد ومن جانبين من أجل التوزيع الطبيعي. لقد عبرنا عن الاحتمال بنسب مئوية لأننا عندما نستخدم نقط النسب المئوية نهتم عادة باحتمالات صغيرة مثل 0.02 و 0.01 واستخدام الشكل المئوي يجعلها 2% و 1% من الأجزاء المقطعة من المنحني بعيداً عن مبدأ الإحداثيات.



الشكل 8.7 : نقط النسب المئوية من جانب واحد ومن جانبين الموافقة لـ  $p = 5\%$  للتوزيع الطبيعي المعياري



لقد عالجنا حتى الآن التوزيع الطبيعي بمتوسط 0 وانحراف معياري 1. إذا أضفنا الآن الثابت  $\mu$  إلى المتغير الطبيعي نحصل على متغير جديد له المتوسط  $\mu$  انظر الفقرة (6.6). وبين الشكل (9.7) التوزيع الطبيعي بمتوسط 0، وتوزيع آخر نحصل عليه بإضافة 1 إليه، وقد حددت عليها نقط النسب المئوية الموافقة لـ 0.05 من الطرفين. والمنحنيان متطابقان بصرف النظر عن اختلاف موضعيهما على المحور  $0x$  فعلى المنحني ذي المتوسط 0 جميع الاحتمالات تقريباً تقع بين -3 و +3 ومن أجل المنحني ذي المتوسط 1 فإنها تقع بين -2 و +4. أي بين المتوسط مطروحاً منه 3 وبين المتوسط مضافاً إليه 3. فاحتمال وجود عدد من الوحدات بعيداً عن المتوسط هو نفسه في التوزيعين كما هو مبين بالنقط المئوية الموافقة 0.05.



الشكل 9.7 : توزيعات طبيعية ذات متوسطات وتفاوتات مختلفة، وعليها نقط النسب المئوية 5% من جانبيه

إذا اتخذنا المتغير المعياري الطبيعي ذي الانحراف المعياري 1، وضرناه بالثابت  $\sigma$  نحصل على متغير جديد انحرافه المعياري  $\sigma$ . يبين الشكل (9.7) التوزيع الطبيعي بمتوسط 0 وانحراف معياري 1، والتوزيع الذي نحصل عليه بضربه بـ 2. ويلاحظ أن المنحنيين غير متطابقين. إذ في التوزيع ذي الانحراف المعياري 2 تقع جميع الاحتمالات تقريباً بين -6 و +6. فهو يشغل مجالاً أوسع من المجال -3، +3 الخاص بالتوزيع المعياري. والقيمة +6 تساوي ثلاثة أضعاف الانحراف المعياري مسبقة بإشارة سالب. ويمكننا أن نلاحظ أن احتمال وجود عدد معين من الانحرافات المعيارية بدءاً من المتوسط هو نفسه بالنسبة لكل التوزيعين. ويلاحظ هذا أيضاً في نقط النسب المئوية 0.05 التي تمثل المتوسط مضافاً إليه 1.96 انحرافاً معيارياً أو مطروحاً منه 1.96 انحرافاً معيارياً في كل حالة.



في الحقيقة إذا أضفنا  $\mu$  للمتغير المعياري و ضربناه بـ  $\sigma$  حصلنا على توزيع طبيعي بمتوسط  $\mu$  وانحراف معياري  $\sigma$ ، ويمكننا مباشرة تطبيق الجدولين (1.7) و (2.7) عليه، فإذا رمزنا بـ  $x$  لعدد الانحرافات المعيارية فوق المتوسط عوضاً عن القيمة العددية لهذا المتغير. فيمكننا حساب نقطتي النسب المثوية من جانبيين للقيمة 0.05 للتوزيع الطبيعي بمتوسط 10 وانحراف معياري 5 كما يلي:  $19.8 = 5 \times 1.96 + 10$  و  $0.2 = 5 \times 1.96 - 10$ ، أما القيمة 1.96 فنوجدتها من الجدول (2.7).

إن ضرب المتغير الطبيعي بعدد ثابت أو إضافة ثابت إليه يعطي متغيراً طبيعياً وهذه الخاصية للتوزيع الطبيعي ليست واضحة كما يبدو. فالتوزيع الحدائسي مثلاً لا يتصف بهذه الخاصية. فلو أخذنا متغيراً حدائياً يوافق  $n=3$ ، فالقيم الممكنة لهذا المتغير هي 0، 1، 2، 3، وبعد ضربها بـ 2 تغدو القيم الممكنة 0، 2، 4، 6 في حين أن التوزيع الحدائسي الموافق لـ  $n=6$  له القيم الممكنة 0، 1، 2، 3، ...، 6 يختلف عن التوزيع السابق، والشيء الذي يمكننا استخلاصه أنه لا ينتمي لأسرة التوزيعات الحدائية.

ونخلص إلى أن إضافة عدد ثابت للمتغير الطبيعي يعطينا متغيراً طبيعياً، وإذا جمعنا متغيرين طبيعيين فإن مجموعهما يعطينا متغيراً طبيعياً، حتى لو اختلف متوسطاهما وانحرافاهما المعياريان، كما يتوزع الفرق بين متغيرين طبيعيين وفق التوزيع الطبيعي.

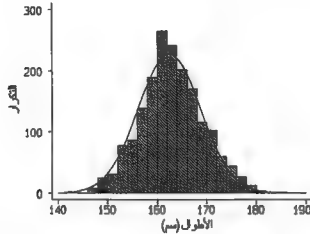
## 4.7 المتغيرات التي تتبع التوزيع الطبيعي

### Variables which follow a Normal distribution

لقد ناقشنا حتى الآن التوزيع الطبيعي بافتراضه ناشعاً عن عملية اعتيان كما في مجموع متغيرين أو كنهاية لتوزيعات أخرى. ومن جهة أخرى فإن كثيراً من المتغيرات الملاحظة في الطبيعة مثل طول إنسان أو وزنه تتبع التوزيع الطبيعي بتقريب كبير. وتوقع حدوث مثل هذا إذا كان المتغير ينتج عن جمع عدة متغيرات مأخوذة من مصادر مختلفة. إن المعالجة الواردة في نظرية النهاية المركزية يمكن أن تؤدي إلى نتائج قريبة من التوزيع الطبيعي. يبين الشكل



(10.7) توزيع أطوال عينة من النساء الحوامل، ومنحنى التوزيع الطبيعي الموافق. ويمكن أن نلاحظ مدى جودة التلائم بين التوزيعين.

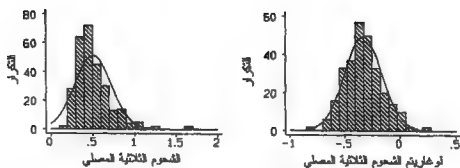


الشكل 10.7 : توزيع أطوال عينة من النساء الحوامل حجمها 1794 (المعطيات من قبل Brooke ورفاقه 1989)

إذا كان للمتغير المقيس هو ناتج جداء عدة متغيرات مختلفة المصادر، فلا نتوقع أن يكون توزيع هذا الجداء طبيعياً اعتماداً على الخواص التي ناقشناها في الفقرة (2.7) والتي اقتصرت على عملية جمع المتغيرات فقط. إلا أنه إذا استعملنا التحويل اللوغاريتمي لمثل هذا للمتغير الفقرة (AS) نحصل على متغير جديد هو مجموع عدد من المتغيرات مختلفة المصادر والتي يمكن أن يكون لها التوزيع الطبيعي. نصادف هذه العملية غالباً في الكميات التي تشكل جزءاً من السبل الاستقلالية حيث يتوقف معدل سرعة رد الفعل على تركيز مركبات أخرى. إن كثيراً من القياسات التقويمية للدم توضح ذلك. فمثلاً يبين الشكل (11.7) توزيع الشحوم الثلاثية المصلي في دم الحبل السري لـ 282 طفلاً. وهذا التوزيع متجانف كثيراً ولا يشبه منحنى التوزيع الطبيعي. ومع ذلك لو أخذنا التحويل اللوغاريتمي لتركيز الشحوم الثلاثية لوجدنا تلاهما ملحوظاً مع التوزيع الطبيعي الشكل (11.7) فإذا كان لوغاريتم المتغير العشوائي يتبع التوزيع الطبيعي فالمتغير العشوائي نفسه يتبع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي.

**Lognormal distribution**





الشكل 11.7 : توزيع الشعوم الثلاثية المصلي والوغاريتم العشري للشعوم الثلاثية المصلي في دم الحبل السري لبـ 282 طفلاً مع منحنيات التوزيع الطبيعي المقابل

## The Normal Plot

## 5.7 الاختطاط الطبيعي

إن كثيراً من الطرائق الإحصائية يمكن أن تطبق إذا كانت المشاهدات تتبع التوزيع الطبيعي (انظر الفصلين العاشر والحادي عشر). ثمة طرائق متعددة لمعرفة ما إذا كانت المشاهدات تتبع التوزيع الطبيعي. ففي حالة العينات الكبيرة يمكننا إنشاء مُنسج التوزيع لنر ما إذا كان يشبه منحني التوزيع الطبيعي أم لا. وهذا لا يصح في حالة العينات الصغيرة. والطريقة المعول عليها هي الاختطاط الطبيعي. وهي طريقة بيانية يمكن تطبيقها باستخدام ورق رسم عادي وجدول التوزيع الطبيعي بالإضافة إلى مطبوعة خاصة تحوي الاحتمالات الطبيعية، أو بصورة أسهل باستخدام الحاسوب. ولنعلم أن أية مجموعة إحصائية شاملة وحقيقية تمثل خطأً بيانياً طبيعياً، فإذا لم تكن كذلك فليست مجموعة حقيقية.

وعليه فالاختطاط الطبيعي هو مخطط التوزيع التكراري التراكمي للمعطيات مقابل التوزيع التكراري التراكمي الطبيعي. لإنشاء الاختطاط الطبيعي، نرتب المعطيات تصاعدياً من أصغر قيمة لأكبر قيمة. فمن أجل كل مشاهدة مرتبة نوجد القيمة المتوقعة لها، كما لو كانت المعطيات تتبع التوزيع الطبيعي المعياري. ولتحقيق هذا توجد عدة صيغ تقريبية. فيمكن حساب  $\Phi(x)$  من الصيغة  $\Phi(x) = (i - 0.5) / n$  المفترضة من قبل كل من Armitage و Berry (1987)، حيث  $i$  رتبة للمشاهدة وتأخذ القيم 1، 2، ...،  $n$ . وقد قدم كل من (Hartley و Pearson) الجدول نفسه عام 1972 ولكن يمكن إنشاء الاختطاط الطبيعي بشكل



أفضل باستخدام برامج حاسوبية. بعد ترتيب المعطيات، نوجد من جدول التوزيع الطبيعي قيم  $x$  التي توافق قيم  $\Phi(x) = 0.5/n, 1.5/n, \dots$  إلخ فمن أجل خمس نقاط مثلاً نجد:  $\Phi(x) = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ ، ويقابلها  $x = -1.3, -0.5, 0, 0.5, 1.3$ . وهذه هي نقاط التوزيع الطبيعي المعياري المقابلة للمعطيات المشاهدة. فإذا كانت المعطيات تتبع التوزيع الطبيعي ذي المتوسط  $\mu$  والتفاوت  $\sigma^2$ ، فالقيمة الملاحظة تساوي  $\mu + \sigma x$  حيث  $x$  القيمة المقابلة لها في التوزيع الطبيعي المعياري. فإذا رسمنا نقاط التوزيع المعياري مقابل القيم الملاحظة نحصل على شكل قريب من خط مستقيم. ويمكننا كتابة معادلة هذا المستقيم بالشكل  $x_{obs} = \mu + \sigma x_{SND}$  حيث  $x_{obs}$  هي المتغير الملاحظ والقيمة المقابلة المحسوبة من التوزيع الطبيعي المعياري. ونعيد كتابة هذه العلاقة على الشكل

$$x_{SND} = \frac{x_{obs} - \mu}{\sigma}$$

وهذا المستقيم يمر بالنقطة  $(0, \mu)$ ، وميله  $1/\sigma$  (انظر الفقرة 1.11). أما إذا كانت المعطيات لا تتبع التوزيع الطبيعي فسنحصل على منحني من شكل ما. لأننا اختططنا كميات التوزيع التكراري المشاهد مقابل الكميات الموافقة المقابلة في التوزيع النظري (هنا التوزيع الطبيعي) ويطلق عليه أيضاً الاختطاط الكُمي - الكُمي أو مخطط  $q-q$ .

الجدول 3.7 : مستويات فيتامين D مقاسة في دم 26 رجلاً صحيحاً معطيات Hickish ورفاقه 1980

14	25	30	42	54
17	26	31	43	54
20	28	31	46	63
21	26	32	48	67
22	27	35	52	83
24				

يبين الجدول (3.7) معدلات الفيتامين المقيس في الدم لـ 26 رجلاً سليماً. كما أن حساب الاختطاط الطبيعي مبينة في الجدول (4.7). لنلاحظ أن  $x$  و  $\Phi(x) = (i - 0.5)/26$  متناظران، فالنصف الثاني، يمثل النصف المعاكس للأول. ويمكننا إيجاد قيمة  $x$ ، المتغير الطبيعي المعياري بالتعويض في الجدول (1.7) باستخدام الجدول الكامل أو الحاسوب. يبين



الشكل (12.7) مُنسج هذه المعطيات، والاختطاط الطبيعي لها. ونلاحظ أن التوزيع متجانف، وأن الاختطاط الطبيعي يمثل منحنياً بشكل واضح. كما بين الشكل (12.7) أيضاً معطيات الفيتامين D بعد استخدام التحويل اللوغاريتمي ومن السهل استنتاج الاختطاط الطبيعي لها، علماً بأن المتغير المعياري الموافق  $x$  لم يتغير، وكل ما نحتاج إليه هو حساب لوغاريتم المشاهدات والرسم ثانية ونلاحظ أن الاختطاط الطبيعي للمشاهدات المخولة تتطابق جيداً مع المستقيم النظري، بافتراض أن توزيع لوغاريتمات معدلات فيتامين D قريبة من التوزيع الطبيعي.

الجدول 4.7 : حسابات الاختطاط الطبيعي لمعطيات فيتامين D

i	Vit D	$\Phi(z)$	z	i	Vit D	$\Phi(z)$	z
1	14	0.019	-2.07	14	31	0.519	0.05
2	17	0.058	-1.57	15	32	0.558	0.15
3	20	0.096	-1.30	16	35	0.596	0.24
4	21	0.135	-1.10	17	42	0.635	0.34
5	22	0.173	-0.94	18	43	0.673	0.45
6	24	0.212	-0.80	19	46	0.712	0.56
7	25	0.250	-0.67	20	48	0.750	0.67
8	26	0.288	-0.56	21	52	0.788	0.80
9	28	0.327	-0.45	22	54	0.827	0.94
10	28	0.365	-0.34	23	54	0.865	1.10
11	27	0.404	-0.24	24	63	0.904	1.30
12	30	0.442	-0.15	25	67	0.942	1.57
13	31	0.481	-0.05	26	83	0.981	2.07

$$\Phi(z) = (i - 0.5)/26$$

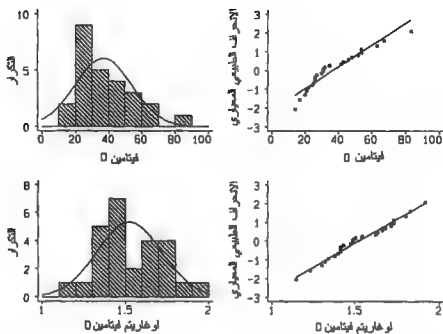
إن طريقة الاختطاط الطبيعي يمكن استخدامها من أجل عينات من أي حجم. ومن المفيد جداً معرفة متى نستخدم طرائق أخرى كطريقة توزيع ستودنت الموصوفة في الفصل العاشر. توجد صيغ متعددة ومختلفة تستخدم لحساب المئينات ولكن الفروق ليست بذات أهمية.

#### 7 A ملحق: توزيع كاي مربع، توزيع ستودنت t، توزيع فيشر F

##### 7A Appendix: Chi-squared, t, and F

إن بإمكان القراء الذين لا يعملون كثيراً للرياضيات أن يتخطوا هذا الفصل، ولكن أولئك الذين يتابعون الدراسة سيجدون أن بعض التطبيقات مثل اختبارات توزيع كاي مربع الفصل 15 تبدو أكثر منطقية.





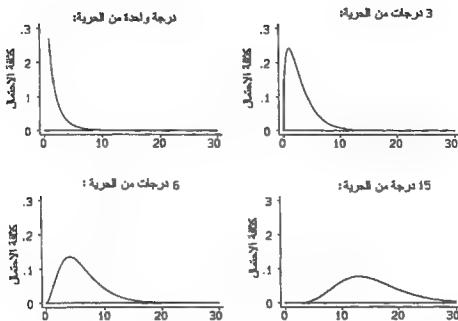
الشكل 12.7 : مستويات فيتامين D واللوغاريتم المشري لفيتامين D في دم 20 رجلاً طبيعياً مع الاحتفاظ الطبيعي لها

إن كثيراً من التوزيعات الاحتمالية يمكن أن ترد إلى توابع لمتغيرات طبيعية، تصادف في التحليل الإحصائي، ولعل ثلاثة منها تبدو هامة بشكل خاص. توزيع كاي مربع، توزيع  $t$ ، توزيع  $F$ . ولهذه التوزيعات تطبيقات كثيرة سنناقش بعضها في الفصول الأخيرة. يُعرف توزيع كاي مربع كما يلي: نفرض  $U$  متغيراً طبيعياً معيارياً، وهذا يعني أن متوسطه 0 وانحرافه المعياري 1، فالمتغير  $U^2$  يتبع توزيع كاي مربع بدرجة من الحرية 1. فإذا كان لدينا  $n$  متغيراً طبيعياً معيارياً مستقلاً:  $U_1, U_2, \dots, U_n$  فإن للمتغير المعين بالعلاقة:

$$\chi^2 = U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2$$

يتوزع وفق توزيع كاي مربع بدرجة  $n$  من الحرية. ( $\chi$  هو الحرف اليوناني chi ويلفظ "ki") ويمثل الشكل (13.7) منحنيات هذا التوزيع من أجل درجات حرية مختلفة. والتوصيف الرياضي لهذا المنحني معقد بعض الشيء إلا أننا لسنا بحاجة للخوض فيه.





الشكل 13.7 : بعض توزيعات كاي مربع

من السهل استنتاج بعض خواص توزيع كاي مربع، بما أن هذا التوزيع هو مجموع  $n$  متغيراً مستقلاً لها توزيعات متطابقة فإنه يسعى إلى التوزيع الطبيعي عندما تزداد  $n$  اعتماداً على نظرية النهاية المركزية، إلا أن هذا التقارب مع ذلك بطيء كما بين الشكل (13.7). ويتقارب الجذر التربيعي لكاي مربع بشكل أسرع. والقيمة المتوقعة لـ  $U^2$  هي تفاوت  $U$  كما أن القيمة المتوقعة لـ  $U$  تساوي الصفر ومنه  $E(U^2) = 1$ . وتكون القيمة المتوقعة لكاي مربع بـ  $n$  درجة من الحرية هي  $n$ .

$$E(\chi^2) = E\left(\sum_{i=1}^n U_i^2\right) = \sum_{i=1}^n E(U_i^2) = \sum_{i=1}^n 1 = n$$

والتفاوت هو  $VAR(\chi^2) = 2n$ . ويكون للجذر التربيعي لـ  $\chi^2$  متوسط مساو تقريباً لـ  $\sqrt{n-0.5}$  وتفاوت مساو تقريباً لـ 0.5.

ولتوزيع كاي مربع خاصة هامة جداً نعرضها فيما يلي: نفرض أننا حصرنا اهتمامنا في مجموعة جزئية من النواتج الممكنة لـ  $n$  متغيراً عشوائياً:  $U_1, U_2, \dots, U_n$  سنعرف هذه



المجموعة الجزئية بقيمة  $U_1, U_2, \dots, U_n$  التي تحقق للمعادلة،  $a_1 U_1 + a_2 U_2 + \dots + a_n U_n = k$  حيث  $a_1, a_2, \dots, a_n, k$  ثوابت. وهذا ما نسميه الارتباط الخطي. وضمن هذا الافتراض فإن  $\chi^2 = \sum U_i^2$  يتبع توزيع  $\chi^2$  بدرجة  $n-1$  من الحرية، إذا كان لدينا  $m$  من هذه العلاقات الأخرى، نحصل على توزيع كاي مربع بدرجة  $m-m$  من الحرية.

وهذا هو الأصل في تسمية "درجة الحرية". إن برهان هذا أعقد من أن يذكر في هذا المقام، لما يستلزمه من التجريدات الرياضية في فضاء ذي  $n$  بعداً. ولكن تطبيقاته هامة جداً. أولاً لنفترض الإحصائية  $\sum (x_i - \mu)^2 / \sigma^2$  حيث  $\mu$  متوسط العينة و  $\sigma^2$  التباين و  $n$  حجم العينة التي نفرضها مأخوذة من مجتمع طبيعي. إن هذه الإحصائية تتوزع وفق توزيع كاي مربع بدرجة  $n$  من الحرية وذلك لأن للكمية  $(x_i - \mu) / \sigma$  متوسط يساوي الصفر وانحراف معياري يساوي الواحد بالإضافة لكونها مستقلة، نفرض الآن أننا استبدلنا  $\mu$  بتقديرها من المعطيات  $\bar{x}$ . فالتغيرات يجب أن تحقق العلاقة  $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$  وبذلك يكون لدينا  $n-1$  درجة من الحرية إذن  $\sum (x_i - \bar{x})^2 / \sigma^2$  يتبع توزيع كاي مربع بـ  $n-1$  درجة من الحرية، ومنه مجموع مربعات فروق عناصر أية عينة طبيعية تفاوتها  $\sigma^2$  عن متوسطها الحسابي يتبع توزيع كاي مربع مضروباً بـ  $\sigma^2$ . فالقيمة المتوقعة له إذن  $(n-1)\sigma^2$  وعليها أن تقسم على  $n-1$  حتى نحصل على تقدير  $\sigma^2$ .

وهكذا إذا كانت المعطيات تتبع التوزيع الطبيعي فإن متوسط العينة يتبع التوزيع الطبيعي، كما أن تفاوت العينة يتبع توزيع كاي مربع مضروباً بـ  $\sigma^2$ . وبسبب أن الجذر التربيعي لتوزيع كاي مربع يتقارب سريعاً من التوزيع الطبيعي فإن توزيع الانحراف المعياري للعينة يتقارب من التوزيع الطبيعي من أجل  $n > 20$  بشرط أن تكون المعطيات نفسها مأخوذة من التوزيع الطبيعي.

وخاصة هامة أخرى لتفاوتات العينات، هي أن تفاوت العينة ومتوسط العينة مستقلان إذا كانت المعطيات تتبع التوزيع الطبيعي.

توزيع  $t$  - ستودنت بـ  $n$  درجة من الحرية هو توزيع  $U / \sqrt{\chi^2 / n}$  حيث  $U$  هو المتغير الطبيعي المعياري و  $\chi^2$  مستقل عنه وله  $n$  درجة من الحرية. وهو أيضاً توزيع النسبة بين



المتوسط والخطأ المعياري (A10) إن التفاوت المشترك لبعيتين حسب توزيع  $t$  (الفقرة 3.10) يعطى على شكل مجموع مربعات.

توزيع فيشر  $F$  بلرحتسي الحرية  $m$  و  $n$  هو توزيع النسبة بين المتغيرين المستقلين  $\chi^2$  بعد قسمة كل منها على درجة حريته أي هو توزيع النسبة  $(\chi_m^2/m)/(\chi_n^2/n)$  يستخدم هذا التوزيع لمقارنة التفاوتات. فإذا كان لدينا تقديران مستقلان لنفس التفاوت محسوبان من معطيات توزيع طبيعي، فنسبة التفاوتين تتبع توزيع  $F$  ويمكننا استخدام هذا لمقارنة تقديرين مختلفين للتفاوتات الفقرة (8.10) ولكن الاستخدام الرئيسي هو في مقارنة مجموعة من المتوسطات الفقرة (9.10) واختبار تأثيرات عوامل متعددة في آن معاً الفقرة (17.2).

### 7 أسئلة الاختيار من متعدد من 32 إلى 37

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

32. التوزيع الطبيعي:

- أ - يدعى أيضاً توزيع غوس
- ب - تتوزع وفقه متغيرات كثرة
- ج - هو أسرة من التوزيعات ذات وسيطتين
- د - تتوزع وفقه جميع القياسات في الناس الأصحاء
- هـ - هو التوزيع الذي يسعى إليه توزيع بواسون عندما يزداد متوسطه.

33. التوزيع الطبيعي المعياري:

- أ - متجانف نحو اليسار
- ب - متوسطة يساوي 1.0
- ج - انحرافه المعياري يساوي 0.0
- د - - تفاوته يساوي 1.0
- هـ - ناصفه يساوي متوسطة.



34. إذا كان مقدار الـ PEFR لمجموعة من الفتيات في الحادية عشرة من العمر يتوزع توزيعاً

طبيعياً، بمتوسط 300 ل/د وانحراف معياري 20 ل/د:

أ - مقدار الـ PEFR لـ 95% من الفتيات يقع في المجال (260 و 340) ل/د

ب - مقدار الـ PEFR لـ 50% من الفتيات يتجاوز 300 ل/د

ج - تتمتع الفتيات برئات سليمة

د - مقدار الـ PEFR لـ 5% يقل عن 260 ل/د

هـ - جميع قياسات PEFR يجب أن تقل عن 340 ل/د

35. متوسط العينة الكبيرة:

أ - أكبر دائماً من الناصف

ب - يحسب من الصيغة  $\sum x_i / n$

ج - يتبع التوزيع الطبيعي

د - يزداد كلما ازداد حجم العينة

هـ - أكبر دائماً من الانحراف المعياري

36. إذا كان  $X$  و  $Y$  متغيرين مستقلين يتوزعان وفق التوزيع الطبيعي المعياري فإن المتغيرات

التالية تتبع التوزيع الطبيعي:

أ -  $5X$

ب -  $X^2$

ج -  $X+5$

د -  $X-Y$

هـ -  $X/Y$

37. عندما ننشئ الاختطاط الطبيعي مقابل الانحراف الطبيعي المعياري على المحور oy:

أ - فالخط المستقيم يشير إلى أن المشاهدات تتبع التوزيع الطبيعي

ب - المنحني ذو الميل المتناقص يشير إلى تجمّات إيجابية

ج - المنحني ذو الشكل (S) (أو الشكل للقوس) يشير إلى ذيلين طويلين



- د - نحصل على خط شاقولي إذا كانت جميع المشاهدات متساوية  
هـ - إذا كان الشكل خطاً مستقيماً فميله يتوقف على الانحراف المعياري

### 7 تمرين: الاختطاط الطبيعي

في هذا التمرين سنعود إلى معطيات سكر الدم في الفقرة (4E) لتتعرف على مدى جودة مطابقتها للتوزيع الطبيعي.

1. من مخطط الصندوق والعود والمنسج الذي أوجدناه في الفقرة (4E)، هل تشبه مستويات سكر الدم التوزيع الطبيعي؟ (إذا لم نحاول حل التخزين (4E) انظر الحل في الفصل 19).
2. أنشئ الاختطاط الطبيعي للمعطيات. فهذا أمر سهل لأن المعطيات مرتبة مسبقاً. أوجد قيم  $(i - 0.5)/n$  من  $i = 1$  حتى  $i = 45$  ثم استخرج الاحتمالات التراكمية الطبيعية الموافقة لها من الجدول (1.7). أنشئ الآن مخطط الاحتمالات مقابل القيم الموافقة لسكر الدم.
3. هل يبدو هذا المخطط خطاً مستقيماً؟ هل تتبع هذه المعطيات التوزيع الطبيعي؟



## 1.8 التوزيعات الاعتيائية Sampling distributions

وجدنا في الفصل الثالث كيف نسحب العينات من مجتمعات كبيرة، ثم نجمع للمعطيات من هذه العينات حيث يمكننا اكتشاف بعض الأشياء عن المجتمع الإحصائي. فنحن مثلاً نستخدم العينات لتقدير بعض الكميات مثل نسبة انتشار مرض ما أو متوسط ضغط الدم أو متوسط التعرض للمواد المسرطنة... إلخ كما نريد أن نعرف أيضاً بكم يمكن أن تتفاوت هذه التقديرات من عينة لأخرى.

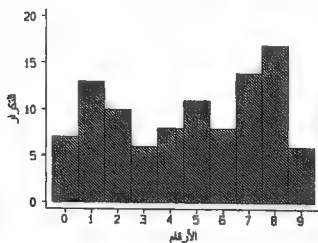
الجدول 1.8 : مجتمع مكون من 100 رقم عشوائي لتجربة اعتيائية

9	1	0	7	5	6	9	5	8	8	1	0	8	7	6	5	0	2	1	2
1	8	8	8	5	2	4	8	3	1	6	5	5	7	4	1	7	3	3	3
2	8	1	8	5	8	4	0	1	9	2	1	6	9	4	4	7	6	1	7
1	9	7	9	7	2	7	7	0	8	1	6	3	8	0	5	7	4	8	6
7	0	2	8	8	7	2	5	4	1	8	5	8	3	5	8	2	7	2	4

ورأينا في الفصلين السادس والسابع كيف أن نظرية الاحتمالات تمكننا من ربط العينات العشوائية بالمجتمعات الإحصائية التي سحبت منها هذه العينات. وفي هذا الفصل سنرى كيف نقولنا هذه النظرية استخدم العينات لتقدير وسطاء المجتمع، وتحديد دقة هذه التقديرات. سننظر أولاً ماذا يحدث عندما نسحب عينات متكررة من المجتمع الإحصائي نفسه. يبين الجدول (1.8) مجموعة مكونة من 100 رقم عشوائي يمكن اتخاذها كمجتمع



إحصائي في تجربة اعتيائية، كما يبين الشكل (1.8) توزيع هذه الأعداد في هذا المجتمع، إن متوسط هذا المجتمع هو 4.7 وانحرافه المعياري هو 2.9.



الشكل 1.8 : توزيع المجتمع الإحصائي في الجدول (1.8)

تُجرى التجارب الاعتيائية باستخدام طرق ملائمة لسحب عينات عشوائية متكررة من هذا المجتمع. وفي هذه الحالة يمكن اتخاذ النرد العشري كأداة ملائمة في هذه التجربة. لتكن الأعداد 6، 4، 6، 1 النتائج الممكنة لعينة عشوائية مختارة حجمها 4، إن متوسط هذه العينة هو  $4.25 = 17/4$ ، نكرر التجربة فنسحب عينة أخرى من أربعة أرقام ولتكن 8، 1، 8، 6 فنجد متوسطها يساوي 6. نعيد عملية السحب بهذا الشكل 20 مرة ونسجل النتائج ومتوسطاتها كما هو مبين في الجدول (2.8).

الجدول 2.8 : العينات العشوائية المسحوبة في تجربة اعتيائية

العينات	6	7	7	1	8	5	4	7	2	6
	4	8	9	8	2	5	2	4	8	1
	6	1	2	8	9	7	7	0	7	2
	1	8	7	4	5	8	6	1	7	0
المتوسط	4.25	6.00	6.25	5.25	5.25	6.25	4.75	3.00	6.00	2.75
العينات	7	7	2	8	3	4	5	4	4	7
	8	3	5	0	7	8	5	3	5	4
	7	8	0	7	4	7	8	1	8	6
	2	7	8	7	8	7	3	6	2	3
المتوسط	6.00	6.25	3.75	5.50	5.50	6.50	5.25	3.50	4.75	5.00

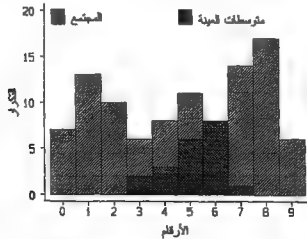


نلاحظ أن هذه المتوسطات ليست متساوية، وهي تمثل متغيراً عشوائياً. فإذا أمكننا أن نسحب جميع العينات الممكنة ذات الحجم 4 وعددها 3 921 225 ونحسب متوسطاتها، نجد أن هذه المتوسطات تشكل بدورها توزيعاً عشوائياً. وأن متوسطات العينات العشرين التي سحبناها تمثل عينة من هذا التوزيع. نسمي توزيع متوسطات العينات للمكينة: توزيع الاعتيان للمتوسط. في الحالة العامة، توزيع الاعتيان لأية إحصائية هو توزيع قيم هذه الإحصائية في جميع العينات الممكنة.

## 2.8 الخطأ المعياري لمتوسط العينة

### Standard error of a sample mean

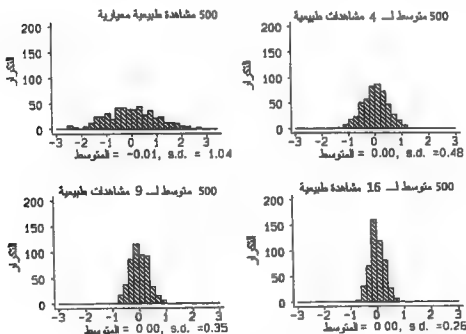
لننظر الآن في توزيع الاعتيان للمتوسط فقط. بما أن العينة المفروضة المكونة من 20 متوسطاً هي عينة عشوائية من مجتمع المتوسطات، فيمكننا استخدامها لتقدير بعض وسطاء هذا التوزيع. إن لهذه العينة متوسطاً قدره 5.1، وانحرافاً معيارياً 1.1. ونلاحظ أن متوسط المجتمع الذي يساوي 4.7 قريب من متوسط العينات، ولكن الانحراف المعياري للمجتمع وهو 2.9، بعد أكبر مما هو عليه في عينة المتوسطات. إذا أنشأنا مُنسج عينة المتوسطات الشكل (2.8) نرى أن مركز توزيع الاعتيان لهذه العينة ومركز التوزيع الأم (توزيع مجتمع الأصل) هو نفسه. ولكن تشتت توزيع الاعتيان أقل بكثير.



الشكل 2.8 : توزيع المجتمع الإحصائي في الجدول (1.8)، ولعينة المتوسطات في الجدول (2.8)



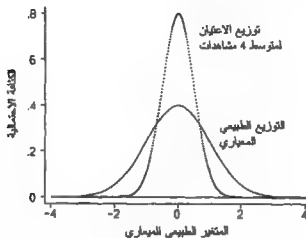
سنطرح الآن تجربة أخرى أكثر شمولية، لعلها توضح لنا هذا بشكل أعمق. نفرض أن التوزيع الأم هو التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي الصفر وانحراف معياري يساوي الواحد. يبين لنا الشكل (3.8) توزيع عينة عشوائية مكونة من 500 مشاهدة من هذا التوزيع. كما يبين الشكل نفسه توزيع متوسطات 500 عينة عشوائية من هذا المجتمع حجم الوحدة 4، كما يبين أيضاً توزيعات 500 متوسط لعينات حجم الوحدة منها 9، وعينات حجم الوحدة منها 16. نلاحظ في هذه التوزيعات الأربعة أن المتوسطات قريبة من الصفر، وهو متوسط التوزيع الأم. ولكن الانحرافات المعيارية ليست كذلك. ففي التوزيع الأم يقارب الواحد، وفي العينات ذات الحجم 4 يساوي  $1/2$  وذات الحجم 9 يساوي  $1/3$ ، أما في العينات ذات الحجم 16 فيساوي  $1/4$ . ويكون الانحراف المعياري لتوزيع الاعتين من أجل المتوسط هو  $\sigma/\sqrt{n}$  أو  $\sqrt{\sigma^2/n}$  حيث  $\sigma$  الانحراف المعياري للتوزيع الأم و  $n$  حجم العينة. الملحق (B6). ومتوسط توزيع الاعتين مساوٍ لمتوسط التوزيع الأم. ويبين الشكل (4.8) التوزيع الحقيقي لمتوسط العينات ذات الحجم 4، المسحوبة من التوزيع الطبيعي.



الشكل 3.8 : عينات من المتوسطات لتغير طبيعي معياري



إن متوسط العينة هو تقدير لمتوسط المجتمع. والانحراف المعياري لتوزيع الاعتيان له يسمى الخطأ المعياري للتقدير، وهو يقيس لنا مدى الاختلاف المحتمل ما بين التقدير والقيمة الحقيقية. في معظم التقديرات، من المحتمل أن يقع التقدير في فترة لا تزيد عن خطأ معياري واحد من المتوسط، ومن غير المحتمل أن تزيد عن خطأين معيارين عنه. وسننظر في ذلك بدقة أكبر في الفقرة (3.8).



الشكل 4.8 : توزيع الاعتيان لمتوسط 4 مشاهدات من التوزيع الطبيعي للمعاري

في جميع الحالات العملية تقريباً، لا يمكننا معرفة القيمة الحقيقية لنفاوت المجتمع  $\sigma^2$ ، ولكننا نعلم فقط تقديره  $s^2$  الفقرة (4.7). ويمكننا استخدام هذا لتقدير الخطأ المعياري بالعلاقة  $s/\sqrt{n}$ ، ويعرف هذا التقدير أيضاً بالخطأ المعياري للمتوسط. ويمكننا أن نعلم جيداً من السياق فيما إذا كان الخطأ المعياري الذي بين أيدينا هو القيمة الحقيقية، أم القيمة المقدرة من المعطيات.

عندما يكون حجم العينة كبيراً، فإن توزيع الاعتيان للمتوسط  $\bar{x}$  يسعى إلى التوزيع الطبيعي. ويمكننا أيضاً أن نتخذ  $s$  كتقدير جيد لـ  $\sigma$ . وهكذا من أجل  $n$  كبيرة فإن  $\bar{x}$  يمثل مشاهدة من التوزيع الطبيعي ذي المتوسط  $\mu$  والانحراف المعياري  $s/\sqrt{n}$ ، وهكذا فإن  $\bar{x}$  تقع في فترة خطأين معيارين أو بشكل أدق في فترة 1.96 خطأ معيارياً من المتوسط  $\mu$ .



باحتمال 0.95. أما في حالة العينات الصغيرة، فلا يمكننا أن نفترض أن  $\bar{x}$  يتوزع توزيعاً طبيعياً كما لا يمكننا اتخاذ  $\sigma^2$  كتقدير جيد لـ  $\sigma^2$ ، وسنناقش هذا في الفصل العاشر.

وكمثل على ذلك لنستخدم 57 قياساً لـ FEV1 من الجدول (4.4). وبالحساب نجد أن  $\bar{x} = 4.062$  لتر و  $s^2 = 0.449174$  و  $s = 0.67$  لتر. والخطأ المعياري لـ  $\bar{x}$  هو  $\sqrt{s^2/n} = \sqrt{0.449174/57} = 0.007880 = 0.089$  الإحصائي لـ FEV1 هو إذن 4.06 لتر بخطأ معياري 0.089 لتر.

وغالباً ما نكتب هذا بالشكل  $4.062 \pm 0.089$  وهذه العبارة هي مضللة إلى حد ما، إذ أن القيمة الحقيقية للمتوسط يمكن أن تصل إلى زيادة خطأين معيارين من المتوسط المقدّر باحتمال معقول.

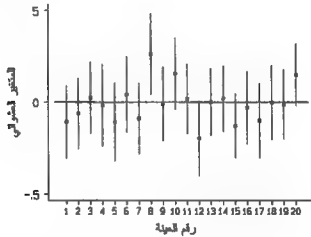
يوجد غالباً خلط بين مصطلح الخطأ المعياري، ومصطلح الانحراف المعياري، وهذا الخلط مفهوم لأن الخطأ المعياري هو الانحراف المعياري لتوزيع الاعتيان. وغالباً ما يتبادل المصطلحان موقعيهما في هذا السياق. ولكن نستخدم عادة عبارة الخطأ المعياري عندما نقس دقة التقدير وعبارة الانحراف المعياري عندما نهتم بصفة التغير في العينات والمجموعات أو التوزيعات فإذا أردنا أن نسأل ما جودة تقدير متوسط قياسات FEV1، نذكر الخطأ المعياري للمتوسط. وإذا أردنا أن نسأل ما مدى تشتت قياسات FEV1 نذكر الانحراف المعياري  $s$ .

### 3.8 مجالات الثقة Confidence intervals

إن القيمة التي نقدر بها متوسط FEV1 تسمى التقدير النقطي للمتوسط (a point estimate) ولكن لا يوجد ما يدعونا لافتراض أن متوسط المجتمع سيساوي تماماً التقدير النقطي، أي متوسط العينة، ولكن من المحتمل أن يكون قريباً منه. وبالإضافة لذلك، فإن الكمية التي يُحتمل أن يختلف بها متوسط المجتمع عن القيمة المقدرة له يمكن أن تحسب بدلالة الخطأ المعياري. وما نقوم به هو أن نوجد الحدين اللذين من الممكن أن يقع بينهما متوسط المجتمع، وأن هذا للمتوسط يقع في موضع ما في المجال بين هذين الحدين وهذا ما نسميه بالتقدير المجالي للمتوسط (interval estimate).



ومثال ذلك إذا نظرنا في 57 قياساً لـ FEV كعينة كبيرة، يمكننا أن نفترض أن توزيع الاعتيان للمتوسط هو توزيع طبيعي، وأن الخطأ المعياري هو تقدير جيد لانحرافه المعياري (انظر الفقرة 6.10). وهكذا نتوقع أن حوالي 95% من هذه المتوسطات تقع في فترة 1.96 خطأ معيارياً من متوسط المجتمع  $\mu$ . أي حوالي 95% من العينات الممكنة تحقق الخاصية التالية: يقع متوسط المجتمع ما بين متوسط العينة مطروحاً منه 1.96 خطأ معيارياً وبين متوسط العينة مضافاً إليه 1.96 خطأ معيارياً. فإذا حسبنا الحدين  $\bar{x} - 1.96se$  و  $\bar{x} + 1.96se$  لجميع العينات الممكنة، فإن 95% من هذه المجالات تحوي متوسط المجتمع. وفي مثالنا تقع هذه الحدود 3.9 إلى 4.2 لتر وذلك بتدوير العدد إلى رقمين معنويين. ندعو العددين 3.9 و 4.2 حدي مجال الثقة للتقدير باحتمال 95%، كما ندعو مجموعة القيم بين الحدين (3.9، 4.2) مجال الثقة باحتمال 95%، أما حدا الثقة فهما القيمتان الواقعتان في نهايتي مجال الثقة.



الشكل 5.8 : متوسطات ومجالات الثقة بمستوى 95% لـ 25 عينة عشوائية مأخوذة من 100 مشاهدة من التوزيع الطبيعي المعياري

ولا يعني هذا أن نقول إن متوسط المجتمع يقع بين القيمتين 3.9 و 4.2 باحتمال 95% بالرغم من ورود هذا المعنى غالباً (حتى من قبلي) إذ أن متوسط المجتمع هو عدد محدد وليس متغيراً عشوائياً، ولا تعين قيمته احتمالياً. إنما نقصد أن الحدين المحسوبين من عينة



عشوائية سوف يتضمن متوسط المجتمع باحتمال 95%. وبين الشكل (5.8) مجالات الثقة للمتوسط لـ 20 عينة عشوائية مأخوذة من 100 مشاهدة تنتمي للتوزيع الطبيعي المعياري. فمتوسط المجتمع الذي يساوي الصفر طبعاً مبين على المستقيم الشاقولي. ونلاحظ أن بعض المتوسطات قريبة من الصفر وبعضها الآخر بعيدة عنه. وبعضها فوق المستقيم وبعضها الآخر دونه. أما متوسط المجتمع فهو محتوى في 19 مجالاً من أصل 20 من هذه المجالات. وفي الحالة العامة، يمكننا القول إن متوسط المجتمع يقع داخل 95% من مجالات الثقة. ولو أننا لا نعلم أيها تكون، ونعبر عن ذلك بالقول إننا على ثقة 95% أن المتوسط يقع بين هذين الحدين. في مثالا المتعلق بقياسات FEV1 يكون توزيع الاعتيان للمتوسط طبيعياً، كما يمكن تقدير انحرافه المعياري جيداً لأن العينة كبيرة، ولكن هذا ليس صحيحاً دوماً، وبالرغم أن من الممكن عادة تعيين مجالات الثقة لتقدير وسيط ما، لكنها ليست بالسهولة التي نقدر بها المتوسط من عينة كبيرة. وسننظر في الفصل العاشر في تقدير المتوسط من عينات صغيرة.

ليس من الضروري أن يكون احتمال مجال الثقة 95%. فيمكننا مثلاً حساب حدي مجال الثقة باحتمال 99% أيضاً. ونلاحظ من الجدول (2.7) أن النقطة من التوزيع الطبيعي المعياري التي تقع على يمينها 0.5% من القيم هي 2.58. وهكذا فإن احتمال أن يتجاوز المتغير المعياري القيمة 2.58 أو يقل عن القيمة -2.58 هو 1%، وأن احتمال أن يقع هذا المتغير بين هذين الحدين هو 99%. ومنه حداً مجال الثقة لمتوسط FEV1 باحتمال 99% هو  $4.062 - 2.58 \times 0.089$  و  $4.062 + 2.58 \times 0.089$  أو من 3.8 ليتر إلى 4.3 ليتر وهذا يعطينا مجالاً للثقة أوسع مما هو من أجل الاحتمال 95% كما هو متوقع نظراً لأننا على ثقة أكبر بأن المتوسط سيقع فيه. والاحتمال الذي علينا اختياره لمجال الثقة هو الذي يوائم بين الرغبة في أن يحوي هذا المجال القيمة المقدرة لوسيط المجتمع وبين الرغبة في تجنب أجزاء المجال التي يمكن أن يوجد فيها المتوسط باحتمال ضعيف. واتخاذ الاحتمال 95% لمجالات الثقة يعد كافياً لمعظم الأهداف الدراسية.



## 4.8 الخطأ المعياري للنسبة Standard error of a proportion

الخطأ المعياري في تقدير نسبة ما يمكن أن يحسب بطريقة مماثلة. نفرض أن نسبة المفردات التي تخضع لشرط خاص في مجتمع ما هي  $p$ ، نأخذ من هذا المجتمع عينة عشوائية حجمها  $n$ ، وليكن  $r$  عدد المشاهدات فيها التي تحقق هذا الشرط فتكون  $r/n$  النسبة المقدرة. ولقد وجدنا في الفقرة (4.6) أن  $r$  تتوزع وفق التوزيع الحدائسي بمتوسط  $np$  وتفاوت  $np(1-p)$ . وعندما تكون  $n$  كبيرة يقدو التوزيع طبيعياً على وجه التقريب. وهذا يقتضي أن تتوزع النسبة المقدرة  $r/n$  توزيعاً طبيعياً بمتوسط يساوي  $p = np/n$  وتفاوت يعطى بالعلاقة:

$$\text{VAR}\left(\frac{r}{n}\right) = \frac{1}{n^2} \text{VAR}(r) = \frac{1}{n^2} np(1-p) = \frac{p(1-p)}{n}$$

ويكون الخطأ المعياري مساوياً

$$\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

حيث  $n$  ثابت. ونستطيع تقدير هذا بأن نستبدل  $p$  بالنسبة  $r/n$ .

وكمثال على ذلك أفاد 118 طالباً من أصل عينة عشوائية مكونة من 2837 من طلاب السنة الأولى في إحدى المدارس الثانوية في Derbyshire (Banks et al 1978) أن السعال عادة أول ما يتأهم في الصباح. وهذا يعطي تقديراً لنسبة انتشار المرض يساوي  $0.0416 = 118/2837$  بخطأ معياري  $0.0037 = \sqrt{0.0416(1-0.0416)/2837}$ . وبما أن العينة كبيرة فيمكننا أن نفترض أن التقدير يتبع التوزيع الطبيعي وأن الخطأ المعياري قد قدر بشكل جيد. أما مجال الثقة باحتمال 95% لنسبة انتشار المرض فهو من  $0.0416 - 1.96 \times 0.0037$  إلى  $0.0416 + 1.96 \times 0.0037$  أي من 0.034 إلى 0.049 وبالرغم من كبر هذه العينة فإن التقدير ليس دقيقاً.

يستخدم الخطأ المعياري فقط، للنسبة إذا كانت العينة كبيرة بشكل كاف حتى تتمكن من تطبيق التوزيع الطبيعي المقرب. ويكفي من الوجهة العملية أن نشترط لتطبيق هذا أن يكون  $n(1-p) \geq 5$  و  $np \geq 5$  وهذه هي الحالة التي نتخذها عادة عندما نطمح بإيجاد تقدير دقيق للنسبة. أما إذا حاولنا اتباع هذه الطريقة من أجل عينات أصغر، فيمكن أن نحصل على



نتائج غير معقولة. ففي دراسة انتشار HIV مثلاً بين 29 سحينة سابقة (Turnbull et al, 1992) لم يزرَقن بأدوية، كان HIV لواحدة فقط منهن إيجابياً. وقد أفاد الدارسون أن هذه النسبة هي 3.4% وبمجال الثقة باحتمال 95% هو من -3.1% إلى 9.9%. والحد الأدنى وهو -3.1% الذي حصلنا عليه من النسبة الملاحظة مطروحاً منها 1.96 خطأ معيارياً، مستحيل الوقوع. وكما أشار (Newcombe 1992) أن مجال الثقة الصحيح باحتمال 95% يمكن الحصول عليه من حساب احتمالات التوزيع الحداني وهو من 0.1% إلى 17.8% انظر (Hartley و Pearson 1970).

## 5.8 الفرق بين متوسطين

### The difference between two means

في كثير من الدراسات ينصب اهتمامنا على دراسة الفرق بين وسيطي مجتمعين أكثر من اهتمامنا بالقيمة المطلقة لكل منهما. وقد تكون هذه الوسطاء، متوسطات أو نسب أو ميل مستقيم، أو أية إحصائيات أخرى. ويتم هذا مباشرة إذا كانت الوسطاء مقدرة من عيّنتين مستقلتين، وبصباح الأمر أكثر تعقيداً إذا كانت العيّنتان متماثلتين أو كانت المشاهدتان للعينه ذاتها الفقرة (9.13).

وعندما تكون العينات كبيرة يمكننا أن نفرض متوسطات العينات والنسب مشاهدات مأخوذة من توزيع طبيعي، وأن الأخطاء المعيارية المحسوبة هي تقديرات جيدة للانحرافات المعيارية لهذه التوزيعات الطبيعية، ونستطيع استخدام هذا لإيجاد مجالات الثقة.

نفرض مثلاً أننا نرغب في مقارنة المتوسطين  $\bar{x}_1$  و  $\bar{x}_2$  لعيتين كبيرتين حجمهما  $n_1$  و  $n_2$  إن توقع الفرق بين متوسطي العيّنتين يساوي الفرق بين متوسطي المجتمعين أي  $E(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \mu_1 - \mu_2$  ولكن ما هو الخطأ المعياري للفرق؟ لقد وجدنا أن تفاوت الفرق بين متغيرين عشوائيين مستقلين يساوي مجموع تفاوتيها الفقرة (6.6). إذن الخطأ المعياري للفرق بين تقديرين مستقلين هو الجذر التربيعي لمجموع مربعي الخطأين المعياريين لهما، وبما أن الخطأ المعياري للمتوسط هو  $\sqrt{s^2/n}$  فإن الخطأ المعياري للفرق بين متوسطين مستقلين هو:



$$\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

ففي مثال دراسة الأعراض التنفسية في مدرسة الأطفال (Bland et al, 1974) نريد أن نعرف ما إذا كان الأطفال الذين أفادوا عن طريق أهلهم أن لديهم أعراضاً تنفسية يعانون من ضعف في أداء الرئتين، أكثر من ليس لديهم مثل هذه الأعراض. فقد أفاد 92 طفلاً بتعرضهم للسعال أثناء النهار والليل، وكان متوسط PEFR لديهم 294.8 لتر/دقيقة باعتراف معياري 57 لتر/دقيقة. بينما لم يتعرض 1643 طفلاً لمثل هذه الأعراض. وكان متوسط PEFR لديهم 313.6 لتر/دقيقة، باعتراف معياري 55.2 لتر/دقيقة. وهكذا يكون لدينا عيتان كبيرتان، بحيث يمكننا تطبيق التوزيع الطبيعي. لدينا:

$$n_1 = 92, \bar{x}_1 = 294.8, s_1 = 57.1, n_2 = 1643, \bar{x}_2 = 313.6, s_2 = 55.2$$

• فالفرق بين المتوسطين هو  $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 294.8 - 313.6 = -18.8$  والخطأ المعياري للفرق هو:

$$\sqrt{se_1^2 + se_2^2} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{57.1^2}{92} + \frac{55.2^2}{1643}} = 6.11$$

وبما أننا افترضنا العينات كبيرة، فالفرق بين المتوسطين يمكن افتراضه يتوزع توزيعاً طبيعياً، كما أن الخطأ المعياري يمثل تقديراً جيداً للانحراف المعياري لهذا التوزيع. (راجع الفقرتين 3.10 و 6.10 من أجل العينات الصغيرة) ويكون مجال الثقة للفرق باحتمال 95% هو  $18.8 - 1.96 \times 6.11$  أو  $18.8 + 1.96 \times 6.11$  و  $-30.81$  و  $-6.8$  لتر/دقيقة. وبما أن مجال الثقة يحوي الصفر، فهذا يدل بوضوح على أن الأطفال الذين صرحوا بأنهم تعرضوا للسعال هم أقل متوسطاً لـ PEFR من الآخرين. ويقدر الفرق بين 7 و 31 ل/دقيقة، والمتوسط أقل عند الأطفال الذين يعانون من السعال، لذا يمكن القول إنه صغير تماماً.

## Comparison two proportions

## 6.8 مقارنة نسبيتين

يمكننا تطبيق الطريقة الواردة في الفقرة السابقة (5.8) في حالة الفرق بين نسبيتين. نعلم أن الخطأ المعياري للنسبة  $p$  يعطى بالعلاقة هو  $\sqrt{p(1-p)/n_1}$  أما من أجل نسبيتين مستقلتين  $p_1$  و  $p_2$  فالخطأ المعياري للفرق بينهما هو:



$$\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

فإذا تحققت شروط التقريب من التوزيع الطبيعي (انظر الفقرة 4.8) فيمكننا إيجاد مجال الثقة للفرق بالطريقة العادية.

لنتخذ مثلاً الجدول (3.8)، ونريد أن نعرف إلى أي مدى يعاني الأطفال، الذين أصيبوا في طفولتهم بالتهاب القصبات أكثر من غيرهم بأعراض تنفسية في المرحلة المتأخرة من الحياة. فيمكننا أن نقدر الفرق بين نسبتي الطلاب الذين يعانون من السعال أثناء النهار وفي الليل ممن أصيبوا بالتهابات قصبية وهم دون الخامسة من العمر ومن لم يصابوا.

الجدول 3.8 : عدد من يتعرضون للسعال في  
النهار أو أثناء الليل في سن الرابعة عشرة  
والذين كانوا قد أصيبوا بالتهاب القصبات قبل  
سن الخامسة (Holland ورفاقه 1978)

السعال في سن	التهاب قصبات في سن الخامسة	المجموع
نعم	لا	
نعم	26	44
لا	247	1002
المجموع	273	1046

فتقدير النسبتين هو  $p_1 = 26/273 = 0.09524$  و  $p_2 = 44/1046 = 0.04207$ . ويكون الفرق بينهما.  $p_1 - p_2 = 0.05317$  أما الخطأ المعياري للفرق فيعطى بالعلاقة:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}} \\ &= \sqrt{\frac{0.09524 \times (1-0.09524)}{273} + \frac{0.04207 \times (1-0.04207)}{1046}} \\ &= \sqrt{0.000315639 + 0.000038528} \\ &= \sqrt{0.000354167} \\ &= 0.0188 \end{aligned}$$

فمجال الثقة للفرق باحتمال 95% هو من  $1.96 \times 0.0188 - 0.05317$  إلى  $0.05317 + 1.96 \times 0.0188$  أو من 0.016 إلى 0.090. وبالرغم من أن الفرق لم يقدر بدقة



كبيرة فإن مجال الثقة لا يحوي الصغر وهذا يدل بوضوح أن الأطفال الذين تعرضوا للتهابات قصبية في الطفولة هم أكثر من غيرهم قد صرحوا بأنهم يعانون من أعراض تنفسية في مرحلة متأخرة من حياتهم. إن المعطيات الواردة في الفقرة (5.8) حول وظيفة الرئة تعطينا سبباً ما لافتراض أن هذا الفرق ليس عائداً كلية لتحيز الاستجابة الفقرة (3.9) وكما وجدنا في الفقرة (4.8) فإن مجال الثقة في حالة العينات الصغيرة يجب أن يقدر بطريقة مختلفة.

وهذا الفرق في النسبتين ليس من السهل تفسيره، ولكن معدل النسبتين يبدو أكثر فائدة في الغالب. وثمة طريقة موصوفة في الفقرة 7.13 تعرف باسم (odds Ratio). إن معدل نسبة الذين يسعلون في سن الرابعة عشرة ولم يصابوا بالتهاب القصبات قبل الخامسة هي  $p_1/p_2 = 0.09524/0.04207 = 2.26$  فالأولاد الذين أصيبوا بالتهاب القصبات قبل الخامسة يتعرضون للسعال في سن الرابعة عشرة أكثر من أولئك الذين ليس لديهم هذا الماضي المرضي بنسبة تزيد على الضعفين.

إن الخطأ المعياري لهذا المعدل هو معقد، وما أنه نسبة وليس فرقاً فلا يمكن تقريبه إلى التوزيع الطبيعي. فإذا أخذنا لوغاريتم المعدل نحصل على الفرق بين لوغاريتمين لأن  $\log(p_1/p_2) = \log(p_1) - \log(p_2)$  (A5) ويمكننا حساب الخطأ المعياري للوغاريتم المعدل بسهولة. ونستخدم هذه النتيجة لأي متغير عشوائي  $X$  متوسطه  $\mu$  وتفاوته  $\sigma^2$ ، فإن تفاوت  $\log(X)$  يعطى بالعلاقة التقريبية  $\text{VAR}(\log(X)) = \sigma^2/\mu^2$  (انظر Kendall and Stuart 1969) ومنه تفاوت  $\log(p)$  هو:

$$\text{VAR}(\log(p)) = \frac{p(1-p)/n}{p^2} = \frac{1-p}{np}$$

أما من أجل الفرق بين اللوغاريتمين نجد:

$$\begin{aligned} \text{VAR}(\log_e(p_1/p_2)) &= \text{VAR}(\log_e(p_1)) + \text{VAR}(\log_e(p_2)) \\ &= \frac{1-p_1}{n_1 p_1} + \frac{1-p_2}{n_2 p_2} \end{aligned}$$



والخطأ المعياري هو الجذر التربيعي لهذا المقدار. وفي مثالنا لوغاريتم المعدل هو  $\log_e(2.26385) = 0.81707$  والخطأ المعياري له هو:

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{1-p_1}{n_1 p_1} + \frac{1-p_2}{n_2 p_2}} &= \sqrt{\frac{1-0.09524}{273 \times 0.09524} + \frac{1-0.04207}{1046 \times 0.04207}} \\ &= \sqrt{\frac{0.90476}{26} + \frac{0.95793}{44}} \\ &= \sqrt{0.05657} \\ &= 0.23784\end{aligned}$$

ومجال الثقة للوغاريتم المعدل باحتمال 95% هو إذن من  $0.81707 - 1.96 \times 0.23784$  إلى  $0.81707 + 1.96 \times 0.23784 = 0.35089$  إلى  $1.28324$ . أما مجال الثقة لمعدل النسب ذاتها فنحصل عليه بأخذ التابع للعكس للوغاريتم وهو من  $e^{0.35089}$  إلى  $e^{1.28324} = 1.42$  إلى  $3.61$  وهكذا تقدر نسبة الأولاد الذين صرحوا بأنهم يعانون من السعال في النهار أو في الليل من بين الذين أصيبوا بالتهاب قصبات في الماضي، هي بين  $1.4$  و  $3.6$  وهذه النسبة تساوي ضعفي النسبة بين أولئك الذين لم يصابوا به.

إن نسبة الأفراد في المجتمع الذين يُظهرون المرض أو أعراضه مساوية لاحتمال أن يُظهر فرد ما من المجتمع هذا المرض، هذه النسبة تدعى **خطورة** أن يصاب فرد ما بالمرض. نجد من الجدول (3.8) أن الخطورة في أن يعاني طفل في الرابعة عشر من السعال، علماً بأنه كان مصاباً بالتهاب القصبات قبل الخامسة هي  $0.09524 = 26/273$ . في حين أن هذه الخطورة تساوي  $0.04207 = 44/1046$  للأطفال الذين لم يصابوا بالتهاب قصبات قبل الخامسة. تدعى نسبة هاتين الخطورتين **الخطورة النسبية** للإصابة بالسعال في سن الرابعة عشرة مع الإصابة المسبقة بالتهاب قصبات قبل سن الخامسة (أي يوجد عامل خاص) وقيمة هذه النسبة تساوي  $2.26$ . لتقدير الخطورة النسبية مباشرة، نحتاج للدراسة أترابية (7.3). وكما في الجدول (3.8) فإننا نقدر الخطورة النسبية في دراسة الحالة - الشاهد بطريقة أخرى الفقرة (7.13).



## 7.8 الخطأ المعياري للانحراف المعياري للعينة

### Standard error of sample stand and deviation

يمكننا إيجاد الخطأ المعياري ومجال الثقة في الغالب لأي تقدير نحسبه من العينة. ولكن في بعض الأحيان يتوقف هذا على توزيع المشاهدات نفسها، كما في الإحصائية "s" الانحراف المعياري للعينة. فإذا كانت المشاهدات تتبع التوزيع الطبيعي فإن الإحصائية  $s^2/\sigma^2$  (n - 1) تتبع توزيع كاي مربع بدرجة من الحرية 1 - n (الفقرة A7) والجذر التربيعي لتوزيع كاي مربع، يتوزع على وجه التقريب وفق التوزيع الطبيعي بتفاوت 1/2، عندما تكون n كبيرة بشكل كافٍ. وهكذا فإن  $\sqrt{(n-1)s^2/\sigma^2}$  يتوزع على وجه التقريب وفق التوزيع الطبيعي بتفاوت 1/2، كما يتوزع s على وجه التقريب وفق التوزيع الطبيعي بتفاوت  $\sigma^2/2(n-1)$ . ويكون الخطأ المعياري لـ s هو  $\sqrt{\sigma^2/2(n-1)}$  ويقدر بـ  $s/\sqrt{2(n-1)}$ . وهذا صحيح فقط عندما تكون المشاهدات نفسها مأخوذة من التوزيع الطبيعي.

### M 8 أسئلة الاختيار من متعدد من 38 إلى 43

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

38. الخطأ المعياري لمتوسط العينة:

- أ - يقيس قابلية التغير للملاحظات (التغوية)
- ب - هو الدقة التي تقاس بها كل مشاهدة
- ج - هو قياس بعد متوسط العينة عن متوسط المجتمع
- د - متناسب مع عدد المشاهدات
- هـ - أكبر من القيمة المقدرة للانحراف المعياري للمجتمع

39. حدا الثقة باحتمال 95% لمتوسط المجتمع المقدر من مجموعة من المشاهدات.

- أ - هما الحدان اللذان تقع بينهما 95% من المشاهدات بعد عدد كبير من التجارب
- ب - طريقة لقياس دقة تقدير المتوسط
- ج - هما الحدان اللذان يقع بينهما متوسط العينة باحتمال 95%



- د - هما الحدان اللذان يقع بينهما متوسط المجتمع من أجل 95% من العينات الممكنة  
هـ - هما طريقة لقياس التغير في مجموعة من المشاهدات

40. إذا كان حجم العينة العشوائية متزايداً فإننا نتوقع:

- أ - المتوسط يتناقص  
ب - الخطأ المعياري للمتوسط يتناقص  
ج - الانحراف المعياري يتناقص  
د - تفاوت العينة يتزايد  
هـ - درجات الحرية لتقدير التفاوت تتزايد

41. إذا كانت نسبة انتشار ظاهرة معينة في مجتمع ما تساوي 0.1، وقدرنا نسبة الانتشار هذه بصورة متكررة من عينات حجم الواحدة منها 100، فهذه التقديرات تشكل توزيعاً:

- أ - هو توزيع اعتيادي  
ب - هو توزيع طبيعي على وجه التقريب  
ج - متوسطه يساوي 0.1  
د - تفاوته يساوي 9  
هـ - حدان

42. من الضروري لتقدير متوسط FEV1 أن نسحب عينة من مجتمع كبير. إن دقة هذا التقدير تتوقف على:

- أ - متوسط FEV1 في المجتمع  
ب - العدد في المجتمع  
ج - العدد في العينة  
د - طريقة اختيار العينة  
هـ - تفاوت FEV1 في المجتمع



43. لدى دراسة 88 مولوداً لنساء هن ماض بقلة الصفحيحات (Samuels et al, 1990)، كما سجلت الحالة المرضية نفسها لـ 20% من الأطفال. فكان مجال الثقة باحتمال 95% هو: من 13% إلى 30%.

أ - أية عينة أخرى لها الحجم نفسه ستعطي معدل قلة الصفحيحات بين 13% و 30%  
ب - احتمال أن يكون لـ 95% من هذه النساء ولد مصاب بقلة الصفحيحات يقع بين 13% و 30%

ج - من المحتمل أن يصاب بهذا المرض ما بين 13% و 30% من أولاد أمثال هذه النساء  
د - إذا تزايد حجم العينة حتى 880 ولادة، فإن مجال الثقة باحتمال 95% سيتقلص  
هـ - سيكون من المستحيل الحصول على هذه المعطيات إذا كانت النسبة لجميع النساء 10%

### 8 تمرين: متوسطات عينات كبيرة

يلخص الجدول (4.8) المعطيات المجمعة في دراسة المغنيزيوم بالبلازما لمرضى الداء السكري. وقد كان المراقبون من السكريين جميعهم يعتمدون على الأنسولين ويترددن على عيادة الداء السكري لمدة تزيد عن خمسة أشهر. أما المجموعة الشاهد غير السكرية فهي خليط من أشخاص معطين للدم. وأشخاص ملازمين لمراكز يومية لكبار السن، لاعطاء توزيع واسع للعمر. وبفرض أن مغنيزيوم البلازما يتبع التوزيع الطبيعي بشكل جيد.

الجدول 4.8 : مغنيزيوم البلازما لدى المرضى المعتمدين على الأنسولين المجموعة الشاهد من الأصحاء

الانحراف المعياري	للمتوسط	الحد
0.068	0.719	227
0.057	0.810	140
للمرضى المعتمدين على الأنسولين		
للمجموع الشاهد من الأصحاء		

1. عين مجالاً يتضمن 95% من قياسات مغنيزيوم البلازما من المجتمع الشاهد. وهذا ما ندعوه مجال الدلالة باحتمال 95% للوصوف بإسهاب في الفقرة (5.15). فهي تختبرنا عن أشياء حول توزيع مغنيزيوم البلازما في المجتمع.



2. ما هي نسبة المرضى المعتمدين على الأنسولين الواقعة في مجال الدلالة باحتمال 95%؟  
(توجيه: أوجد عدد الانحرافات المعيارية اعتماداً على متوسط السكرين، ثم استخدم جدول التوزيع الطبيعي الجدول 1.7 لايجاد احتمال هذه الزيادة).
3. أوجد الخطأ المعياري لمتوسط مغنزيوم البلازما لكل مجموعة.
4. أوجد مجال الثقة باحتمال 95 % لمتوسط مغنزيوم البلازما في مجتمع الأصحاء. يختلف مجال الثقة هذا عن المجال المرجعي الموافق لاحتمال 95%؟ لماذا يختلفان؟
5. أوجد الخطأ المعياري للفرق بين متوسطي مغنزيوم البلازما للمرضى المعتمدين على الأنسولين، وبين الأشخاص الأصحاء.
6. أوجد مجال الثقة باحتمال 95 % للفرق بين متوسط مغنزيوم البلازما للمرضى المعتمدين على الأنسولين، والأشخاص الأصحاء. هل يوجد أي دليل أن مغنزيوم البلازما لدى المرضى السكريين أقل منه لدى غير المرضى في المجتمع الذي أخذت منه المعطيات.
7. هل مغنزيوم البلازما يعد اختباراً جيداً لمرض الداء السكري؟



**Testing hypothesis****1.9 اختبار الفرضيات**

عالجنا في الفصل الثامن التقدير، والدقة في حساب التقديرات. وهذا شكل من أشكال الاستدلال الإحصائي، وهو الطريقة التي نستخدم فيها العينات لاستخلاص نتائج تتعلق بالمجتمعات الإحصائية التي سحبت منها هذه العينات. وفي هذا الفصل سنقدم شكلاً آخر من الاستدلال هو اختبار الاعتدال أو اختبار الفرضيات.

يمكننا اختبار الاعتدال من قياس قوة الدلالة التي تزودنا بها المعلومات متخذين بعض الفروض ذات الأهمية. لتتخذ كمثال تجربة العبور التقاطعي في معالجة الذبحة الصدرية باستخدام الـ (Pronethalol) حسب الفقرة (6.2). يبين الجدول (1.9) عدد الهجمات على مدى أربعة أسابيع لكل معالجة. يشكل هؤلاء المرضى الأثنا عشر عينة من مجتمع المرضى. ولتسائل هل يتعرض الآخرون من هذا المجتمع لعدد أقل من الهجمات أثناء استعمالهم الـ (Pronethalol)؟ يمكننا أن نرى أن عدد الهجمات يتغير بشكل كبير من مريض لآخر، وربما من فترة زمنية لأخرى. وهكذا فإن بعض المرضى الذين يتناولون الـ (Pronethalol) قد يتعرضون لعدد أقل من الهجمات، بمحض المصادفة من أولئك الذين يأخذون "غفلاً". وتسائل ما إذا كان الفرق الملحوظ في اختبار الاعتدال هو من الصفر بحيث يرد إلى مجرد المصادفة إذا لم يكن ثمة فرق حقيقي في المجتمع الإحصائي. إذا كان الأمر كذلك فإن الدلالة على وجود فرق بين مدتي المعالجة سيكون ضعيفاً. من جهة ثانية إذا كان الفرق أكبر



بكثير مما يمكن أن يعزى للمصادفة، في حال عدم وجود فرق بين المجتمعين، فإن الدلالة على وجود فرق حقيقي ستكون قوية.

لإنجاز اختبار الاعتداد، نفرض أنه لا يوجد فرق بين المعالجتين على مستوى المجتمع الإحصائي، هذا الافتراض يدعى الفرضية الابتدائية ( $\text{null hypothesis}$ ) ونختزل ذلك بالعبارة "لا يوجد فرق" على مستوى المجتمع. فإذا لم يكن هذا صحيحاً أي إذا وجد فرق بين المعالجتين، في اتجاه ما أو في الاتجاه الآخر، فإن الفرضية البديلة ستكون صحيحة. ثم نوجد احتمال حصولنا على معطيات تختلف عما يمكن توقعه، في حال صحة الفرضية الابتدائية، كاختلاف تلك المعطيات عن المشاهدة فعلياً. فإذا كان هذا الاحتمال كبيراً فالمعطيات توافق مع الفرضية الابتدائية. أما إذا كان هذا الاحتمال صغيراً، فمن غير المحتمل أن نحصل على مثل هذه المعطيات في حال كون الفرضية الابتدائية صحيحة، ويكون القرار لصالح الفرضية البديلة.

الجدول 1.9 : تجربة البرونيتالول للوقاية من الذبحة الصدرية

إشارة الفرق	عدد المحصيات عندما يتناول المريض	
	عفل - برونيتالول	برونيتالول
+	42	29
-	25	348
+	7	1
+	7	7
+	7	16
+	9	25
+	14	65
+	19	41
+	2	0
+	3	0
+	2	15
+	5	2

## 2.9 مثال: اختبار الإشارة

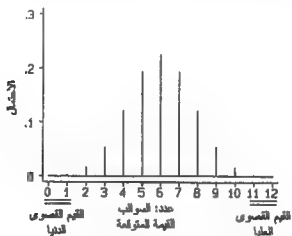
سنصف الآن اختباراً اعتدادياً خاصاً هو "اختبار الإشارة" وذلك لاختبار الفرضية التي تفيد أن الـ (Pronethalol) و"العفل" لهما التأثير نفسه في معالجة الذبحة الصدرية. لنأخذ



الفروق بين عدد المحجمات في كلتا المعالجتين لكل مريض، كما هو مبين في الجدول (1.9) فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، فإن الفروق في عدد المحجمات يمكن أن يكون موجباً أو سالباً عشوائياً. فاحتمال أن يكون التغير سالباً يساوي احتمال أن يكون موجباً، وهكذا فكل من الاحتمالين يساوي النصف. ثم إن عدد الحالات السالبة هو متغير حدائسي الفقرة (4.6) حيث  $n = 12$  و  $p = 0.5$  (إذا وجد مريض لم العدد ذاته من المحجمات في كلا النظامين فيمكننا استبعادهم لأنهم لا يزدودنا بأي استعلام حول اتجاه الفرق بين المعالجتين. ففي هذا الاختبار تمثل  $n$  عدد المرضى الذين توجد لديهم فروق باتجاه أو بآخر).

إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، ما هو احتمال حصولنا على مشاهدة من هذا التوزيع هي من الكبر بقدر القيمة المشاهدة فعلاً؟ العدد المتوقع للسوالب هو  $np = 6$ ، ما هو احتمال حصولنا على قيمة تبعد عن المتوسط هذا بقدر بعد القيمة المشاهدة؟ نلاحظ أن عدد الفروق السالبة يساوي الواحد. واحتمال حصولنا على مثل هذه النتيجة يساوي:

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} p^r (1-p)^{n-r} = \frac{12!}{11!1!} \times 0.5^1 \times 0.5^{11} = 12 \times 0.5^{12} = 0.00293$$



الشكل 1.9 : القيم القصوى للتوزيع الحدائسي في اختبار الإشارة

وهذه حادثة من المستبعد وقوعها. وسنهتم باحتمال حصولنا على قيمة بعيدة عن القيمة المتوقعة 6 كبعد 1 عنها أو أبعد. من الواضح أن الصفر أبعد فيجب أن يتضمن في حساب الاحتمال. ويكون احتمال الصفر (أي احتمال عدم وجود أي من السوالب) هو:



$$\frac{12!}{0!12!} \times 0.5^0 \times 0.5^{12} = 0.00024$$

وهكذا فإن احتمال وجود سالب واحد أو أقل هو المجموع  $0.00024 + 0.00293 = 0.00317$  فالفرضية الابتدائية هي عدم وجود فرق، فتكون الفرضية البديلة يوجد فرق باتجاه أو بآخر. ولذلك يجب أن نأخذ بعين الاعتبار حصولنا على قيمة قصوى في الطرف الآخر من المتوسط توافق الحصول على 11 سالباً أو 12 الشكّل (1.9) فاحتمال الحصول على 11 سالباً أو 12 يساوي 0.00317 أيضاً، لأن التوزيع متناظر، ومنه احتمال حصولنا على قيمة متطرفة في أي من الاتجاهين لها بعد القيمة المشاهدة هو  $0.00317 + 0.00317 = 0.00634$ . وهذا يعني أنه إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة أمكننا الحصول على عينة من التطرف بحيث أن احتمال ظهورها بالمصادفة هو 0.006، أي أقل من 0.01.

وهكذا نكون قد حصلنا على حادثة نادرة الوقوع، في حال صحة الفرضية الابتدائية، وهذا يعني أن المعطيات لا تتوافق مع هذه الفرضية، ونستخلص من ذلك وجود دليل قوي يرجح وجود فرق بين المعالجتين (وبما أن هذه تجربة عشوائية ثنائية التعمية، فمن المعقول افتراض أن هذا كان بسبب فعالية الدواء).

### 3.9 مبادئ اختبارات الاعتدال

#### Principles of significance tests

- يُعد اختبار الإشارة مثلاً لاختبارات الاعتدال، ونسمي عدد الإشارات السالبة في هذه الحالة: إحصائية الاختبار (test statistic) وهو ما نحسبه من المعطيات، ويمكننا استخدامه لاختبار الفرضية الابتدائية. والطريقة العامة لاختبارات الاعتدال تجري كما يلي:
1. نضع الفرضية الابتدائية، والفرضية البديلة لها.
  2. نحسب قيمة إحصائية الاختبار.
  3. نرجع إحصائية الاختبار إلى توزيع معروف، فنضع له هذه الإحصائية في حال صحة الفرضية الابتدائية.



4. نوجد احتمال أن تبلغ قيمة احصائية الاختبار القيمة المشاهدة أو تزيد عنها، في حالة صحة الفرضية الابتدائية.

5. نستنتج أن المعطيات تتوافق أو لا تتوافق مع الفرضية الابتدائية.

سنعامل في هذا الفصل وما يتبعه من فصول مع اختبارات متعددة للاعتداد وسوف نرى أنها جميعاً تتبع هذه الخطوة.

إذا كانت المعطيات لا تتوافق مع الفرضية الابتدائية، فيقال إن الفرق يُعتد به إحصائياً "statistically significant" ونقول أحياناً إننا نرفض هذه الفرضية، أما إذا كانت المعطيات تتوافق مع هذه الفرضية فنقول إننا نقبلها. ولكن التوصل إلى اتخاذ مثل هذا القرار "الكل أو لا شيء" نادراً ما يلائم البحوث الطبية. فمن المفضل التفكير في احتمال اختبار الاعتداد، كمؤشر على قوة الدلالة مقابل الفرضية الابتدائية. كما أن العبارة "نقبل الفرضية الابتدائية" هي أيضاً مضللة لأنها تتضمن أننا استنتجنا أن الفرضية الابتدائية صحيحة مع أننا لم نفعل هذا. ولا نستطيع أن نبرهن إحصائياً أن تأثير المعالجة مثلاً غير قائم، فمن الأفضل القول إننا لم نرفض الفرضية أو نقول لقد فشلنا في رفضها.

إن احتمال حصولنا على مثل هذه القيمة القصوى لإحصائية الاختبار إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، تدعى غالباً بالقيمة  $P$ . وهي ليست احتمال أن تكون فرضية الابتدائية صحيحة، هذا اعتقاد خاطئ، فالفرضية الابتدائية هي إما صحيحة أو خاطئة، فهي ليست كمية عشوائية وبالتالي ليس لها احتمال. وأظن أن كثيراً من الباحثين قد استخدموا اختبارات الاعتداد بكفاءة تامة بالرغم من امتلاكهم لهذه الفكرة الخاطئة.

## 4.9 مستويات الاعتداد وأنواع الأخطاء

### Significance levels and types of error

ما يزال علينا أن نطرح السؤال التالي ما هو الصفر الذي نعينه؟ إن الاحتمال 0.006 في المثال السابق هو صغير وضحاً، وهذا يعني أن لدينا حادثة غير محتملة الوقوع. ولكن ماذا نقول عن الاحتمال 0.06 أو 0.1؟ نفرض أننا اتخذنا الاحتمال 0.01 أو أقل كمستوى دلالة معقولة ضد الفرضية الابتدائية. فإذا كانت هذه الفرضية صحيحة نكون قد اتخذنا قراراً



مخاطراً بنسبة 0.01. نسمي القرار المتخذ ضد الفرضية الابتدائية الخطأ من النوع الأول (type I error) أو الخطأ  $\alpha$ . كما نحصل على الخطأ من النوع الثاني (type II error) أو الخطأ  $\beta$  إذا لم نرفض الفرضية الابتدائية التي هي في الواقع خاطئة. ( $\alpha$  و  $\beta$  حرفان يونانيان يلفظان ألفا وبيتا) والآن كلما كان الاحتمال الذي تتطلبه صغيراً قبل أن نقرر رفض الفرضية الابتدائية كلما اقتضى أن يكون الفرق الملاحظ كبيراً، وهكذا سيزداد احتمال أن نفعل الفروق الحقيقية. وبتقليص مخاطرة الوقوع في الخطأ من النوع الأول، ستزداد مخاطرة الوقوع في الخطأ من النوع الثاني.

والحل التوفيقى أن نقول أن الفروق التي يُعتد بها لا يقل الاحتمال فيها عن 0.05. وهذا توجه معقول ولكن يجب ألا يتخذ كشيء مطلق. إذ ليس ثمة فرق كبير بين الاحتمالين 0.06 و 0.04 و هما يشيران بالتأكيد إلى قوة دلالة متماثلة. ومن الأفضل أخذ الاحتمالات حول القيمة 0.05 لتزداد ببعض الدلالة ضد الفرضية الابتدائية، والتي تزداد قوة كلما تناقص الاحتمال. فإذا اتفقا أن الفرق مما يُعتد به، فإن الاحتمال يسمى أحياناً مستوى الاعتماد. ونقول أن مستوى الاعتماد يكون عالياً إذا كانت قيمة P منخفضة.

## 5.9 اختبارات الاعتماد من طرف واحد ومن طرفين

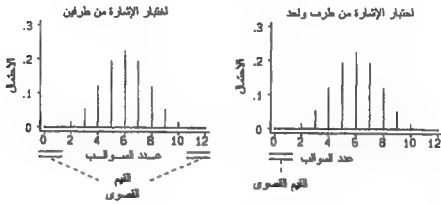
### One and two sided tests of significance

في المثال السابق كانت الفرضية البديلة: يوجد فرق في أحد الاتجاهين أو في الاتجاه الآخر، يسمى هذا الاختبار من طرفين أو اختبار الدليلين لأننا استخدمنا احتمالات القيم القصوى في كلا الاتجاهين. من الممكن اتخاذ الفرضية البديلة: وجود تناقص في الهجمات لدى المعالجة بـ (Pronethalol) في الحالة التي تكون فيها الفرضية الابتدائية: إن عدد الهجمات في المعالجة (بالفعل) تساوي مثيلتها لدى المعالجة بـ (Pronethalol) أو أقل منها. وهذا يعطى  $P = 0.00317$ . وهو طبعاً أعلى من مستوى الاعتماد للاختبار من الطرفين. نسمي هذا الاختبار، اختبار الطرف الواحد أو اختبار الدليل الواحد الشكل (2.9). وتعليل هذا أن علينا أن نتجاهل الحالات التي يكون فيها الدواء الفعال مؤذياً للمرضى. وإذا كان ما قلناه يعني: إذا لم تبهن هذه التجربة على تراجع الذبحة الصدرية باستخدام الـ (Pronethalol)



فلن نستخدمه مرة ثانية، فهذا سيكون معقولاً، ولكن طرائق البحوث الطبية لا تتم وفق هذا، لذا علينا أن نستخدم طريقة في الاستدلال تمكّنتنا من التحرر عن التأثيرات في كل اتجاه.

هل الاختبار ذو الطرف الواحد هو المعيار أم الاختبار ذو الطرفين؟ هذا هو الموضوع الهام المطروح بين الأطباء، فيما يتعلق بالطرائق الإحصائية. ربما كان الافتراض المتبني يتوقف على الحقل الذي يجري فيه الاختبار عادة. ففي العلوم البيولوجية نادراً ما يكون للمعالجات مفعول واحد فقط، والعلاقات بين المتغيرات تكون عادة معقدة. وغالباً ما تكون اختبارات الطرفين هي المفضلة.



الشكل 2.9 : اختبار من طرف واحد واختبار من طرفين

إلا أنه توجد حالات يكون فيها الاختبار من طرف واحد أكثر ملائمة. لقد قامت (Luthra) ورفاقها (1982) بدراسة تأثير إجراءات التقصي مثل تنظير جوف البطن وغمويه البوق على الخصوبة عند النساء قبل سن البلوغ، وتناولت الدراسة مجموعة من النساء حضرن إلى عيادة العقم. روقت هذه النساء لعدة أشهر، وقد حمل بعضهن خلال هذه الفترة ثم أخضع للتتظير أولئك اللواتي لم ينجبن بعد. ثم روقن لعدة أشهر أخرى وقد حمل بعضهن أيضاً. أجريت مقارنة بين معدل الحمل في الفترة ما قبل التتظير مع الفترة التي بعده. وطبعاً لم تخضع النساء اللاتي حملن خلال الفترة الأولى، للتتظير، فكانت النتيجة أنه كلما كانت خصوبة المرأة أقل، كلما طالت المدة التي من المحتمل أن تستغرقها كي تحمل. وهكذا فالنساء اللاتي خضعن للتتظير سيكون معدل حملهن أقل (بمقدار غير معروف) من المجموعة



الكبيرة الداخلة في الدراسة، لأن النساء الأكثر خصوبة قد حملن قبل أن يأتي دورهن في التنظير. لمعرفة الآن ما إذا كان التنظير يزيد الخصوبة، يمكننا اختبار الفرضية التالية: إن معدل الحمل بعد التنظير أقل منه قبل التنظير أو يساويه، مقابل الفرضية البديلة: إن معدل الحمل بعد التنظير أعلى منه قبله. ويكون اختبار الذيلين غير ملائم هنا، لأنه إذا لم يكن للتنظير تأثير على الخصوبة، فالمعدل بعد التنظير يتوقع أن يكون أدنى، والمصادفة لا تدخل في ذلك. في الحقيقة معدل الحمل بعد التنظير كان عالياً والفرق يعتد به وضوحاً.

## 6.9 الاعتدال واقعاً وأهمية Significant real and important

إذا كان الفرق مما يعتد به إحصائياً، فمن الممكن أن يكون حقيقياً فعلاً، ولكن ليس من الضروري أن يكون هاماً. لننظر مثلاً إلى تأثير دواء ما على ضغط الدم. نفرض أننا وجدنا أن الدواء يرفع ضغط الدم بمعدل 1 مم زئبقي، وأن هذا مما يعتد به إحصائياً. ولكن ارتفاع الضغط 1 مم ليس مهماً سريرياً، فبالرغم من إمكان حدوث هذا فليس الأمر ذا شأن، فهو مما يعتد به إحصائياً ولكنه غير مهم.

من جهة ثانية، إذا كان الفرق لا يعتد به إحصائياً، فيمكن أن يكون مع ذلك حقيقياً. ويمكننا بسهولة إيجاد عينة صغيرة جداً لتبين أن الفرق موجود، وبالإضافة لذلك، يمكن أن يكون هاماً أيضاً. إن الفرق في معدل الوفيات في تجربة مضاد التآخر لـ (Carleton ورفاقه 1960) الموصوفة في الفصل الثاني لم يكن مما يعتد به، فالفرق في النسبة المئوية للذين بقوا على قيد الحياة كانت 5.5 لصالح المعالجة الفعالة. من جهة ثانية، فقد أورد المؤلفون أيضاً مجالاً للثقة للفرق في النسب المئوية للبقاء، كانت نقطة النسبة المئوية 24.2 لصالح الـ (heparin) مقابل نقطة النسبة المئوية 13.3 لصالح معالجة الشاهدة. إن الفرق في البقاء المقابل لنقطة النسبة المئوية 24 لصالح المعالجة هو مهم بالتأكيد، فإذا ثبت أنه لا يعتد به فلا يقتضي هذا أنه لا يوجد تأثير. وهذا يعني أننا فشلنا في إثبات وجود أي منهما.



## 7.9 مقارنة متوسطات عينات كبيرة

### Comparing the means of large samples

وجدنا سابقاً في الفقرة (5.8) أنه إذا كانت لدينا عيتان حجمهما  $n_1$  و  $n_2$  ومتوسطاهما  $\bar{x}_1$  و  $\bar{x}_2$ ، كما أن خطئيهما للمياريين هما  $se_1$  و  $se_2$ . فيكون الخطأ المعياري لتقدير الفرق  $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$  هو  $\sqrt{se_1^2 + se_2^2}$  وبالإضافة لذلك إذا كانت  $n_1$  و  $n_2$  كبيرتين فإن  $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$  يتوزع توزيعاً طبيعياً متوسطه  $\mu_1 - \mu_2$  وهو فرق متوسطي المجتمعين، وانحرافه المعياري يقدر تماماً بالخطأ المعياري للتقدير. ويساعدنا هذا في إيجاد مجال الثقة للفرق بين المتوسطين وهو:

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - 1.96 \sqrt{se_1^2 + se_2^2} \text{ to } \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + 1.96 \sqrt{se_1^2 + se_2^2}$$

ويمكننا استخدام هذا المجال لإيجاز اختبار الاعتداد للفرضية الابتدائية التي تفيد أن الفرق بين المتوسطين يساوي الصفر، وهذا يعني أن الفرضية البديلة هي عدم تساوي  $\mu_1$  و  $\mu_2$ . فإذا كان مجال الثقة يحوي الصفر فإن احتمال حصولنا على مثل هذه المعطيات الحدية أكبر من 0.05 (أي  $1 - 0.95$ ) إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. أما إذا كان مجال الثقة لا يحوي الصفر، فإن احتمال مثل هذه المعطيات الحدية بفرض صحة الفرضية الابتدائية هي أقل من 0.05 والفرق يعتد به. وكطريقة أخرى لإيجاز هذا الاختبار هي أن نلاحظ أن:

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{se_1^2 + se_2^2}}$$

تتوزع توزيعاً طبيعياً معيارياً وهذا يعني أن متوسطه يساوي الصفر وانحرافه المعياري يساوي 1. وبناءً على الفرضية الابتدائية التي تفيد أن  $\mu_1 = \mu_2$  أو  $\mu_1 - \mu_2 = 0$  تصح احصائية الاختبار:

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{se_1^2 + se_2^2}}$$

فإذا وقعت بين القيمتين  $-1.96$  و  $+1.96$  فاحتمال مثل هذه القيمة الحدية هو أكبر من 0.05 والفرق لا يعتد به. أما إذا كانت إحصائية الاختبار أكبر من 1.96 أو أقل من  $-1.96$



فاحتمال ظهور مثل هذه المعطيات أقل من 0.05 إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، والمعطيات لا تتوافق مع هذه الفرضية. والفرق يعتد به بمستوى 0.05.

ففي دراسة الأعراض التنفسية في مثال مدرسة الأطفال الوارد في الفقرة (5.8)، نريد أن نعرف فيما إذا كان الأطفال الذين أفادوا بأنهم يتعرضون لأعراض تنفسية، يملكون رئات لا تقوم بوظائفها بشكل جيد، أكثر من الأطفال الذين لم يفيدوا بهذا. ففي هذا المثال أفاد 92 طفلاً أنهم يتعرضون للسعال أثناء النهار أو أثناء الليل، ومتوسط الـ PEFR هو 294.8 لتر/دقيقة بانحراف معياري 57.1 لتر/دقيقة. كما أفاد 1643 طفلاً بأن ليس لديهم أية أعراض، وكان متوسط الـ PEFR لديهم 313.6 لتر/دقيقة بانحراف معياري 55.2 لتر/دقيقة. وهكذا يكون لدينا عينتان كبيرتان، حيث يمكننا تطبيق اختبار التوزيع الطبيعي. لدينا:

$$se^1 = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}} = \sqrt{\frac{57.1^2}{92}} \quad \text{و} \quad se^2 = \sqrt{\frac{s_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{55.2^2}{1643}}$$

فالفرق بين المجموعتين هو:  $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 294.8 - 313.6 = -18.8$  والخطأ المعياري للفرق هو:

$$SE(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{57.1^2}{92} + \frac{55.2^2}{1643}} = 6.11$$

والإحصائية الاختبار هي:

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{SE(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \frac{-18.8}{6.11} = -3.1$$

وبناء على الفرضية الابتدائية فإن هذه الملاحظة تتبع التوزيع الطبيعي المعياري وهكذا فإن  $P < 0.01$  الجدول (2.7) فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فالمعطيات الملاحظة لا تبدو محتملة الوجود. ويمكننا أن نستنتج وجود دلالة جيدة أن الأطفال الذين أفادوا بأنهم يتعرضون للسعال أثناء النهار أو الليل تقل كمية الـ PEFR عندهم عن الأطفال الآخرين.



في هذه الحالة، لدينا طريقتان لاستخدام الخطأ المعياري نفسه: إما لتقدير مجال الثقة، أو في اختبار الاعتدال. ومجال الثقة يُفضل عادة لأنه لا يدل على وجود الفرق فحسب، وإنما يعطينا فكرة عن حجمه، ولهذا أهمية، خاصة عندما يكون الفرق لا يعتد به. مثلاً في الدراسة السابقة أفاد 27 طفلاً أنهم يجدون بلفماً أثناء النهار أو في الليل ومتوسط الـ PEFR عند هؤلاء 298.0 لتر/د باعتراف معياري 53.9 لتر/د ومنه الخطأ المعياري للمتوسط هو 10.4 لتر/د. وهو أكبر من الخطأ المعياري للمتوسط للذين يعانون من السعال. والسبب في ذلك أن حجم العينة أصغر. أما الأطفال الـ 1708 الذين أفادوا بعدم وجود هذا العرض كان متوسط الـ PEFR عندهم 312.6 لتر/د، والاعتراف المعياري 55.4 لتر/د، وهذا يعطي خطأ معيارياً 1.3 لتر/د ويكون الفرق بين المتوسطين، - 14.6 بخطأ معياري يعطى بالعبارة  $10.5 = \sqrt{10.4^2 + 1.3^2}$  وتكون إحصائية الاختبار:

$$\frac{-14.6}{10.5} = -1.4$$

واحتمال هذه النتيجة حوالي 0.16، وتتوافق المعطيات مع الفرضية الابتدائية. من جهة ثانية فإن مجال الثقة باحتمال 95% للفرق هو من  $10.5 \times 1.96 - 14.6$  إلى  $10.5 \times 1.96 + 14.6$  أو من -35 إلى 6 لتر/د. ونرى أن هذا الفرق يضاوي في الكر الفرق في تجربة السعال. ونظراً لأن حجم العينة الصغرى ليس كبيراً بقدر كاف، فالاختبار هو أقل إمكاناً في الكشف عن الفرق لدى مقارنة البلغم منه في مقارنة السعال. وقد نوqشت أفضلية مجالات الثقة على اختبارات الاعتدال من قبل Altman و Gardner (1986).

## 8.9 مقارنة نسبيتين Comparison of two proportions

نفرض أننا نرغب في مقارنة نسبتي  $p_1$  و  $p_2$  مُقدرتين من عيتين مستقلتين وكبرتين حجماهما  $n_1$  و  $n_2$ . إن الفرضية الابتدائية هنا أن النسبتين في المجتمعين اللذين أخذت منهما العينتان متساويتان ولتكن القيمة المشتركة لهما  $p$  مثلاً. وبما أن النسبتين في هاتين المجموعتين



متساويتان بناء على هذه الفرضية، فيمكننا إيجاد التقدير المشترك لهذه النسبة وتوظيفها لتقدير الأخطاء المعيارية. تقدر النسبة المشتركة من المعطيات بالعلاقة.

$$p = \frac{r_1 + r_2}{n_1 + n_2}$$

حيث:  $p_1 = r_1/n_1$  و  $p_2 = r_2/n_2$  ونريد الآن أن نحري استدلالاً ابتداء من الفرق بين نسبتي العيتين،  $p_1 - p_2$ ، ولذا سنحسب الخطأ المعياري لهذا الفرق:

$$SE(p_2) = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n_2}} \quad SE(p_1) = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n_1}}$$

$$SE(p_1 - p_2) = \sqrt{SE(p_1)^2 + SE(p_2)^2}$$

وبما أن العيتين مستقلتان فإن:

$$SE(p_1 - p_2) = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n_1} + \frac{p(1-p)}{n_2}} = \sqrt{p(1-p) \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

حيث  $p$  تعتمد على معطيات أخرى غير المحسوبة  $p_1$  و  $p_2$ . فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فإن الأخطاء المعيارية المحسوبة بهذه الطريقة هي أدق من تلك المقدرة في الفقرة (6.8) حيث استخدمت  $p_1$  و  $p_2$  بشكل منفصل. وعندما نجد إحصائية الاختبار.

$$z = \frac{p_1 - p_2}{SE(p_1 - p_2)} = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p(1-p) \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

وبفرض تحقق الفرضية الابتدائية، فإن متوسط هذه الإحصائية يساوي الصفر. ونظراً لكون العينة، نفترض أن  $p$  مقدرة بشكل يمثل المقدار  $\sqrt{p(1-p) (1/n_1 + 1/n_2)}$  تقديراً جيداً للانحراف المعياري للتوزيع الذي أخذ منه الفرق  $p_1 - p_2$ ، أي يمثل الخطأ المعياري، كما يمكن أن نفترض  $p_1 - p_2$  مأخوذة من توزيع طبيعي. وهكذا، إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فإن إحصائية الاختبار ستتبع التوزيع الطبيعي المعياري.



نظرنا في الفقرة (6.8) في نسب الأطفال الذين سبق أن تعرضوا لالتهاب القصبات في طفولتهم، والذين لم يسبق لهم هذا، والذين أفادوا بإصابتهم بأعراض تنفسية في الكبر. فكان لدينا 273 طفلاً أصيبوا بالتهاب قصبات قبل سن الخامسة وقد أفاد 26 منهم بتعرضهم لنوبات سعال ليلاً ونهاراً في سن الرابعة عشرة. كما كان لدينا 1046 طفلاً لم يسبق أن أصيبوا بالتهاب القصبات قبل سن الخامسة، أفاد 44 منهم أنهم يعانون من السعال في الرابعة عشرة. وسنختبر الفرضية التالية: إن انتشار الأعراض التنفسية هو نفسه في كلا المجموعتين، مقابل الفرضية البديلة ليس انتشار الأعراض نفسه.

ليس لديهم التهاب قصبات

$$n_2 = 1046$$

$$p_2 = 44/1046 = 0.04207$$

يوجد لديهم التهاب قصبات

$$n_1 = 273$$

$$p_1 = 26/273 = 0.09524$$

$$p = \frac{26 + 44}{273 + 1046} = 0.05307$$

$$p_1 - p_2 = 0.04207 - 0.09524 = 0.05317$$

$$SE(p_1 - p_2) = \sqrt{p(1-p) \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

$$= \sqrt{0.05307 \times (1 - 0.05307) \times \left( \frac{1}{273} + \frac{1}{1046} \right)} = 0.01524$$

$$\frac{p_1 - p_2}{SE(p_1 - p_2)} = \frac{0.05317}{0.01524} = 3.49$$

بالعودة لجدول التوزيع الطبيعي. الجدول (2.7)، نجد احتمال مثل هذه القيمة الحدية هو أقل من 0.01، ونستنتج من هذا أن للعطيات لا تتوافق مع الفرضية الابتدائية. ويوجد دليل قوي أن الأطفال ذوي الماضي المرضي هم أكثر احتمالاً أن يصابوا بالسعال في سن الرابعة عشرة.

وللاحظ أن الخطأ المعياري المستخدم هنا ليس هو نفسه الذي وجدناه في الفقرة (6.8)، ولا يكون صحيحاً إلا إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. وعبارة الفقرة (6.8) يجب أن



تستخدم لإيجاد مجال الثقة. وهكذا فالخطأ المعياري المستخدم في الاختبار ليس مطابقاً لذلك المستخدم في التقدير، كما كان الأمر في مقارنة متوسطين. من الممكن أن يكون الاختبار معتداً به، ومجال الثقة مع ذلك يحوي الصفر.

هذه هي طريقة العينات الكبيرة، وهي مكافئة لاختبار كاي مربع في حالة جدول  $2 \times 2$  حسب الفقرتين (1.13) و(2.13). أما الطرائق المتبعة في حالة العينات الصغيرة، ومقدار صفر العينة فسنناقش في الفقرتين (3.13) و(6.13).

لنلاحظ أننا لا نحتاج لاختبار مختلف لمعدل نسيتين، فالفرضية الابتدائية التسي تفيد: إن معدل النسيتين في المجتمع يساوي الواحد، تكافئ الفرضية القائلة: إن فرق النسيتين في المجتمع يساوي الصفر.

## The power of a test

## 9.9 قوة الاختبار

إن اختبار مقارنة المتوسطات الوارد في الفقرة (7.9) يُرجح في اكتشاف الفروق الكبيرة بين مجتمعين أكثر من الفروق الصغيرة فاحتمال أن ينتج اختبار ما فرقاً يُعتد به، بمستوى اعتداد معطى يسمى قوة الاختبار، ففي اختبار مفروض، تتوقف قوة الاختبار على الفرق الحقيقي بين المجتمعات المتقارنة، وحجم العينات، ومستوى الاعتداد المختار. وقد لاحظنا سابقاً في الفقرة (4.9)، أن الحصول على فرق يُعتد به بمستوى اعتداد 0.05 أكثر احتمالاً منه بمستوى 0.01. وتكون قوة الاختبار أكبر إذا كانت قيمة  $P$  مختارة بحيث تجعل مستوى الاعتداد أكبر.

فنتسطيع مثلاً حساب قوة الاختبار في مقارنة متوسطين بسهولة. فالفرق  $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$  هو مشاهدة تنتمي للتوزيع الطبيعي، بمتوسط  $\mu_1 - \mu_2$  وانحراف معياري  $\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}$ ، وهو الخطأ المعياري للفرق والذي نرمز له بـ  $se_{diff}$ . أما إحصائية الاختبار الموافقة للفرضية الابتدائية  $\mu_1 = \mu_2$  هي  $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)/se_{diff}$ . ويكون الاختبار معتداً به، بمستوى 0.05 إذا كانت إحصائية الاختبار تبعد عن الصفر بمقدار يزيد عن 1.96. فإذا كانت  $\mu_1 > \mu_2$



فمن غير المرجح أبداً أن نجد  $\bar{x}_1$  أقل اعتدائياً من  $\bar{x}_2$ ، وهكذا فلكل فرق يعتد به لدينا  $1.96 < (se_{diff}) / (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$  بطرح الكمية  $(\mu_1 - \mu_2) / se_{diff}$  من طرفي العلاقة السابقة نجد:

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{se_{diff}} - \frac{\mu_1 - \mu_2}{se_{diff}} > 1.96 - \frac{\mu_1 - \mu_2}{se_{diff}}$$

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{se_{diff}} > 1.96 - \frac{\mu_1 - \mu_2}{se_{diff}}$$

نلاحظ أن المقدار  $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - (\mu_1 - \mu_2)) / se_{diff}$  يتبع التوزيع الطبيعي المعياري وذلك لأننا طرحنا من الكمية  $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$  تقديرها  $\mu_1 - \mu_2$  وقسمنا الناتج على انحرافها المعياري  $se_{diff}$ ، ويمكننا إيجاد احتمال أن يزيد هذا المقدار عن أية قيمة مفروضة  $z$  من العبارة  $1 - \Phi(z)$  بالاستعانة بالجدول الطبيعي (1.7) ومنه قوة الاختبار، أي احتمال حصولنا على نتيجة يعتد بها، هي  $1 - \Phi(z)$  حيث  $z = 1.96 - (\mu_1 - \mu_2) / se_{diff}$ .

لمقارنة الـ PEFR في الأطفال الذين يصاحب سعالهم بلغم والذين لا يصاحبه بلغم الفقرة (7.9)، نفرض على سبيل المثال أن متوسطي المجتمعين في الحقيقة  $\mu_1 = 310$  و  $\mu_2 = 295$  لـ لتر/د، والانحراف المعياري لكل منهما 55 لتر/د. وحجم العينة  $n_1 = 1708$  و  $n_2 = 27$ ، ومنه الخطأ المعياري للفرق هو:

$$se_{diff} = \sqrt{\frac{55^2}{1708} + \frac{55^2}{27}} = 10.67 \text{ د/لتر}$$

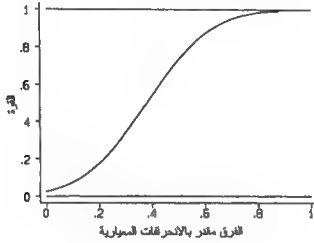
و الفرق متوسطي المجتمعين اللذين نريد أن ندرسهما هو  $\mu_1 - \mu_2 = 310 - 295 = 15$  وهكذا نجد:

$$1.96 - \frac{\mu_1 - \mu_2}{se_{diff}} = 1.96 - \frac{15}{10.67} = 1.96 - 1.41 = 0.55$$

من الجدول (1.7) نجد أن  $\Phi(0.55)$  هو بين 0.691 و 0.726 أي حوالي 0.71. وستكون قوة الاختبار  $0.29 = 1 - 0.71$ . وضمن هذه المعطيات ثمة فرصة ضعيفة لاكتشاف الفرق بين المتوسطين في هذا الاختبار، حتى لو كان موجوداً، وقوة الاختبار ستكون ضعيفة. والشكل (3.9) يبين كيف تتغير قوة الاختبار بتغير الفرق بين متوسطي المجتمعين. فكلما كبر



الفرق ازدادت القوة مقتربة أكثر فأكثر من الواحد. ولا يمكن للقوة أن تكون مساوية للصفر حتى لو كان فرق متوسطي المجتمعين معلوماً، وذلك لأنه يوجد دوماً إمكانية لوجود فرق يعتد به، حتى عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة.



الشكل 3.9 : منحنى القوة بدلالة متوسطي عينتين حجمهما 1708 و 27

## 10.9 اختبارات الاعتداد المتعددة Multiple significance tests

إذا اخترنا فرضية ما بمستوى اعتداد 0.05 مثلاً، وكانت هذه الفرضية صحيحة فعلاً، فإن احتمال أن نتوصل إلى قرار أن النتيجة التي حصلنا عليها لا يُعتد بها (وهذا يعني أن الفرضية صحيحة) هو 95%. وإذا أجرينا اختباراً لفرضيتين مستقلتين وصحيتين فإن احتمال ألا يعتد بأي من الاختبارين هو  $0.90 = 0.92 \times 0.95$  الفقرة (2.6). وإذا اخترنا 20 فرضية من هذه الفرضيات فإن احتمال ألا يعتد بأية واحدة منها هو  $0.36 = (0.95)^{20}$  وهذا يقتضي أن يكون احتمال الحصول على نتيجة واحدة يعتد بها على الأقل هو  $0.64 = 1 - 0.36$ . فاحتمال الحصول على نتيجة واحدة يفوق احتمال ألا نحصل على شيء، والقيمة المتوقعة للنتائج التي يعتد بها والتي هي في الواقع زائفة هو  $1 \times 0.05 = 0.20$ .

إن كثيراً من الأبحاث الطبية قد أعدت باستخدام عدد كبير من اختبارات الاعتداد. هذه الاختبارات ليست عادة مستقلة، لكونها مطبقة على المجموعة ذاتها من المختبرين. وعليه



فالحسابات السابقة ليست صحيحة تماماً. ومهما يكن من أمر، فمن الواضح أنه إذا واصلنا إجراء الاختبارات عدداً كافياً، فستحصل على نتائج يعتد بها. ويجب أن نحذر من تعليق أهمية كبيرة على نتيجة واحدة فقط يعتد بها من بين عدد كبير من التجارب لا يعتد بها. ولعلها النتيجة الوحيدة التي نحصل عليها بالمصادفة من بين 20 واحدة.

وهذا مهم خاصة عندما نجد أن التجربة السريرية أو الدراسة الوبائية لا تعطي على العموم فرقاً يعتد به، بينما يحدث العكس في حالة مجموعة جزئية خاصة من المختبرين، مثل مجموعة من النساء فوق الستين. فعلى سبيل المثال افترض (Lee ورفاقه 1980) تجربة سريرية لمعالجة مرضى الشريان التاجي وذلك بفرز 1073 من المرضى السابقين بشكل عشوائي إلى مجموعتين معالجتين، ثم اجري تحليل للمُخرجَات كما لو أنها تجربة ذبحة صدرية أُجريت وفق معالجتين. وكان التحليل مفصلاً وشاملاً. وكما توقعنا فقد فشل في تبيان أي فرق ذي أهمية في البقاء على قيد الحياة بين أولئك المرضى المفروزين للمعالجتين. ثم أُجريت تجزئة للمرضى وفق متغيرين يؤثران على سرورة المرض. أولهما عدد الأوعية التاجية المربضة، وثانيهما ما إذا كان مخطط تقلص البطين الأيسر طبيعي أم لا. فالفرق الذي يُعتد به في البقاء على قيد الحياة بين المجموعتين المعالجتين موجود في أولئك المرضى الذين لديهم ثلاثة أوعية مربضة على الأكثر، وتقلص البطين الأيسر لديهم غير طبيعي. وبما أن هذه تشكل مجموعة جزئية من المرضى يتوقع أن تسوء حالتهم الصحية فإن النتائج من السهل تحليلها بالقول إن المعالجة الجيدة لها ميزة كبيرة لدى معظم المصابين بأمراض شديدة. ومغزى هذه القصة أنه إذا لم يكن ثمة فرق بين المعالجتين بشكل عام، فالفرق التي يعتد بها في المجموعات الجزئية، يجب أن ينظر إليها بقدر كبير من الشك. هذه الطريقة في البحث عن الفرق في تأثير المعالجة بين المجموعات الجزئية للمختبرين غير صحيح. والطريقة الصحيحة تقوم على استخدام التحليل متعدد العوامل كما هو مبين في الفصل 17 باتخاذ عاملين هما: المجموعة والمعالجة، واختبار التفاعل بين المجموعات والمعالجات. إن قوة اكتشاف مثل هذه التفاعلات هي ضعيفة تماماً، ونحتاج إلى عينة أكبر مما نحتاج إليه في تبيان الفرق الإجمالي.

هذا الفرق الزائف والذي يُعتد به يحدث لأنه عندما لا يوجد فرق حقيقي فإن احتمال عدم الحصول على فروق يعتد بها في ست مجموعات جزئية هو  $0.74 = 0.59^6$  وليس 0.95.



ونستطيع أن نتعامل مع هذا الواقع باستخدام طريقة بولفيروني (Bonferroni). في الحالة العامة إذا كان لدينا  $k$  اختباراً مستقلاً بمستوى اعتداد  $\alpha$  لفرضيات صحيحة، فإن احتمال ألا نحصل على فروق يُعتد بها هو  $(1 - \alpha)^k$ . إذا جعلنا  $\alpha$  صغيرة بقدر كافٍ فنستطيع جعل احتمال ألا يكون أي من الاختبارات المنفصلة معتداً به يساوي 0.05. ثم إذا كان لأي اختبار من الاختبارات  $k$  قيمة  $P$  أقل من  $\alpha$ ، فسنحصل على فرق يُعتد به بين المعالجتين بمستوى 0.05، وبما أن  $\alpha$  صغيرة جداً فيمكن الرهان على أن  $1 - k\alpha \approx (1 - \alpha)^k$ . إذا وضعنا  $k\alpha = 0.05$ ، إذن  $\alpha = 0.05/k$ ، وسيكون لدينا احتمال 0.05 أن واحداً من الاختبارات  $k$  تكون قيمة  $P$  الموافقة له أقل من  $\alpha$  إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. وهكذا إذا قارنا في تجربة سريرية معالجتين بفرز المرضى إلى خمس مجموعات جزئية فستكون المعالجات مختلفة اعتداداً بمستوى 0.05 إذا وجدت قيمة لـ  $P$  أقل من 0.01 في أية مجموعة جزئية منها، وتعرف هذه الطريقة باسم طريقة (Bonferroni). ولنلاحظ أن هذه المعالجات لا يُعتد بها بمستوى 0.01، وإنما بمستوى 0.05 فقط.

يمكننا فعل الشيء ذاته بضرب قيمة  $P$  الملاحظة في الاختبارات التي يُعتد بها بعدد هذه الاختبارات،  $k$ ، فأية قيمة لـ  $kP$  تتجاوز الواحد تكون مرفوضة. ثم لأية قيمة لـ  $kP$  أصغر من 0.05، فالمعالجتان يُعتد بهما بمستوى 0.05.

قام (Williams ورفاقه 1992) على سبيل المثال بفرز المرضى الأكبر سناً المُخضعين من المستشفى إلى مجموعتين عشوائياً، مجموعة التدخّل وهي تتلقى زيارات مجدولة من قبل مساعدين صحيين، أما الثانية، المجموعة الشاهد، ولم تتلق هذه زيارات ما لم توجد حاجة مقبولة لذلك. ثم قوّم العجز الجسدي والحالة العقلية للمرضى بعد تخريجهم مباشرة ثم بعد ذلك بسنة باستخدام استبيانات أعدت لذلك. وقد لوحظ بوجه عام أنه لا توجد فروق يُعتد بها بين المجموعتين "مجموعة التدخّل" والمجموعة الشاهد" في حين لوحظ بين النساء من فئة الأعمار (75-79) اللاتسي يعيشن وحيدات، أن المجموعة الشاهد أظهرت تدهوراً أكبر وفق المقياس الجسدي من مجموعة "التدخّل". بمقدار ملحوظ. فكانت: ( $P = 0.04$ )، كما أظهر الرجال فوق الثمانين من المجموعة الشاهد تدهوراً أكبر في مقياس العجز الجسدي بالقدر الذي يُعتد به من مجموعة "التدخّل" حيث كانت ( $P = 0.03$ ). وقد أقر بعض المؤلفين أنه من الممكن أن



تظهر فائدة التدخل في مجموعتين جزئيتين صغيرتين، ولكن يجب أن نتعامل مع هذه النتيجة بشيء من الحذر، فيمكن أن يرد هذا إلى عوامل المصادفة. صنف المختبرون تقاطعياً وفق مجموعات الأعمار من جهة، والجنس والعيش المنفرد من جهة أخرى. وهذا يمكن الحصول على ثمانسي مجموعات جزئية على الأقل، إن لم يكن أكثر. وحسب لو اتخذنا المقاييس الثلاثة بشكل منفصل، فإن قيمة  $P$  التي تقل عن  $0.006 = 0.05/8$  فقط يمكن أن تزودنا بدليل على تأثير المعالجة، وبالمقابل فإن القيمة الحقيقية لـ  $P$  في الحالتين السابقتين هي:

$$0.32 = 0.04 \times 8 \text{ و } 0.24 = 0.03 \times 8.$$

ونصادف مسألة مماثلة إذا ما نظرنا في قياسات مخرجات متعددة. فعلى سبيل المثال قام (Newnham ورفاقه 1993) باختبار عشوائي لنساء حوامل لإخضاعهن لسلسلة من الأمواج فوق الصوتية لقياس تدفق الدم أو للمراقبة وقد وجدوا نسبة عالية يعتقد بها لأوزان المواليد تحت المئين العاشر والثالث ( $P = 0.006$ ) و( $P = 0.02$ ) وهاتان نسبتان فقط من مقارنات كثيرة. ومن الممكن أن يشتبه الباحث بوجود بعض الفروق الزائفة التي يعتقد بها بين هذه النسب الكثيرة. على الأقل 35 وردت في النشرة، ومع ذلك لم تسجل سوى هاتين الحالتين بالمختصر. (ليس وزن المولود هو المتغير المخرج المقصود في هذه التجربة). هذه الاختبارات ليست مستقلة لأنها جميعاً مطبقة على الأفراد ذاهم، وتستخدم متغيرات يمكن ألا تكون مستقلة فمثلاً نسب أوزان المواليد تحت المئين العاشر والمئين الثالث غير مستقلة وضوحاً. إن احتمال ألا يعطي متغيران مرتبطان فروقاً يعتقد بها، عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة هو أكبر من  $2(1 - \alpha)$ ، وذلك لأنه إذا كان الاختبار الأول لا يعتقد به، فإن احتمال ألا يعتقد بالاختبار الثاني أيضاً هو أكبر من  $(1 - \alpha)$  (بالماتلة، فإن احتمال أن يكون الاختباران مما يعتقد بهما يزيد عن  $\alpha$ ، واحتمال أن يُعتقد بإحدى فقط أقل). فاحتمال ألا نجد فروقاً يعتقد بها في  $k$  اختباراً هو أكبر من  $(1 - \alpha)^k$  أي أكبر من  $1 - k\alpha$ . فإذا أجرينا كل اختبار بمستوى  $\alpha = 0.05/k$ ، فاحتمال ألا توجد فروق يعتقد بها، مع ذلك، يزيد عن 0.95. وقيمة  $P$  لأي متغير، والتي تقل عن  $\alpha$ ، أو  $kP < 0.05$ ، يمكن أن تعني أن المعالجات تختلف بشكل جوهري. ففي مثالنا لدينا  $0.0014 = 0.05/35 = \alpha$ . وباستخدام معيار (Bonferroni) لا



تختلف المجموعات المعالجة بشكل يعتد به. بالمقابل يمكن أن تعدل قيم  $P$  بما يتوافق مع عدد الاختبارات  $35 \times 0.006 = 0.21$  و  $35 \times 0.02 = 0.70$ . وبسبب أن احتمال عدم الحصول على فروق يعتد بها، إذا كانت الفرضيات الابتدائية جميعها صحيحة، هو أكبر من 0.95، وهو ما نرغبه، فإن قيمة  $P$  على العموم هي في الحقيقة أصغر من القيمة المفروضة 0.05 بكمية غير معروفة تتوقف على ضعف الاستقلال بين الاختبارات. وقوة الاختبار، أي قدرته على اكتشاف الفروق الحقيقية في المجتمع، تتناقص معه بالتوافق. وفي التعبير الإحصائي: الاختبار يحافظ.

ثمة مسائل اختبارية متعددة تصادفنا عندما يكون لدينا أكثر من مجموعتين من المختبرين، ونرغب بمقارنة كل زوج من المجموعات حسب الفقرة (9.10). فعندما يكون لدينا سلسلة من المشاهدات خلال فترة زمنية ما، مثل قياس ضغط الدم كل 15 دقيقة بعد إعطاء الدواء، وحيث يوجد إغراء لاختبار كل نقطة زمنية بشكل منفصل الفقرة (7.10)، وعندما تكون لدينا علاقات بين متغيرات كثيرة معدة للاختبار، كما في عملية المسح. ففي جميع هذه المسائل تكون الاختبارات المتعددة مترابطة بشكل قوي، وتصيب طريقة (Bonferroni) غير ملائمة، لأنها ستكون محافظة جداً ويمكن أن تغفل الفروق الحقيقية.

#### M 9 أسئلة الاختبار من متعدد من 44 إلى 49

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

44. في دراسة الحالة والشاهد يشرب المصابون بمرض معين القهوة بتواتر أكبر من أفراد المجموعة الشاهدة، وقد جد أن الفرق ذو اعتداد عال. يمكننا أن نستخلص أن:

- أ - شرب القهوة يسبب المرض
- ب - يوجد دليل على وجود علاقة حقيقية بين المرض وشرب القهوة في المجتمع الذي أخذت منه العينة
- ج - لا يتعلق المرض بشرب القهوة
- د - الامتناع عن القهوة يمنع المرض
- هـ - القهوة والمرضى متلازمان دوماً



45. عندما نقارن متوسطي عيتين كبيرتين نستخدم اختبار التوزيع الطبيعي:

- أ - الفرضية الابتدائية هي: متوسطا العيتين متساويان
- ب - الفرضية الابتدائية هي: المتوسطان لا يختلفان بقدر يعتد به
- ج - الخطأ المعياري للفرق هو مجموع الأخطاء المعيارية للمتوسطات
- د - الأخطاء المعيارية للمتوسطات يجب أن تكون متساوية
- هـ - إحصائية الاختبار هي نسبة الفرق إلى خطئه المعياري

46. لدى مقارنة قياس PEFR بطريقتين، سجل 6 مختبرين من 17: قراءات عليا على

مقياس (Wright peak Flow)، بينما سجل 10 منهم قراءات عليا على مقياس (mini peak Flow)، وواحد فقط سجل القراءة نفسها على كليهما، فإذا أجري اختبار الفرق بين الجهازين باستخدام اختبار الإشارة فإن:

- أ - إحصائية الاختبار يمكن أن تكون العدد الدال على القراءة العليا على جهاز (Wright)
- ب - الفرضية الابتدائية هي: لا يوجد مسوغ لأن تكون القراءة في أحد الجهازين أكبر من الأخرى

ج - يجب أن نستخدم اختبار الاعتدال ذي الذيل الواحد

د - تخضع إحصائية الاختبار للتوزيع الحدائسي ( $n = 16$  و  $p = 0.5$ ) إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة

هـ - يجب أن يستعمل جهازا القياس بترتيب عشوائي

47. لدى اختبار عينة عشوائية صغيرة في تجربة التعمية الثنائية للقيام بمعالجة جديدة لاحتشاء

العضلة القلبية، وجد أن نسبة الوفيات في مجموعة المعالجة كانت نصف ما هي عليه في المجموعة الشاهد، لكن الفرق لا يعتد به. يمكننا استنتاج أن:

- أ - المعالجة لا فائدة منها
- ب - لا يوجد هدف من الاستمرار في التوسع في المعالجة
- ج - نقص عدد الوفيات هو من الكبر بحيث علينا أن نقوم بالمعالجة حالاً



د - علينا الاستمرار في إضافة مرضى آخرين إلى التجربة حتى يصبح اختبار المقارنة بين نسبتين معتدلاً به.

هـ - يجب أن تجرى التجربة بعينة أكبر

48. زيادة حجم العينة في المقارنة بين مجموعتين سوف:

أ - يحسن من تقريب إحصائية الاختبار من التوزيع الطبيعي

ب - ينقص من فرصة حدوث خطأ من النوع الأول

ج - ينقص من فرصة وجود خطأ من النوع الثاني

د - يزيد قوة الاختبار مقابل فرضية بديلة ما

هـ - يقلل من احتمال صحة الفرضية الابتدائية

49. في دراسة العلاقة بين الإرضاع الطبيعي والذكاء (Lucas ورفاقه 1992) أعطي 300 طفلاً ولدوا صغار الحجم حليب أمهاتهم أو حليب بديل مخصص للأطفال من اختيار الأم. وفي سن الثامنة قيس الـ IQ لهؤلاء الأطفال، فكان متوسط IQ للنوي التغذية الصناعية 92.8 بالمقارنة مع المتوسط 103.0 في الإرضاع الطبيعي، والفرق يعتمد به ( $P < 0.001$ ):

أ - يوجد دليل جيد أن التغذية الصناعية للمواليد صغار الحجم ينقص IQ في سن الثامنة

ب - يوجد دليل جيد أن اختيار الإرضاع الطبيعي مرتبط بقيمة أكبر لـ IQ في سن الثامنة

ج - نوع الحليب ليس له تأثير على قيمة IQ اللاحقة

د - احتمال أن يؤثر نوع الحليب على قيمة IQ اللاحقة أقل من 0.1%

هـ - إذا لم يرتبط نوع الحليب بقيمة IQ اللاحقة، فاحتمال الحصول على فرق في متوسط IQ يعادل الفرق الملاحظ هو أقل من 0.001

9 E تمرين: مرضى (Crohn) والـ (Cornflakes)

إن افتراض أن الكورن فليكس (Cornflakes) يسبب مرض (Crohn) قد ظهر في أبحاث جيمس (James) عام 1977. مرض (Crohn) هو مرض التهابي يصيب الجزء الأخير من



المعي الدقيقة ويمكن أن يسبب أعراضاً مختلفة تتضمن آلاماً مبهمه، واسهالات وآلام حادة وانسداد. ويمكن أن تتم المعالجة بالأدوية أو بالجراحة. ولكن كثيراً من المرضى يعانون من هذا المرض لعدة سنوات. لقد كانت فرضية جيمس الابتدائية أن الطعام الذي يؤخذ في الصباح يمكن أن يترافق مع المرض. وقد درس (جيمس) أوضاع 16 رجلاً و18 امرأة مصابين بمرض (Crohn) تتراوح أعمارهم ما بين 49 و64 سنة. فكان متوسط مدة المرض منذ تشخيصه 4.2 سنة. قورن هؤلاء المرضى مع المجموعة الشاهد من مرضى المشفى الذين لا يعانون أعراضاً معوية هامة. اختبر شاهدان لكل مريض متماثلان في العمر والجنس. وقد أجرى (جيمس) بنفسه مقابلات لكل الحالات والشواهد. وقد سئل المرضى (الحالات) فيما إذا كانوا يتناولون أنواعاً مختلفة من الطعام في الصباح قبل ظهور الأعراض لديهم، كما سئل المرضى من المجموعة الشاهدة فيما إذا أكلوا أنواعاً مختلفة من الطعام قبل الفترة المقابلة. الجدول (2.9). وقد وجدت زيادة يُعتمد بها للمصابين بمرض (Crohn) بين الذين كانوا يتناولون الكورن فليكس، والدقيق مع النخالة. إن تناول أنواع مختلفة من الحبوب يؤدي إلى قيام علاقة بينها. يرى (جيمس) أن مرض (Crohn) يترافق بشكل رئيسي مع الكورن فليكس، اعتماداً على شدة التوافق الظاهرية، حيث توجد حالة واحدة فقط لم يتناول المريض فيها "كورن فليكس".

الجدول 2.9 : عدد مرضى "كرون" والشواهد الذين يأكلون الحبوب بانتظام (على الأقل مرة واحدة في الأسبوع) (James 1977)

المرضى	الشواهد	اختيار الاعتداد
كورن فليكس	23	17
باتنظام	11	51
نادراً أو أبداً		
فممع	16	12
باتنظام	18	56
نادراً أو أبداً		
ثريد	11	15
باتنظام	23	53
نادراً أو أبداً		
رز	8	10
باتنظام	26	56
نادراً أو أبداً		
نخالة	6	2
باتنظام	28	66
نادراً أو أبداً		
مونزلي	4	3
باتنظام	30	65
نادراً أو أبداً		



ثم ظهرت عدة نشرات أعيدت فيها هذه الدراسة مع بعض التغيرات، ولم يتفق أي من الدارسين مع تصميم (جيمس) ولا يبدو أن أحداً يدعّم ما وجده الآخر. أجرى (Moylerry) ورفاقه (1978) مقابلة مع 100 مريض مصابين بمرض (Crohn)، وكان متوسط فترة المرض تسع سنوات. قورنوا مع 100 شاهد مماثلين لهم في الجنس والعمر من المرضى وذويهم الملازمين لهم في العيادات العظمية. وبين الجدول (3.9) الطعام الذي اعتادت الحالات والشواهد أن تتناوله في وجبة الإفطار. وقد كان الفرق الوحيد الذي يعتد به هو زيادة عصر الفواكه الذي كانت الشواهد تشر به، كما أن 29 من "الحالات" كانوا يتناولون الكورن فليكس مقابل 22 من الشواهد، وهذا لا يشكل فرقاً يُعتد به. ولم تُعد "الحالات" بأي ميل خاص لتناول الأطعمة أكثر من الشواهد. وقد سأل الباحثون "الحالات" أيضاً فيما إذا كانوا يعرفون بوجود علاقة بين الطعام (غير المعين) ومرض (Crohn). إن العلاقة بين المرض والكورن فليكس قد صرح بها 29 حالة، وقد توقف 12 منهم عن تناول الكورن فليكس بعد أن كانوا يتناولونها بشكل منتظم. وبالمقابل ففي 29 من الشواهد المماثلين كان ثلاثة منهم يأكلون الكورن فليكس في الماضي. ومن أصل 71 مريضاً ممن يجهلون العلاقة بين الكورن فليكس ومرض (Crohn) انقطع 21 منهم عن تناول الكورن فليكس، بالمقارنة مع 10 من مجموعتهم الشاهدة التي تضم 71 فرداً. وقد لاحظ الباحثون على ما يبدو أن مرضى (Crohn) قد أنقصوا من استهلاكهم للكورن فليكس بالمقارنة مع الشواهد بصرف النظر عما إذا كانوا مدرّكين لهذه العلاقة أم لا.

1. هل "الحالات" و "الشواهد" قابلة للمقارنة في هذه الدراسات؟
2. ما هي الأسباب الأخرى للتحيز يمكن أن تكون في هذه التصميمات.
3. ما هو الفرق الأساسي في التصميم بين دراستي (James) و (Mayberry)
4. في دراسة (Mayberry) ورفاقه كم عدد "الحالات" المصابة بمرض (Crohn) وكم عدد الشواهد الذين يتناولون الكورن فليكس بانتظام؟ كيف نقارن هذه الدراسة مع النتائج التي حصل عليها (James)؟
5. لماذا فكر (James) أن تناول الكورن فليكس كان هاماً بشكل خاص.



6. احسب النسبة المئوية "للحالات" و"الشواهد" في الجدول (2.9) الذين صرحوا أنهم كانوا يتناولون أنواعاً مختلفة من الحبوب. لنقسم الآن نسبة الذين كانوا يتناولون الحبوب من "الحالات" على نسبة أمثالهم من "الشواهد"، نجد — بشكل غير دقيق — أن الذين أفادوا أنهم يتناولون الحبوب من "الحالات" هم على الأرجح أكثر من "الشواهد". هل تعتقد أن تناول الكورن فليكس مهم في هذا المجال بصورة خاصة؟

الجدول 3.9 : عدد المرضى والشواهد الذين يستهلكون أطعمة معينة بانتظام على الأقل مرتين في الأسبوع (Mayberry ورفاقه 1978)

طعام الصباح	مرضى كرون (n = 100)	الشواهد (n = 100)	اعتبار الاعتداد
خبز	91	86	
توست	59	64	
بيض	31	37	
فواكه أو عصير فواكه	14	30	P < 0.02
ثريد	20	18	
لحم مقطع	21	19	
كورن فليكس	29	22	
فطيرة خاصة	4	7	
رز كريسپايز	6	6	Krispies
فطيرة حلوة	3	1	
لحالة	13	12	
موزلي	3	10	
حبوب مختلفة	55	55	

7. إذا كان ثمة زيادة في عدد المرضى لدى من يتناولون الحبوب عندما نسأل ماذا كانوا عادة يأكلون، وإذا لم تكن ثمة زيادة عندما نسأل ماذا يأكلون الآن، ما هي العوامل الممكنة التي توعد في الحسبان من أجل هذا؟







## مقارنة المتوسطات لعينات صغيرة

### Comparing the means of small samples

---

#### The t distribution

#### 1.10 توزيع t

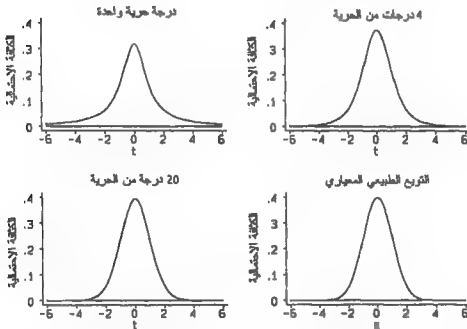
رأينا في الفصلين الثامن والتاسع كيف يمكن استخدام التوزيع الطبيعي لحساب مجالات الثقة وإجراء اختبارات الاعتدال في حالة متوسطات عينات كبيرة. وسنرى في هذا الفصل كيف يمكن استخدام طرق مشابهة عندما تكون لدينا عينات صغيرة، وذلك بتطبيق توزيع t ومن ثم مقارنة عدة متوسطات.

إن التوزيعات الاحتمالية التي تعاملنا معها حتى الآن، نشأت إما من طريقة جمع المعطيات وإما من الطريقة التي سحبت وفقها العينات (التوزيع الحدائسي)، أو من الخصائص الرياضية للعينات الكبيرة (التوزيع الطبيعي). ولا يتوقف التوزيع على أية خاصية للمعطيات ذاتها. لاستخدام توزيع t يجب أن نضع افتراضاً يتعلق بالتوزيع الذي أخذت منه المشاهدات، أي توزيع المتغير في المجتمع الإحصائي، الذي يجب أن نفترضه توزيعاً طبيعياً. وكما رأينا في الفصل السابع، فإن المتغيرات التي نصادفها عادة تتبع على وجه التقريب التوزيع الطبيعي. وسنناقش فيما بعد تأثيرات الحيدان عن هذا التوزيع.

لقد ذكرنا سابقاً أن توزيع t الفقرة (A7)، هو أحد التوزيعات المشتقة من التوزيع الطبيعي. وسندرسه الآن بالتفصيل. نفرض أن لدينا عينة عشوائية من المشاهدات مأخوذة من توزيع طبيعي متوسطه  $\mu$  وتفاوته  $\sigma^2$ . يمكن تقدير  $\mu$  و  $\sigma^2$  من المعطيات بدلالة متوسط العينة  $\bar{x}$  وتفاوتها  $s^2$ . إن توزيع جميع متوسطات العينات الممكنة أي جميع قيم  $\bar{x}$  الممكنة هو



الخطأ المعياري لمتوسط العينة المقدّر بالصيغة  $\sqrt{s^2/n}$  حسب الفقرة (2.8)، فإذا كانت لدينا عينة كبيرة. يمكننا القول إن المتوسط  $\bar{x}$  يتوزع توزيعاً طبيعياً وأن  $\sqrt{s^2/n}$  هو تقدير جيد لانحرافه المعياري. أما النسبة  $(\bar{x} - \mu)/\sqrt{s^2/n}$  فتتبع التوزيع الطبيعي ذي المتوسط صفر والانحراف المعياري 1، أي تتبع التوزيع الطبيعي المعياري، لكن هذا لا يصح في العينات الصغيرة. إذ أن القيمة المقدرة للانحراف المعياري،  $s$ ، يمكن أن تتغير من عينة لأخرى. فالعينات التي يكون الانحراف المعياري لها صغيراً تغدو هذه النسبة كبيرة جداً ويصبح ذيل التوزيع أطول مما هما في التوزيع الطبيعي.



الشكل 1.10: توزيع ستيودنت بـ 1 و 4 و 20 درجة من الحرية، وهو يبين تقاربه من التوزيع الطبيعي

إن توزيع النسبة بين المتوسط والخطأ المعياري المحسوب من عينة صغيرة يتوقف على التوزيع الذي صدرت عنه المشاهدات الأصلية. ولنتظر الآن ماذا يحدث لو أن مشاهداتنا كانت مأخوذة من التوزيع الطبيعي. أولاً سيكون لـ  $\bar{x}$  هذا التوزيع أيضاً، ولكننا لا نستطيع اتخاذ  $\sqrt{s^2/n}$  كتقدير جيد لانحرافها المعياري (أي لـ  $\bar{x}$ ). إذ علينا أن نأخذ في الحسبان أن



في تغير من عينة لأخرى، ويمكننا أن نوهن أنه إذا كانت المشاهدات تتبع التوزيع الطبيعي، فإن توزيع الاعتيان للإحصائية  $(\bar{x} - \mu) / \sqrt{s^2/n}$  هو توزيع ستودنت بـ  $n - 1$  درجة من الحرية أو توزيع  $t$  الفقرة (A10) ولهذا علينا أن نستبدل بالتوزيع الطبيعي توزيع  $t$  في مجالات الثقة، واختبارات الاعتداد في حالة العينات الصغيرة. في الحقيقة عندما نقسم أي متغير يتوزع توزعاً طبيعياً متوسطه يساوي الصفر، مثل  $\bar{x} - \mu$  على خطئه المعياري الذي يمثل مجموع المربعات لمعطيات تتوزع طبيعياً نحصل على توزيع  $t$ .

يبين الشكل (1.10) توزيع  $t$  بدرجات 1، 4، 20 من الحرية. ويتصف هذا التوزيع بأنه متناظر، وله ذيلان أطول من مثيلهما في التوزيع الطبيعي. ففي درجة الحرية 4 مثلاً يكون احتمال  $t > 2.78$  هو 2.5%، بينما في التوزيع الطبيعي المعياري يكون احتمال  $z > 2.78$  هو 0.3% فقط. وهذا ما كنا نتوقعه، وذلك لأن تفر  $t$  الواردة في العبارة  $(\bar{x} - \mu) / \sqrt{s^2/n}$  من عينة لأخرى يقتضي أن تكون قيم  $t$  في بعض العينات صغيرة، وهذا يعطي لـ  $t$  قيم كبيرة. وعندما تزداد درجات الحرية، وبالتالي حجم العينة، فإن  $t$  يسعى إلى قيمته المتوقعة  $\sigma^2$ . وتصبح تغيرات  $t$  أقل، والأمر ذاته يقال فيما يتعلق بـ  $t$  وهذا يعني أن القيم القصوى لـ  $t$  تصبح أقل احتمالاً، وهكذا فذيل التوزيع، اللذان يحتويان الاحتمالات الموافقة للقيم القصوى لـ  $t$ ، سيكونان أقصر. لقد وجدنا في حالة العينات الكبيرة أن  $(\bar{x} - \mu) / \sqrt{s^2/n}$  يتبع التوزيع الطبيعي المعياري. أما توزيع  $t$  فيغدو أكثر شبهاً بالتوزيع الطبيعي المعياري كلما ازدادت درجة الحرية.

وكما في التوزيع الطبيعي فإن تابع توزيع  $t$  غير قابل للاستكمال جبرياً، وقد أدرجت القيم العددية لهذا التابع في جدول خاص. ونظراً لأن يتوقف على درجة الحرية، فلم نثبت جميع قيمه كما فعلنا في التوزيع الطبيعي الجدول (1.7). وعوضاً عن ذلك، نكتفي بوضع نقط الاحتمال من طرفين من أجل قيم مختارة لدرجات الحرية. يبين الجدول (1.10) النقط الاحتمالية من طرفين الموافقة لدرجات حرية مختارة وهكذا من أجل درجة الحرية 4 نستطيع أن نرى أن قيمة  $t$  تساوي 2.78 أو أكثر بدءاً من متوسط التوزيع صفر وذلك باحتمال 0.05.

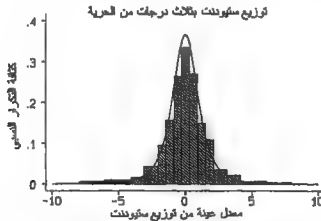


الجدول 1.10 : النقط الاحتمالية من طرفين لتوزيع ستودنت

D.f	الاحتمال				D.f	الاحتمال			
	0.10	0.05	0.01	0.001		0.10	0.05	0.01	0.001
	10%	5%	1%	0.1%		10%	5%	1%	0.1%
1	6.31	12.70	83.88	636.82	16	1.75	2.12	2.92	4.01
2	2.92	4.30	9.93	31.60	17	1.74	2.11	2.90	3.97
3	2.35	3.18	5.84	12.92	18	1.73	2.10	2.88	3.92
4	2.13	2.78	4.60	8.61	19	1.73	2.09	2.86	3.88
5	2.02	2.57	4.03	6.87	20	1.72	2.09	2.85	3.85
6	1.94	2.45	3.71	5.96	21	1.72	2.08	2.83	3.82
7	1.89	2.36	3.50	5.41	22	1.72	2.07	2.82	3.79
8	1.86	2.31	3.36	5.04	23	1.71	2.07	2.81	3.77
9	1.83	2.26	3.25	4.78	24	1.71	2.06	2.80	3.75
10	1.81	2.23	3.17	4.59	25	1.71	2.06	2.79	3.73
11	1.80	2.20	3.11	4.44	30	1.70	2.04	2.75	3.65
12	1.78	2.18	3.06	4.32	40	1.68	2.02	2.70	3.55
13	1.77	2.16	3.01	4.22	60	1.67	2.00	2.66	3.46
14	1.76	2.14	2.98	4.14	120	1.66	1.98	2.62	3.37
15	1.75	2.13	2.95	4.07	∞	1.64	1.96	2.58	3.20

D.f. = درجة الحرية  
∞ = اللانهاية

ونظراً لأن الجدول يحوي فقط احتمالات معينة، فلا يمكننا أن نجد بدقة الاحتمال الموافق لكل قيمة لـ  $t$ . فمثلاً نفرض أننا نريد أن نعرف احتمال  $t \geq 3.7$  من أجل درجة الحرية 9. نرى من الجدول (1.10) أن النقطة الموافقة للاحتمال 0.01 هي 3.25، ونقطة الاحتمال 0.001 هي 4.78. ويمكن كتابة ذلك بالشكل  $0.001 < P < 0.01$ . وغالباً ما يحذف الحد الأدنى 0.001 ونكتب  $P < 0.01$ . ومن الممكن حساب الاحتمالات بدقة باستخدام الحاسوب، مما سيؤدي إلى التخلي عن هذه الطريقة.



الشكل 2.10 : معدلات عينة من توزيع ستودنت مأخوذة من 750 عينة تتكون الواحدة منها من 4 أطوال. (ستودنت 1908)



ولعل اسم هذا التوزيع "توزيع ستودنت" يحير المتعاملين الجدد مع هذا الموضوع فهو لا يمثل، كما يظن، طريقة سهلة الاستخدام وملائمة للطلاب، إذ أن أصل التسمية يمثل جزءاً من فلوكلور الإحصاء. فقد اكتشف هذا التوزيع من قبل W.S.Gossett المستخدم لدى مصنع Guinness للحمية في دبلن. ولم تكن المؤسسة في ذلك الوقت تسمح لمستخدميها أن ينشروا نتائج أعمالهم، خشية أن يؤدي هذا لفقد المؤسسة بعض الميزات التجارية. لذلك نشر Gossett بحثه تحت الاسم المستعار "ستودنت" (ستودنت 1908). ولقد عرض في هذه النشرة الاستنباط الرياضي للتوزيع، كما أعطى أيضاً نتائج تجربة اعتيائية مماثلة لتلك المذكورة في الفقرتين (7.4) و(2.8). فقد أخذ أطوال 3000 بحرم، فكتب طول كل منهم على بطاقة ثم سحب 750 عينة حجم الواحدة 4 فوجد 750 إحصائية من الشكل  $(\bar{x} - \mu)/\sqrt{s^2/n}$ . والشكل (2.10) يبين التوافق الجيد الذي حصل عليه.

## 2.10 طريقة t في حالة عينة واحدة

### The one sample t method

يمكننا استخدام توزيع ستودنت لإيجاد مجالات الثقة للمتوسطات المقدرة من عينات صغيرة مأخوذة من التوزيع الطبيعي. وليس لدينا عادة عينات صغيرة في المسح الشامل، ولكن نجدها غالباً في الدراسات السريرية. فمثلاً، نستطيع استخدام توزيع t لإيجاد مجالات الثقة للفرق بين مجموعتين معالجتين، أو بين القياسات التي نحصل عليها من المختبرين الخاضعين لشرطين. وسنتعامل مع الحالة الثانية، ونبدأ بمسألة عينة واحدة أولاً.

نفرض أن متوسط المجتمع الإحصائي  $\mu$  مجهولاً ونرغب في تقديره باستخدام مجال الثقة بمستوى 95%. يمكننا أن نرى، من أجل 95% من العينات، أن الفرق بين  $\bar{x}$  و  $\mu$ ، هو على الأكثر يساوي  $t$  مضروباً بالخطأ المعياري حيث  $t$  هو قيمة متغير ستودنت الذي يحقق الشرط التالي: 95% من المشاهدات تقع في المجال  $(-t, t)$ . فإذا كانت العينة كبيرة تصبح هذه القيمة 1.96 كما وجدنا في التوزيع الطبيعي. أما في حالة العينات الصغيرة فعلياً أن نستخدم الجدول (1.10)، الذي يعطي احتمالات أن تزيد قيم متغير "ستودنت" عن قيمة معلومة لـ  $t$ . لذا علينا أن نبدأ بحساب المقدار واحد مطروحاً منه الاحتمال المرغوب فيه وليكن مثلاً



95% أي  $0.05 = 0.95 - 1$ ، نظر الآن إلى العمود الموافق لـ 0.05 في الجدول لنحصل على قيمة  $t$ ، ثم نشكل مجال الثقة بمستوى 95% وهو:  $(\bar{x} - \mu/\sqrt{s^2/n}, \bar{x} + \mu/\sqrt{s^2/n})$ .  
 نأخذ الآن المعطيات الواردة في الجدول (2.10)، وهي نتائج مقارنة قياسات PEFR بجهازين الأول (Wright Peak Flow) والثاني (mini Peak Flow) مع العلم أن الأفراد المختبرين هنا لا يمثلون عينة عشوائية، وقد أخذت لكل مختبر قراءتان على كل جهاز بترتيب عشوائي، والجدول (2.10) يبين القراءة الثانية على كل جهاز. وسنقيس مقدار التحيز بين الجهازين. نبدأ بإيجاد الفروق (Wright-mimi) ثم نوجد متوسط هذا الفرق ونخطأه المعياري كما هو مذكور في الفقرة (2.8).

الجدول 2.10 : قياسات (PEFR) ليتر/د باستخدام جهازي Wright meter و mimi meter، لعينة من المختبرين

المختبر	Wright PEFR	Mini PEFR	الفرق
1	490	525	35-
2	397	415	18-
3	512	508	4
4	401	444	43-
5	470	500	30-
6	415	460	45-
7	431	390	41
8	429	432	3-
9	420	430	0
10	275	227	48
11	165	268	103-
12	421	443	22-
<hr/>			
المجموع			206-
للمتوسط			17 2-
مجموع المربعات حول للمتوسط			17889.7
التباين			1626.3
الخطأ المعياري للمتوسط			11.6

لإيجاد مجال الثقة باحتمال 95% لمتوسط الفرق، علينا أن نفرض أن الفروق تتبع التوزيع الطبيعي، ثم نعين النقطة المناسبة من توزيع ستودنت من الجدول (1.10). يوجد 12 فرقاً ومنه  $11 = n - 1$  وهذا يعني أن درجة الحرية الموافقة لـ  $n$  تساوي 11. ولحساب احتمال أن تقع 95% من الفروق في المجال  $(t, -t)$ . ننظر في الجدول (1.10) حيث الاحتمال  $0.05 = 0.95 - 1$  ودرجة الحرية 11، فنحصل على  $t = 2.20$ ، ويكون الفرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع أقل من 2.20 ضعفاً من الخطأ المعياري لـ 95% من العينات. ويكون



بمال الثقة باحتمال 95% هو من  $-11.6 - 2.20 - 17.2$  إلى  $11.6 + 2.20 - 17.2$  أي من  $-42.7$  إلى  $8.3$  ليتر/دقيقة. في حالة العينات الكبيرة علينا أن نستخدم التوزيع الطبيعي عوضاً عن توزيع ستودنت، فنضع  $1.96$  عوضاً عن  $2.20$ . ولا نحتاج عندها لأن تكون الفروق نفسها تتبع التوزيع الطبيعي.

وعلى أرضية هذه المعطيات فإن القراءة على mini meter يمكن أن تزيد عن الأخرى بمقدار  $43$  ل/د أو تنقص عنها بمقدار  $8$  ل/د. إن خطأ يبلغ  $43$  ل/د هو خطأ كبير ويشكل لدينا مشكلة، ونحتاج لعينة أكبر للحصول على تقدير أكثر دقة إذا طلب منا هذا.

ويمكننا استخدام توزيع ستودنت أيضاً لاختبار الفرضية الابتدائية التي تفيد أن متوسط الفرق يساوي الصفر. فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، والفرق يتبع التوزيع الطبيعي، فإن إحصائية الاختبار التي تصبح  $\bar{x}/\sqrt{s^2/n}$  تتبع توزيع ستودنت بدرجة  $(n - 1)$  من الحرية، وتعليل ذلك أن الفرضية الابتدائية تعني أن متوسط الفرق  $\mu = 0$ . وبذا يصبح البسط  $\bar{x} - \mu = \bar{x}$  ونحصل على العبارة  $\bar{x}/\sqrt{s^2/n}$ . وفي مثالنا نجد

$$\frac{\bar{x}}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} = \frac{-17.2}{11.6} = -1.48$$

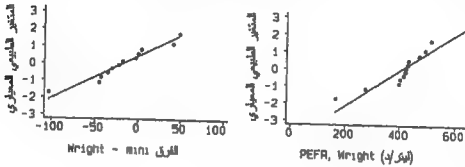
وبالعودة إلى الجدول (1.10) من أجل درجة الحرية 11 نجد احتمال ظهور مثل هذه القيمة القصوى يزيد عن  $0.10$ ، ونقطة التوزيع الموافقة لـ  $0.01$  هي  $1.80$ . وباستخدام الحاسوب نجد  $P = 0.17$ . ونستنتج أن للمعطيات تتوافق مع الفرضية الابتدائية، ونكون قد فشلنا في إثبات وجود أي تحيز. ونلاحظ أن مجال الثقة أكثر إعلماً من اختبار الاعتداد.

كما يمكننا استخدام اختبار الإشارة أيضاً لاختبار الفرضية الابتدائية التي تقول: "لا يوجد تحيز" وهذا يعطينا ثلاث إشارات موجبة من أصل 11 فرقاً (علماً بأن أحد الفروق يساوي الصفر، فلا يفيد في أي استعمال) وهذه توافق احتمالاً من طرفين قدره  $0.23$  وهي مماثلة للنتيجة التي وجدناها في توزيع ستودنت.

وبفرض صحة تطبيق التوزيع الطبيعي فإن توزيع ستودنت يفضل هنا، لأنه اختبار أقوى وهو أكثر إمكاناً لتحري وجود الفروق الموجودة. إن شرعية تطبيق الطرائق الموصوفة آنفاً



يعتمد على افتراض أن الفروق تتبع التوزيع الطبيعي. ويمكننا اختبار هذا الافتراض بالاختطاط الطبيعي الفقرة (5.7). والشكل (3.10) يبين لنا الاختطاط الطبيعي للفروق ولقراءات Wright meter أيضاً. ونلاحظ أن الاختطاط الطبيعي للفروق يجيد بشكل طفيف عن الخط المستقيم، ولمة نقطة تبدو خارج المخطط هي الوحدة الحادية عشرة. أما قراءات Wright meter فلا تنتظم على المستقيم، ولا يحتمل أن تتبع التوزيع الطبيعي، وهذا يدعو للدهشة للوهلة الأولى، إذ أننا لا حظنا قبلاً أن PEFR يتقارب من التوزيع الطبيعي. ولكن هذه العينة ليست من مجتمع متماثل من العمر، أو من مجتمع الكبار في الحالة العامة. فإن معظم هؤلاء المختبرين تتراوح أعمارهم بين 20 و30 سنة. ولكن المختبرين، العاشر والحادي عشر كانا من مجموعة أكبر أعماراً مما أدى إلى انخفاض أكبر في PEFR.

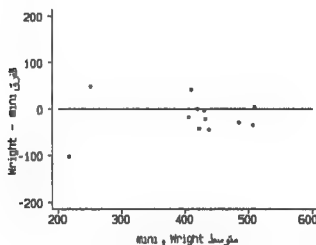


الشكل 3.10 : الاختطاط الطبيعي لمعطيات الجدول (2.10)

لمة مخطط آخر يمثل اختباراً مفيداً هنا. هو مخطط الفرق بدلالة متوسط قياسي كل مختبر الشكل (4.10). إذا كان الفرق يتوقف على مقدار الـ PEFR فعلينا أن نكون حريصين ألا نستخلص أية نتيجة تتعلق بمتوسط الفرق، يمكن أن نحتاج لبحث هذا فيما بعد، ربما بتحويل المعطيات حسب الفقرة (4.10). في هذه الحالة، لا يبدو أن الفرق بين القراءتين يتعلق بمستوى الـ PEFR فلسنا بحاجة أن نهتم بهذا. وعلينا أن نكون حذرين من استخلاص أية نتائج من هذه العينة تتعلق بقياس التدفق وفق (Mini Wright Peak) بجهاز واحد. وقد جرت العادة في المسح الحقلّي للأطفال الذين يعانون من وزيز بالتنفس أن يبقوا في دورهم لمدة أسبوعين (Jonston ورفاقه 1984) ويمكن أن يتعرضوا لهجمات متكررة.



بالرغم من أن قياسات PEFR لا تتوزع توزيعاً طبيعياً وضوحاً، فالفرق يبدو أنها تتلاءم جيداً مع التوزيع الطبيعي. ويوجد سببان لهذا فعملية الطرح تزيل التغيرات بين المختبرين (المتعلقة بالطول والعمر مثلاً) وتبقى أخطاء القياس التي من الممكن أن تكون طبيعية. فخطأ القياس يضافان إلى بعضها ونحصل على مجموع يتقارب من التوزيع الطبيعي حسب نظرية النهاية المركزية الفقرة (3.7). إن افترض عينة واحدة تخضع للتوزيع الطبيعي، هي الحالة التي نصادفها غالباً. سناقش هذا في الفقرة (5.10). عندما يُستخدم اختبار ستودنت في حالة الفروق، ولعينة واحدة، كما في مثال قياس PEFR، يُسمى أيضاً اختبار المزاوجة لستودنت.



الشكل 4.10 : اختطاط الفرق بدلالة متوسط المعطيات في الجدول (4.10)

### 3.10 متوسطا عينتين مستقلتين

#### The means of two independent samples

نفرض أن لدينا عينتين مأخوذتين من مجتمعين طبيعيين، ونريد أن نقدر منهما الفرق بين متوسطي المجتمعين. فإذا كانت العينتان كبيرتين فإن مجال الثقة بمستوى 95% للفرق هو (الفرق الملاحظ -  $1.96 \times$  الخطأ المعياري، الفرق الملاحظ +  $1.96 \times$  الخطأ المعياري) ولسوء الحظ لا نستطيع أن نستبدل بـ 1.96 العدد المقابل من الجدول (1.10) وذلك لأن الخطأ



المعياري ليس له الشكل البسيط  $\sqrt{s^2/n}$  الوارد في الفقرة (1.10). فهو ليس الجذر التربيعي لمجموع مربعات،  $s^2$ ، بثابت  $1/n$ . وإنما الجذر التربيعي لمجموع ثابتين مضروباً بمجموع مربعين وهو كما سنرى بعد قليل يساوي  $\sqrt{(SS_1 + SS_2)/n_1 + n_2 - 2}$ . فهو لا يتبع الجذر التربيعي لتوزيع كاي مربع، كما هو الحال فيما يتعلق بمقام  $t$  (المتغير العشوائي لتوزيع ستودنت)، الفقرة (A.7). ولتطبيق توزيع ستودنت يجب أن نضع افتراضاً آخر يتعلق بالمعطيات فلا يكفي أن تكون العينات مأخوذة من توزيعات طبيعية، وإنما أن يكون لهذا التوزيعات التفاوت نفسه، وقد يظن أن هذا الافتراض غير معقول، ولكن الحقيقة أن الفرق في المتوسطات وليس في التفرقة هو الظاهرة العامة. إن معطيات PEFR لأطفال مصابين بالأعراض المدروسة في الفقرة (5.8) والفقرة (6.9) تبين هذه الخصائص بشكل جلي.

والآن لتقدير التفاوت الكلي  $\sigma^2$  نبدأ بإيجاد مجموع المربعات حول متوسط كل عينة. وسنرمز لكل منهما بـ  $SS_1$  و  $SS_2$ . ثم نشكل المجموع المشترك لهذه المربعات  $SS_1 + SS_2$ . فمجموع مربعات المجموعة الأولى  $SS_1$  لها  $n_1 - 1$  درجة من الحرية، ومجموع مربعات المجموعة الثانية  $SS_2$  لها  $n_2 - 1$  درجة من الحرية، فدرجة الحرية الكلية هي إذن  $n_1 + n_2 - 2$  وقد نحسبنا درجات حرة لأن لدينا مجموع مربعات حول متوسطين، والتقدير المشترك للتفاوت:

$$s^2 = \frac{SS_1 + SS_2}{n_1 + n_2 - 2}$$

والخطأ المعياري للفرق  $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$  هو:

$$\sqrt{\frac{s^2}{n_1} + \frac{s^2}{n_2}} = \sqrt{s^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

ويصبح لدينا الآن خطأ معياري مرتبط بالجذر التربيعي لتوزيع كاي مربع، ويمكننا كتابة متغير ستودنت  $t$  بالعلاقة:

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{s^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$



بدرجة من الحرية  $n_1 + n_2 - 2$ ، ويصبح مجال الثقة للفرق بين المتوسطين باحتمال 95% كما يلي:

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - t\sqrt{s^2(1/n_1 + 1/n_2)} \quad \text{و} \quad \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + t\sqrt{s^2(1/n_1 + 1/n_2)}$$

حيث  $t$  هنا هي النقطة الموافقة للاحتمال 0.05 بـ  $n_1 + n_2 - 2$  درجة من الحرية وفق الجدول (1.10). كما يمكننا اختبار الفرضية الابتدائية التي تفيد أن الفرق في المجتمع يساوي الصفر، أي أن  $\mu_1 = \mu_2$ ، باستخدام إحصائية الاختبار.

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

التي تتوزع وفق توزيع ستيودنت بدرجة  $n_1 + n_2 - 2$  من الحرية إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة.

وكمثال عملي، يبين الجدول (3.10) معطيات المختبرين الذكور الموافقة لما في الجدول (2.10). وسنقدر الفرق بين المختبرين (أي متوسط الفرق بين قياسي (Mini Wright) للذكور والإناث. وقد لا حظنا سابقاً أن الفروق تتوزع توزيعاً طبيعياً على وجه التقريب. وعلينا أن نأخذ في الحسبان التماثل بين التفاوتين. من الواضح أن تفاوت عينة الذكور أصغر بكثير مما هي عليه عند الإناث، وأن افتراض تساوي التفاوتين قائم في المجتمعين. ومع ذلك فالتشتت ليس كبيراً بحيث يعزى للمصادفة، كما يمكن تبينه باستخدام اختبار F الفقرة (8.10). وسنقبل هذا مؤقتاً وندرس أثره فيما بعد.

الجدول 3.10 : PEPR (لتر/د) مقاسة بـ Wright meter و mimi meter، لعينة

من الذكور

الفرق	Mini PEPR	Wright PEPR	المختبر
14-	625	611	13
4-	642	638	14
28	605	633	15
25	467	492	16
2	370	372	17
37			المجموع
7.4			للمتوسط
1351.2			مجموع لفرق معاد حول المتوسط
337.8			التفاوت
8.2			الحاصل للمعاري للمتوسط



نوجد أولاً تقدير التفاوت الكلي،  $s^2$ . فمجموع المربعات حول متوسطي العينتين هما 17889.7 و 1351.2. وهذا يعطينا المجموع المشترك للمربعات حول متوسطي العينتين:  $17889.7 + 1351.2 = 19240.9$  ودرجة الحرية المشتركة تساوي  $15 = 2 - 2 = 12 + 5 - 2$ . إذن  $s^2 = 19240.9/15 = 1282.73$  والخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين هو:

$$\sqrt{s^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)} = \sqrt{1282.73 \left( \frac{1}{12} + \frac{1}{5} \right)} = 19.06$$

وقيمة  $t$  (متغير ستودنت). من أجل مجال الثقة باحتمال 95% يمكن إيجادها من الجدول (1.10) العمود الموافق لـ 0.05 والسطر 15 وهو 2.13. أما الفرق بين المتوسطين فهو  $-24.6 - 7.4 = -17.2$  إذن مجال الثقة باحتمال 95% هو من  $2.13 \times 19.06 = 40.99$  إلى  $-24.6 - 2.13 \times 19.06 = -65.2$  إلى 16.0 ليتر/دقيقة. وهكذا إما أن يوجد فرق كبير بين استجابة الذكور واستجابة الإناث، من خلال هذه العينة الصغيرة، أو لا يوجد أي فرق أبداً.

لنختبر الآن الفرضية التالية، الفرق بين متوسطي مجتمع الذكور والإناث يساوي الصفر. إن إحصائية الاختبار تساوي الفرق مقسوماً على الخطأ المعياري أي  $-24.6/19.06 = -1.29$ . إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. وهذه ستكون مشاهدة من توزيع ستودنت بـ 15 درجة من الحرية. من الجدول (1.10) نرى أن احتمال مثل هذه القيمة القصوى أكبر من 10% وهكذا تتوافق المعطيات مع الفرضية الابتدائية ولا نستطيع أن نستنتج أن التحيز يختلف من الذكور إلى الإناث. ونستطيع أن نلاحظ أيضاً أن أي تقدير وفق مجال الثقة يتميز عن أي اختبار اعتدادي آخر.

ماذا يمكن أن يحدث إذا لم نفترض تساوي التفاوتين؟ يوجد حل تقريبي يقوم على توزيع ستودنت انظر (Gold Smith و Davies, 1972 و Cochran و Snedecar, 1980) باستخدام عبارة الخطأ المعياري الواردة في الفقرة (5.8) وهي:  $\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}$  ويكون الخطأ المعياري للمعطيات التسي لدينا هو 14.3. إن الفرق بين التفاوتين يقود في الواقع إلى



تخفيض درجات الحرية، وفي هذه الحالة تصبح درجة الحرية 14. ويصبح مجال الثقة في هذا المجال (55.1-، 6 لتر/د). أو بحساب إحصائية الاختبار  $t$  لـ 14 درجة من الحرية وهي تساوي 1.7- نجد  $P = 0.11$  وهذا مماثل لما حصلنا عليه في الطريقة السابقة.

توجد طرائق أخرى عديدة تعتمد على اختبار  $t$  (انظر Armitge و Berry 1987). ثمة طريقة أخرى نتخلى فيها كلية عن استخدام التفاوت ونستخدم اختبار  $U$  لـ Mann Whitney الفقرة (2.12).

## 4.10 استخدام التحويلات The use of transformations

لقد رأينا في الفقرة (4.7) أن بعض المتغيرات التي لا تتبع التوزيع الطبيعي يمكن أن نجعلها طبيعية بتحويل ملائم. توجد تحويلات متعددة تستخدم لهذا الهدف، وأكثر التحويلات استخداماً هو التحويل اللوغاريتمي، فهو يلائم المعطيات التي تتصف بتجانف كبير، أو عندما تتناسب الانحرافات المعيارية لمختلف العينات مع متوسطاتها. والمتغير النموذجي في هذه الحالة هو الشحوم الثلاثية المصلية الوارد في الشكل (11.7)، ويصدق هذا في قياسات المصول المائلة، كما أن الجذر التربيعي هو تحويل مفيد عندما لا يكون التجانف كبيراً، وعندما يتناسب تفاوت العينة مع متوسطها. ومتغيرات بواسون مثلاً تتصف بهذه الخاصية. كما يمكن استخدام التحويل المعاكس عندما يتناسب الانحراف المعياري مع مربع المتوسط، وتتصف المعطيات بتجانف كبير. كما أن أزمنة البقاء تنزع إلى إتباع هذا المسلك:

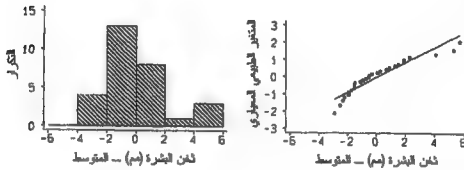
الجدول 4.10 : قياسات ثمن الجلد بالملغم لمجموعتين من المرضى

مرض كرون				مرض كوليكا	
1.8	2.8	4.2	6.2	1.8	3.8
2.2	3.2	4.4	6.6	2.0	4.2
2.4	3.6	4.8	7.0	2.0	5.4
2.5	3.8	5.6	10.0	2.0	7.6
2.8	4.0	6.0	10.4	3.0	

في حالة العينات الكبيرة توجد طرائق جيدة لتحسين التحويلات الملائمة انظر (1968 Healy). أما في حالة العينات الصغيرة فالمسألة تعود للخبرة والخطأ. يبين الجدول (4.10) بعض المعطيات المأخوذة من دراسة تتناول المصابين بأمراض معوية.



(Maugdal ورفاقه 1981). وسنهتم بفروق القياسات المأخوذة لمرضى ذوي تشخيصات مختلفة، لدينا الآن قياسات ثخن البشرة لـ 20 مريضاً مصابين بمرض كرون (Crohn) و9 مرضى بمرض الداء البطني (coeliac). إذا رتبنا المعطيات وفق قيمها نلاحظ بوضوح أن التوزيع متجانف نحو اليمين. وبين الشكل (5.10) هذا بوضوح. فإذا طرحنا متوسط المجموعة من كل مشاهدة نحصل على ما يسمى المتبقيات داخل المجموعة (Within - group residuals). ثم نوجد التوزيع التكراري والاختطاط الطبيعي. نلاحظ أن التوزيع متجانف بشكل واضح، وينعكس هذا على الاختطاط الطبيعي الذي يظهر انحناء واضحاً.



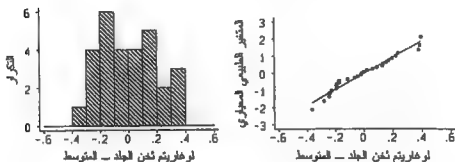
الشكل 5.10 : المنسج والاختطاط الطبيعي لمعطيات ثخن البشرة

سنحاول، إن أمكن، إيجاد تحويل طبيعي<sup>1</sup>، والتخمين الأول هو التحويل اللوغاريتمي (يفضل اللوغاريتم الطبيعي عن العشري، ولا يوجد فرق في النتيجة النهائية والحسابات هي نفسها بالحاسوب). يبين الشكل (6.10) المنسج والاختطاط الطبيعي للمتبقيات بعد التحويل. نلاحظ أن التلاؤم مع التوزيع الطبيعي ليس تاماً، ولكنه أفضل من الشكل (5.10). ويمكننا تطبيق طريقة توزيع ستودنت في حالة عيتين على هذه المعطيات بنجاح. كما يبين الشكل (7.10) نتيجة تحويل الجذر التربيعي الموافق لهذه المعطيات، ويلاحظ أن التجانف لا يزال واضحاً، ولكنه أقل مما كان عليه في المعطيات غير المحولة. أما الشكل (8.10) فيبين نتائج التحويل العكسي. وتظهر هذه النتائج كما لو أن شيئاً ما على الحوافي أسوأ من تلك الموافقة

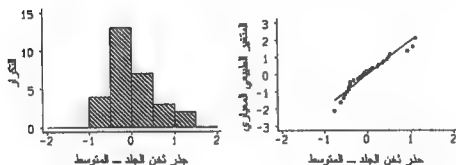
<sup>1</sup> طبيعي: هو التحويل الذي يقلنا إلى التمر الطبيعي.



للتحويل اللوغاريتمي، ومع ذلك ليس من السهل الاختيار بينهما. ومن الوجهة العملية سنختار التحويل اللوغاريتمي، لأن الإحصائيات الناتجة يمكن تفسيرها بصورة أسهل، والتحويل للمعاكس على سبيل المثال يغير إشارة الفرق.



الشكل 6.10 : المنسج والاختطاط الطبيعي لمعطيات ثمن البشرة، المحولة لوغاريتميا



الشكل 7.10 : المنسج والاختطاط الطبيعي لمعطيات ثمن الجلد المحولة إلى الجزر التريبي

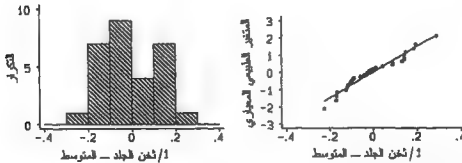
يبين الجدول (5.10) نتائج طريقة  $t$  ستودنت في حالة عينتين استخدمت فيها المعطيات الخام غير المحولة، ثم وفق التحويلات المختلفة. ونلاحظ أن الإحصائية  $t$  تتزايد بينما الاحتمال الموافق لها يتناقص كلما اقتربنا من التوزيع الطبيعي. يعطي الجدول (5.10) أيضاً نسبة تفاوتسي العينتين. ويمكننا أن نرى أن التفاوتين يسعيان لأن يصبحا متساويين كلما اقتربت المعطيات المحولة من التوزيع الطبيعي، عاكسة ازدياد قوة اختبار  $t$  كلما كانت الافتراضات أقرب للتحقق.



الجدول 8.10 : مقارنة ثمن الجلد في مجموعتين من المرضى، باستخدام مختلف التحويلات

معدل التباوت الأكبر / الأصغر	معدل التباوت بمسوى 95%	اختبار t - درجة		التحويل
		P	t	
1.52	mm 3.07 to mm 0.71 -	0.21	1.28	المعطيات الخام
1.16	0.714 to 0.140 -	0.18	1.38	تحويل الجذر التربيعي
1.10	0.706 to 0.114 -	0.15	1.48	التحويل اللوغاريتمي
1.63	0.22 to 0.203 -	0.11	1.65 -	التحويل العكسي

إن المعطيات المحولة تعطي وضوحاً اختياراً اعتدادياً أفضل مما تعطيه المعطيات الخام، ولكن مجالات الثقة للمعطيات المحولة أصعب تفسيراً بحيث لا تظهر فائدتها بشكل جلي. كما لا يمكن تحويل حدي مجال الثقة للفرق إلى وحدات القياس الأصلية. فإذا حاولنا ذلك فإن الجذر التربيعي والنهائيتين البديلتين تعطي نتائج غير معقولة. فاللوغاريتم يعطينا نتائج قابلة للتفسير (من 0.89 إلى 2.03) ولكن هذه ليست حدود للفرق بالميليلتر. وهذا المجال لا يحوي الصفر ومع ذلك فهذا الفرق لا يعتمد به، كيف يكون ذلك؟ في الحقيقة هذا المجال يمثل حدي الثقة باحتمال 95% للنسبة بين المتوسط لمرضى كرون (crohn) والمتوسط لمرضى الداء البطني (coeliac) فإذا لم يكن ثمة فرق، فإن القيمة المتوقعة لهذه النسبة يمكن أن تكون واحداً وليس صفراً، وبالتالي تقع داخل هذا المجال. والسبب هو أنه عندما نأخذ الفرق بين لوغاريتمي العددين نحصل على لوغاريتم نسبتهما وليس على فرقهما. الفقرة (A5). في حين، عندما نأخذ متوسط لوغاريتمات عدة أعداد نحصل على لوغاريتم متوسط من نوع المتوسط الهندسي. ومن المعلوم أن المتوسط الهندسي لـ  $n$  عدداً هو الجذر النوني لجداء هذه الأعداد.



الشكل 8.10 : المنسج والاختطاط الطبيعي لمعطيات ثمن الجلد، في التحويل العكسي



## 5.10 الحيود عن الافتراضات في طرائق ستودنت

### Daeviations from the assumptions of t methods

إن الطرائق الموصوفة في هذا الفصل تتوقف على بعض الافتراضات الضيقة فيما يتعلق بالتوزيع الذي جاءت منه للمعطيات. وهذا غالباً يقلق من يستعمل الطرائق الإحصائية، الذين يشعرون أن هذه الافتراضات ستحد كثيراً من استخدام طرائق توزيع ستودنت، ويجد كثير من الإحصائيين الذين يستخدمون طرائق مبنية على افتراضات طبيعية، أن هذا غالباً أمر مقبول وليس مجرد تفاؤل، وسننظر إلى بعض نتائج الحيود عن الافتراضات.

لنتخذ أولاً توزيعاً غير طبيعي. فكما رأينا سابقاً، فإن بعض المتغيرات تتطابق مع التوزيع الطبيعي بشكل كبير. بينما متغيرات أخرى ليست كذلك. ويحدث الحيود بشكلين أساسيين. التجميع والتجانف. أما التجميع فيحصل عندما يُقاس المتغير المستمر، كطول إنسان مثلاً، بوحدات كبيرة نسبياً بالقياس للمجال. وهذا يحدث، مثلاً، إذا قسنا طول إنسان لأقرب بوصة، كما في الشكل (2.10). ونلاحظ أن التلاؤم مع توزيع ستودنت جيد جداً. ولكن هذا التجميع سيء جداً لأن الانحراف المعياري للأطوال هو 2.5 بوصة، أي أن 95% من المشاهدات، وعددها هنا 3000، تقع في مدى 10 بوصة، بمعنى أن القيم الممكنة هي إجمالاً 10 أو 11 قيمة فقط. ويمكننا أن نلاحظ من هذا أنه إذا كان التوزيع الأصلي طبيعياً، فتدوير القياسات سوف لا يؤثر على تطبيق توزيع "ستودنت" بالشيء الكثير.

من جهة ثانية، يمكن للتجانف أن يظل الطرائق التي تعتمد على توزيع "ستودنت". ففي العينات الصغيرة ذات التجانف الكبير للمعطيات لا يتلاءم توزيع ستودنت مع توزيع الإحصائية  $(\bar{x} - \mu) / \sqrt{s^2/n}$  بشكل جيد. عندما زاوجنا المعطيات، وهذا ليس مهماً كثيراً، لوجود أثر التطبيع في عملية الطرح الفقرة (2.10)، فإن التجانف يؤثر على إحصائية ستودنت لفرق عيتين الفقرة (3.10) ولكنه لا يؤثر كثيراً في حالة عينة واحدة. في الحالة العامة، إذا كانت العيتان متساويتسي الحجم، فإن طريقة "ستودنت" تمنع كثيراً الحيود عن التوزيع الطبيعي، ومع ذلك فكلما اختلف حجما العيتين أصبح التقريب أقل جودة. والتأثير الأكبر احتمالاً للتجانف هو أننا نخسر قوة الاختبار، ويمكن أن نفشل في اكتشاف الفروق



الموجودة، أو نحصل على مجالات ثقة واسعة جداً. وليس من المرجح أن نحصل على فروق غير حقيقية يُعتمد بها. وهذا يعني أنه ليس علينا أن نقلق بشأن حيودات طفيفة عن التوزيع الطبيعي. فإذا وُجد انحراف واضح عن الطبيعي، فعلينا أن نحري تحويلاً للمعطيات نقلنا إلى التوزيع الطبيعي قبل تطبيق توزيع ستودنت.

أما الافتراض الآخر لطريقة "ستودنت" في حالة عينتين، هو أن تفاوتسي المجتمعين هو ذاته. فإذا لم يتحقق هذا، فإن توزيع ستودنت لا يُطبق بالضرورة. ويكون التأثير عادة طفيفاً إذا كان المجتمعان طبيعيين، وهذا غير مألوف، لأنه في حالة عينات من المجتمع ذاته، المتوسط والتفاوت مستقلان إذا كان التوزيع طبيعياً الفقرة (A7). كما توجد طريقة تقريبية "لستودنت"، كما أشرنا في الفقرة (3.10). وعلاوة على ذلك، فاختلاف التفاوتين يترافق على الأغلب مع التجانف في المعطيات، بحيث أن التحويل المعد لتصحيح خطأ واحد، يؤدي غالباً إلى تصحيح الآخر.

طريقة اختبار الزاوجة، وطريقة ستودنت من أجل عينتين كلتاهما ناجعتان في معظم حالات الحيود عن الافتراضات. والحيودات الكبيرة فقط لها تأثير كبير على هذه الطرائق. والمسألة الرئيسة هي وجود تجانف في المعطيات في حالة عينة واحدة، وللأسباب الواردة في الفقرة (2.10) فإن اختبار المزاوجة يحقق للفروق توزيعاً معقولاً. أما إذا كانت المعطيات تبدو غير طبيعية فإن التحويل الطبيعي يحسن الأمور، وإذا لم تُجد هذه فعلياً أن نعود إلى الطرائق التي لا تتطلب هذه الافتراضات الفقرات: (2.9) و(2.12) و(3.12).

## 6.10 ماذا نعني بالعينة الكبيرة؟ What is a large sample?

درسنا في هذا الفصل العينات الصغيرة بالطرائق ذاتها التي درسنا فيها العينات الكبيرة في الفقرتين (5.8) و(7.9). وكنا نجعل توزيع المتغير، وتغورات تم كليهما. ولنتسأل الآن ما هي حدود العينة الكبيرة؟ قد يكون هذا السؤال محرجاً لشرعية تطبيق هذه الطرائق ولكنه نادراً ما يناقش في الكتب المدرسية.

فإذا كانت افتراضات اختبار ستودنت محققة، فمن السهل الإجابة على هذا السؤال. من الجدول (1.10) يتبين أنه في حالة 30 درجة من الحرية أن النقطة الموافقة لاحتمال 0.05 هي



2.04، وهي قريبة جداً من القيمة الطبيعية 1.96 والفرق طفيف بحيث يمكن قبوله. وهكذا في حالة معطيات طبيعية وتفاوت منتظم يمكننا الاستغناء عن توزيع ستودنت عندما يزيد عدد المشاهدات عن 30. عندما لا تحقق المعطيات هذه الشروط فالأمور ليست بسيطة.

وإذا لم تكن طريقة ستودنت صالحة للتطبيق، لا يمكننا الافتراض أن طريقة العينة الكبيرة التي تقرب إليها صالحة. وأنصح في هذا الوضع بما يلي: أولاً إذا كنت في شك فتعامل مع العينة وكأنها صغيرة. ثانياً تحول إلى التوزيع الطبيعي إذا كان ذلك ممكناً. في حالة المزوجة علينا أن نحري التحويل قبل الطرح. ثالثاً كلما كانت المعطيات أبعد عن التوزيع الطبيعي فإننا نحتاج لعينة أكبر حتى يمكننا تفادي الأخطاء الناشئة عن التقريب الطبيعي.

لا يوجد في الحقيقة جواب بسيط على السؤال التالي: ما هي حدود العينة الكبيرة؟ سيكون الاستدلال فيما يتعلق بالتوسطات معقولاً إذا زادت العينة عن 100 في حالة عينة واحدة، أو إذا كانت كل من العينتين تزيد عن 50 في حالة عينتين. إن تطبيق الطرائق الإحصائية هي مسألة اجتهدية كما هي مسألة خبرة.

## Serial date

## 7.10 العينات المتسلسلة

يبين الجدول (6.10) مستويات zidovudine (AZT) في دم مرضى الإيدز، في فترات متعددة بعد إعطاء الدواء للمرضى الذين يكون امتصاص الدُسْم لديهم طبيعياً أو سيئاً. ويبين الشكل (6.5) الخط البياني لهذه المعطيات.

وإحدى الطرائق العامة لمعالجة مثل هذه المعطيات هو تطبيق اختبار ستودنت لعينتين، في كل فترة زمنية، وبشكل منفصل، ويتساءل الباحثون غالباً متى يصبح الفرق بالقدر الذي يعتد به. قد يكون السؤال مضللاً لأن الاعتدال هو خاصة للعينة أكثر منه للمجتمع. فالفرق 15 دقيقة بعد، يمكن ألا يعتد به لأن العينة صغيرة والفرق الذي يجب أن يكتشف هو صعر أيضاً لا لأنه لا يوجد فرق في المجتمع. بالإضافة لذلك إذا فعلنا هذا لكل نقطة زمنية نكون قد طبقنا اختبارات الاعتدال المتعددة الفقرة (10.9) وكل اختبار يستخدم جزءاً صغيراً فقط من المعطيات وهذا يؤدي إلى خسارة في قوة الاختبار الفقرة (9.9). ولتساءل الآن عما إذا



كان لمة دلالة على وجود فرق في الاستجابة بين الأفراد (المختبرين) من ذوي الامتنصاص الطبيعي وبين ذوي الامتنصاص السيء على طول فترة المراقبة.

الجدول 6.10 : مستويات Zidovudine في الدم في فترات متعددة بعد إعطاء الدواء في حالة سوء امتصاص الدمس

للمرضى للمصابون بسوء الامتنصاص

الأزمة منذ إعطاء Zidovudine											
0	15	30	45	60	90	120	150	180	240	300	360
0.08	13.15	5.70	3.22	2.69	1.91	1.72	1.22	1.15	0.71	0.43	0.32
0.08	0.08	0.14	2.10	6.37	4.89	2.11	1.40	1.42	0.72	0.39	0.28
0.08	0.08	3.29	3.47	1.42	1.61	1.41	1.00	0.49	0.20	0.17	0.11
0.08	0.08	1.33	1.71	3.30	1.81	1.16	0.69	0.63	0.36	0.22	0.12
0.08	6.69	8.27	5.02	3.98	1.90	1.24	1.01	0.78	0.52	0.41	0.42
0.08	4.28	4.92	1.22	1.17	0.88	0.34	0.24	0.37	0.09	0.08	0.08
0.08	0.13	9.29	6.03	3.65	2.32	1.25	1.02	0.70	0.43	0.21	0.18
0.08	0.04	1.19	1.65	2.37	2.07	2.54	1.34	0.83	0.64	0.30	0.20
0.08	2.39	3.53	6.28	2.61	2.29	2.23	1.97	0.73	0.41	0.16	0.08

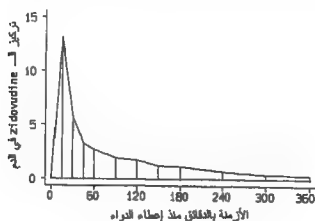
للمرضى ذوي الامتنصاص الطبيعي

الأزمة منذ إعطاء Zidovudine											
0	15	30	45	60	90	120	150	180	240	300	360
0.08	3.72	16.02	8.17	6.21	4.84	2.12	1.50	1.18	0.72	0.41	0.29
0.08	8.72	5.48	4.84	2.30	1.95	1.46	1.49	1.34	0.77	0.50	0.28
0.08	9.98	7.28	3.48	2.42	1.89	0.70	0.76	0.47	0.18	0.08	0.08
0.08	1.12	7.27	3.77	2.97	1.78	1.27	0.99	0.83	0.57	0.38	0.25
0.08	13.37	17.61	3.90	5.53	7.17	5.16	3.84	2.51	1.31	0.70	0.37

إن أبسط طريقة هي في اختزال معطيات كل مختبر إلى قيمة واحدة. فيمكن استخدام أكبر قيمة يصل إليها الفرد المختبر أو الزمن اللازم للوصول إلى هذه الذروة، أو المساحة تحت المنحنى. القيمة الأولى والثانية مفهومتان وضوحاً، أما المساحة تحت المنحنى فيمكن إيجادها بأن نصل جميع النقاط لكل مختبر، ثم ننشئ مستقيمات عمودية على المحور الأفقي في بداية الأزمة وفي نهايتها، ثم نحسب المساحة تحت المضلع التكراري الناتج. يبين الشكل (9.10) هذا المضلع للمختبر الأول وفق الجدول (6.10)، يتألف هذا المضلع في الواقع من متتالية من القطع المستقيمة، ويمكن حساب المساحة الكلية بأن نحسب المساحة الواقعة تحت كل قطعة، وهذه المساحة تساوي إلى جذاء القاعدة بمتوسط الاحداثيين الشاقوليين، ثم نجمع هذه المساحات فنحصل على المساحة الموافقة للمختبر الأول.  $(0.08 + 13.15) \times (15 - 0) / 2$



$+ (30 - 15) \times (13.15 + 5.70)/2 + \dots + (360 - 300) \times (0.43 + 0.32)/2 = 667.425$   
ويمكن إنجاز هذا بسهولة. ويبين الجدول (7.10) المساحة الموافقة لكل مختبر.



الشكل 9.10 : حساب المساحة تحت المنحني لمختبر واحد

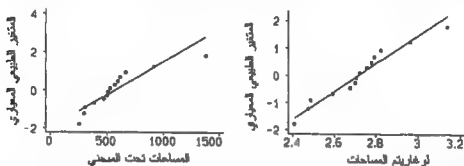
الجدول 7.10 : المساحات تحت المنحني لمعطيات الجدول (6.10)

المرضى ذوي الامتصاص الطبيعي	المرضى للمانون بسوء الامتصاص	
919.875	256.275	667.425
599.850	527.475	569.625
499.500	388.800	603.000
472.875	505.875	298.200
1377.975		617.850

يمكننا الآن مقارنة متوسط المساحة بطريقة "ستودنت" في حالة عينتين. كما يبين الشكل (10.10) فإن لوغاريتمات المساحات تتلاءم مع التوزيع الطبيعي بشكل أفضل من المساحات نفسها. وبحساب الاحصائيات في حالة لوغاريتمات المساحات نجد:  $n_1 = 9$ ,  $\bar{x}_1 = 2.639541$ ,  $s_1 = 0.153376$  للأفراد الموصوفين بسوء الامتصاص. و  $n_2 = 5$ ,  $\bar{x}_2 = 2.850859$ ,  $s_2 = 0.197120$  للأفراد ذوي الامتصاص الطبيعي. ويكون التفاوت المشترك  $s_2 = 0.028635$ . والخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين هو  $\sqrt{0.028635 \times (1/9 + 1/5)} = 0.094385$  وإحصائية ستودنت  $t$



هي - 2.24 =  $(2.639541 - 2.850859) / 0.094385$   $t = 2.24$  بدرجة 12 من الحرية. و  $P = 0.04$ . أما مجال الثقة باحتمال 95% للفرق فهو  $2.639541 - 2.850859 \pm 2.18 \times 0.094358$  وهذا يعطي - 0.417078 ، - 0.005558 فإذا أجرينا التحويل المعاكس للوغاريتم (antilog) لهاتين القيمتين نجد القيمتين 0.38 و 0.99 وتكون المساحة تحت المنحني للمختبرين من ذوي الامتصاص السيئ هي بين 0.38 و 0.99 إضافة لتلك الموافقة لمرضى الـ (AIDS) من ذوي الامتصاص الطبيعي. ونستنتج من ذلك أن سوء الامتصاص يمنع من مثل الدواء. المناقشة الكاملة لتحليل المعطيات المتسلسلة المذكورة في (Matthews ورفاقه 1990).



الشكل 10.10 : الاعتباط الطبيعي للمساحات تحت المنحني ولوغاريتم المساحات للمعطيات في الجدول (6.10)

## 8.10 مقارنة تفاوتين باستخدام توزيع F

### Comparing two variances by the F test

يمكننا اختبار الفرضية الابتدائية التي تفيد أن تفاوتي المجتمعين متساويان باستخدام توزيع F. إذا كانت المعطيات تتبع التوزيع الطبيعي، فإن معدل تقديرين مستقلين للتفاوت نفسه يتبع توزيع F (الفقرة A7)، ودرجتا الحرية هما درجتا حرية التقديرين. يُعرف توزيع F بأنه النسبة بين متغيرين مستقلين لتوزيع كاي مربع مقسومين على درجتسي حريتهما:

$$F_{m,n} = \frac{\chi_m^2 / m}{\chi_n^2 / n}$$



حيث  $m$  و  $n$  درجتا الحرية الفقرة (A7). في حالة معطيات مأخوذة من مجتمع طبيعي فإن توزيع تفاوتات العينة  $s^2$  هو  $\sigma^2 \chi^2_{n-1} / (n-1)$  حيث  $n$  حجم العينة، وعندما نقسم تقدير تفاوتات على آخر لإيجاد النسبة  $F$  نختصر على  $\sigma^2$ . وتوزيع  $F$  كغيره من التوزيعات المشتقة من التوزيع الطبيعي لا يمكن استكمالها وعلينا أن نستخدم جدول التوزيع الموافق له. وبما أن لهذا التوزيع درجتسي حرية، فالجدول يشمل عدة صفحات ولا مجال لإيراده. معظم طرائق توزيع  $F$  تنجز باستخدام برامج إحصائية يمكننا من حساب الاحتمال مباشرة. والجدول يعطي عادة النقط المثوية العليا فقط.

الجدول 8.10 : اختبارات نفوذية الـ Mannitol والـ Lactulose في الأمعاء لمجموعة مرضى الـ HIV والمجموعة الشاهد

حالة HIV	إسهال	%mannitol	%lactulose	حالة HIV	إسهال	%mannitol	%lactulose
AIDS	yes	14.9	1.17	ARC	yes	10.212	0.323
AIDS	yes	7.074	1.203	ARC	no	2.474	0.292
AIDS	yes	5.893	1.008	ARC	no	0.813	0.018
AIDS	yes	16.82	0.387	HIV+	no	18.37	0.4
AIDS	yes	4.93	1.13	HIV+	no	4.703	0.082
AIDS	yes	9.974	0.545	HIV+	no	15.27	0.37
AIDS	yes	2.069	0.14	HIV+	no	8.5	0.37
AIDS	yes	10.9	0.88	HIV+	no	14.15	0.42
AIDS	yes	6.28	0.08	HIV+	no	3.18	0.12
AIDS	yes	11.23	0.388	HIV+	no	3.8	0.05
AIDS	no	13.95	0.6	HIV-	no	8.8	0.122
AIDS	no	12.455	0.4	HIV-	no	11.77	0.327
AIDS	no	10.45	0.18	HIV-	no	14.0	0.23
AIDS	no	8.36	0.189	HIV-	no	8.0	0.104
AIDS	no	7.423	0.175	HIV-	no	11.6	0.172
AIDS	no	2.657	0.039	HIV-	no	19.6	0.591
AIDS	no	19.95	1.43	HIV-	no	13.95	0.251
AIDS	no	15.17	0.2	HIV-	no	15.83	0.338
AIDS	no	12.59	0.25	HIV-	no	13.3	0.579
AIDS	no	21.8	1.15	HIV-	no	8.7	0.18
AIDS	no	11.5	0.36	HIV-	no	4.0	0.098
AIDS	no	10.5	0.33	HIV-	no	11.6	0.294
AIDS	no	15.22	0.29	HIV-	no	14.5	0.38
AIDS	no	17.71	0.47	HIV-	no	13.9	0.54
AIDS	yes	7.256	0.252	HIV-	no	6.6	0.159
AIDS	no	17.75	0.47	HIV-	no	16.5	0.31
ARC	yes	7.42	0.21	HIV-	no	9.989	0.398
ARC	yes	9.174	0.399	HIV-	no	11.184	0.186
ARC	yes	9.77	0.215	HIV-	no	2.72	0.045
ARC	no	22.03	0.661				



لاختبار الفرضية الابتدائية، نقسم التفاوت الأعظمي على الأصغري لمعطيات PEFR الواردة في الفقرة (3.10) فالتفاوتان هما 1.626.3 بـ 11 درجة من الحرية للإناث و 337.8 بـ 4 درجة من الحرية للذكور ومنه  $F = 1626.3/338.7 = 4.80$ . فاحتمال حصول هذه الزيادة حسب توزيع F بدرجتي الحرية 4 و 11 هو 0.05. والنقطة الموافقة لاحتمال 0.05 هي 5.93. والنتيجة لا تجد دلالة على وجود فرق في التفاوت بين الذكور والإناث في هذه المعطيات. ويمكن مقارنة عدة تفاوتات باستخدام اختبار Bantlett أو اختبار Levene (انظر Armitage و Berry 1987 و Snedecar و Cochran 1980).

## 9.10 مقارنة عدة متوسطات باستخدام تحليل التفاوت

### Comparing several means using analysis of variance

لنتخذ المعطيات الواردة في الجدول (8.10)، وهي تمثل قياسات النفوذية في القناة الهضمية لأربع مجموعات من المختبرين، ونحاول أن نحري دراسة للفرق فيما بينها. إحدى الطرائق لمعالجة هذا الموضوع هي استخدام توزيع ستودنت لمقارنة كل زوج من هذه المجموعات. ولكن لهذه الطريقة بعض المساوئ: منها وجود حالات كثيرة عددها:  $m(m-1)/2$  حيث  $m$  عدد المجموعات. وكلما كان عدد المجموعات أكبر كلما كان احتمال وجود مجموعتين منها متباعتين يكون الفرق بينهما جوهرياً (أي يُعتد به) أكبر وذلك في حالة صحة الفرضية الابتدائية، وكون متوسطات المجتمع متساوية الفقرة (10.9). ومن مساوئ الطريقة أيضاً أنه عندما تكون المجموعات صغيرة فلا يمكن أن يوجد عدد كبير من درجات الحرية لتقدير التفاوت. فإذا أمكننا أن نستخدم جميع المعطيات لتقدير التفاوت، فسيكون لدينا عدد أكبر من درجات الحرية، وبالتالي مقارنة أقوى.

الجدول 9.10: بعض المعطيات الافتراضية لإيضاح كيفية تحليل التفاوت

المجموعة 1	المجموعة 2	المجموعة 3	المجموعة 4
6	4	7	3
7	5	9	5
8	6	10	6
9	6	11	6
10	6	11	6
11	8	13	8
8.167	5.833	10.167	5.667
المتوسط			



لإيضاح كيفية تحليل التباين أو ما يسمى (ANOVA) سنستخدم معطيات مفترضة كما هو مذكور في الجدول (9.10). من الناحية العملية قلما تكون المجموعات متساوية الحجم في التطبيقات الطبية. نبدأ بتقدير التباين الكلي داخل المجموعات كما فعلنا في توزيع ستودنت في حالة عينتين الفقرة (3.10)، فنوجد مجموع المربعات لكل مجموعة حول متوسطها ثم نجمع النتائج. ندعو هذا مجموع المربعات داخل المجموعات، وحسب معطيات الجدول (9.10) يكون هذا المجموع 57.883. سنقدر متوسط كل مجموعة من المعطيات، وبذا نكون قد قدرنا أربعة وسطاء وبصبح لدينا  $20 = 4 - 24$  درجة من الحرية. في الحالة العامة درجة الحرية لـ  $m$  مجموعة حجم الواحدة منها  $n$  هو  $nm - m$  وهذا يعطينا تقديراً للتباين:

$$s^2 = \frac{57.833}{20} = 2.892$$

وهذا هو التباين داخل المجموعات أو التباين المتبقي "residual variance" وفيما يتعلق بالتباين الكلي، سنفترض أن التباينات متساوية في المجتمعات الممثلة بهذه المجموعات الأربع.

ويمكن أن نحصل على تقديرين آخرين للتباين من المعطيات. فنستطيع إيجاد التباين الكلي للمعطيات، متجاهلين المجموعات. إن مجموع المربعات هنا ويدعى المجموع الكلي للمربعات يساوي 139.958 ودرجة الحرية  $23 = 1 - 24$ . وتقدير التباين هو  $139.958/23 = 6.085$  وهذا أكبر من التباين داخل المجموعات، لأنه يوجد في هذا المثال قدر كبير من التغيرات بين المجموعات.

ويمكننا أيضاً إيجاد تقدير التباين من مجموعة المتوسطات، فتباين متوسطات المجموعات الأربع هو 5.475. فإذا لم تكن ثمة فروق بين متوسطات المجموعات التي أخذت منها العينات، سيكون هذا التباين هو تباين توزيع الاعتدال لمتوسط  $n$  من المشاهدات، وهو  $\sigma^2/n$ ، ويساوي مربع الخطأ المعياري الوارد في الفقرة (2.8). وهكذا فإن جداء هذا التباين بـ  $n$  يساوي إلى التباين داخل المجموعات وفي مثالنا يساوي  $5.475 \times 5 = 27.375$ ، وهو أكبر من 2.892 الملاحظ حقيقية. وسنعر عن هذا بنسبة أحد التباينين إلى الآخر أي التباين بين المجموعات مقسوماً على التباين داخل المجموعات والذي سندعوه معدل



التفاوت أو النسبة  $F$ . فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، وإذا كانت المشاهدات من التوزيع الطبيعي بتفاوت منتظم، فهذه النسبة تتبع التوزيع المعروف، بتوزيع  $F \rightarrow m-1$  و  $n-1$  درجة من الحرية الفقرة (8.10).

وفي مثالنا درجتا الحرية هما على الترتيب 3 و 20 ومنه:

$$F_{3,20} = \frac{27.3785}{2.892} = 9.47$$

إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، تكون القيمة المتوقعة لهذه النسبة 1.0. والقيمة الكبيرة لـ  $F$  تُعطينا دلالة على وجود فرق بين متوسطات المجتمعات الأربعة. ففي مثالنا القيمة الكبرى لـ  $F$  تساوي 9.47، واحتمال حصولنا على قيمة كبيرة كهذه إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة سيكون 0.0004. وهذا يعني وجود فرق جوهري بين المجموعات الأربع.

الجدول 10.10 : تحليل التفاوت لمعطيات الجدول (9.10) باتجاه واحد

مبدأ التفاوت	درجة الحرية	مجموع للمربعات	متوسط للمربعات	معدل التفاوت $F$	الاحتمال
الكلية	23	139.958			
بين المجموعات	3	82.125	27.375	9.47	0.0004
داخل المجموعات	20	57.833	2.892		

وسنعرض هذه الحسابات في جدول تحليل التفاوت كما هو مبين في الجدول (10.10). فمجموع المربعات في السطر الموافق لـ "ما بين المجموعات" يساوي مجموع المربعات لمجموعة المتوسطات مضروباً بـ  $n$ . ونسمي هذا "مجموع المربعات ما بين المجموعات between groups sum of squares" ونلاحظ في عمودي درجات الحرية ومجموع المربعات أن مجموع السطرين الثاني والثالث يعطينا السطر الأول (الكلية). كما أن مجموع المربعات داخل المجموعات يدعى أيضاً بمجموع المربعات المتبقي "residual sum of squares" لأنه ما يُهمل عندما نبعد تأثير المجموعة. أو مجموع مربعات الأخطاء "error sum of squares" لأنه يقيس التغير العشوائي أو الخطأ الناشئ عندما تستبعد تأثيرات جميع المنظومات.



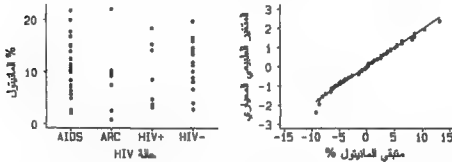
الجدول 11.10 : تحليل التفاوت لمعطيات الـ mannitol باتجاه واحد

مسا التفاوت	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	معدل التباين F	الاحتمال
الكلي	58	1559.036			
بين المجموعات	3	49.012	16.337	0.6	0.6
المتبقي	55	1510.024	27.455		

بالعودة إلى معطيات المانيتول "mannitol" المجموعات غير متساوية الحجم كما يحدث غالباً، لذا فحساب مجموع المربعات ما بين المجموعات يصبح أكثر تعقيداً، ونحصل عليه عادة بطرح مجموع المربعات داخل المجموعات من مجموع المربعات الكلي، وكيفية كانت الطريقة نحصل على الجدول نفسه، كما هو مبين في الجدول (11.10). ونظراً لأن هذه الحسابات تُجرى بالحاسوب فتعقيد الحسابات لا يشكل أمراً ذا بال. وهنا لا يوجد فرق ذو اعتداد (جوهري) بين المجموعات.

الجدول 12.10 : تحليل التفاوت في مقارنة مجموعتين من الجدول (8.10) من اتجاه واحد

مسا التفاوت	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	معدل التباين F	الاحتمال
الكلي	32	987.860			
بين المجموعات	1	34.176	34.176	1.11	0.3
داخل المجموعات	31	953.684	30.764		



الشكل 11.10 : اختطاط معطيات الـ mannitol، تبين معقولة الافتراض الطبيعي وانتظام التفاوت

إذا كان لدينا مجموعتان فقط فإن تحليل التفاوت باتجاه واحد هو طريقة أخرى للقيام باختبار ستودنت من أجل عيتين. فمثلاً من الجدول (12.10) نستطيع مقارنة أطراح الـ mannitol لمرضى الـ (AIDS) ومرضى الـ (ARC). باستخدام توزيع ستودنت نحصل

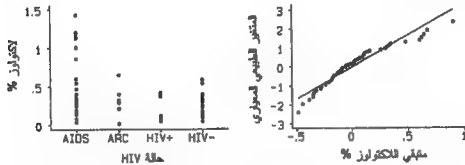


على  $t = 1.05$  بـ 31 درجة من الحرية، و  $P = 0.3$  وجدول تحليل التباين مبين في الجدول (12.10). فلاحتمال هو نفسه. والنسبة  $F$  تساوي 1.11 وهي مربع الإحصائية  $t: 1.05$ . ومتوسط المربعات المتبقية هو التباين الكلي لاختبار ستودنت.

## 10.10 افتراضات في تحليل التباين

### Assumptions of the analysis of variance

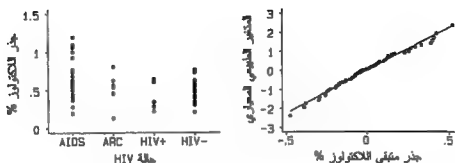
يوجد افتراضان في موضوع تحليل التباين، وهما أن المعطيات تتوزع وفق التوزيع الطبيعي داخل المجموعات، وأن تفاوتات هذه التوزيعات هي نفسها. إن المصطلح التقني لعبارة "النظام التباين" هو *homoscedasticity*، ونقص الانتظام هو *heteroscedasticity*. وخاصة "نقص الانتظام" هذه يمكن أن تؤثر على تحليل التباين بقدر كبير ونحاول أن نتحرز منه.



الشكل 12.10 : اختطاط معطيات الـ lactulose، تبين معقولة الافتراض الطبيعي وانتظام التباين

يمكننا أن نتفحص هذه الافتراضات بيانياً. فالشكلان (11.10) و (12.10) يعرضان الدراسة البيانية لمعطيات كل من الـ mannital والـ Lactulase. ففي معطيات الـ Mannital نجد أن الاختطاط التبصري بين انتشار المعطيات في كل مجموعة بافتراض انتظام التباين، وهذا غير محقق في حالة معطيات الـ Lactulase كما يوضح الشكل (12.10). ويلاحظ أن المجموعة ذات المتوسط الأكبر لمرضى (AIDS) تصنف بانتشار أوسع.





الشكل 13.10 : احتطاط معطيات الـ lactulose بعد تحويلها إلى الجندر التريبي

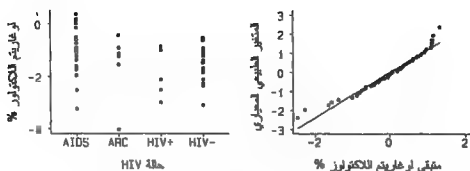
إن الاختطاط الطبيعي للمتبعيات يبين مدى جودة تطابق الفروق، أو الانحرافات عن مجموعة المتوسطات، مع التوزيع الطبيعي. ففي حالة معطيات الـ (mannitol) يُلاحظ تلاؤماً جيداً مع الخط المستقيم، وهذا يشير إلى معقولة الافتراض بتوافق هذه المعطيات مع التوزيع الطبيعي، أما الاختطاط في حالة الـ (Lactulose) فيبين انحناء واضحاً مشروحاً إلى وجود تجانف. أما تحويل الجندر التريبي لـ (Lactulose) فيشير إلى تلاؤم أفضل حسب الشكل (13.10). وكما يبين الشكل (14.10) فإن التحويل اللوغاريتمي يؤدي إلى تجانف مفرط في الاتجاه المضاد. ومع ذلك تبدو التفاوتات منتظمة. ويمكننا استخدام إما تحويل الجندر التريبي أو التحويل اللوغاريتمي وقد استخدم هنا تحويل الجندر التريبي. ويبين الجدول (13.10) تحليل التفاوت في حالة تحويل الجندر التريبي لـ (Lactulose).

الجدول 13.10 : تحليل التفاوت وحيد التصنيف لتحويل الجندر التريبي لمعطيات الـ Lactulose في الجدول (8.10)

مسا التفاوت	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	معدل الفطوت F	الاحتمال
كلي	58	3.254			
حالة HIV	3	0.42870	0.14290	2.78	0.0495
للفقي	55	2.82571	0.05138		

وتوجد أيضاً اختبارات للثقة يمكن أن نطبقها في حالة التوزيع الطبيعي وانتظام التفاوت. فعلى سبيل المثال، اختبار (Barlett) من أجل تجانس التفاوت يعطي وفق معطيات الجدول (9.10):  $\chi^2 = 0.84$ ,  $d.f = 3$ ,  $P = 0.8$ . وهي تشير إلى أن المعطيات تتوافق مع الافتراضات. ولا حاجة لإيراد التفاصيل.





الشكل 14.10 : اختطاط معطيات اللاكتولوز بعد التحويل اللوغاريتمي لها

## 11.10 مقارنة المتوسطات بعد تحليل التباين

### Comparison of means after analysis of variance

نستخلص من الجدولين (10.10) و(13.10) أن وجود فرق يعتد به بين المتوسطات هو في الواقع غير كاف. فما نريد أن نعرف هو: أي المتوسطات التي يختلف بعضها عن بعض. يوجد في الواقع عدد من الطرائق للقيام بهذا تدعى طرائق المقارنات المتعددة **multiple comparisons procedures** وهي مصممة على الأغلب لإعطاء خطأ واحد من النوع الأول الفقرة (3.9) لكل 20 تحليل عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة، مقابل القيام باختبارات ستودنت من أجل كل زوج من المجموعات التي تعطي خطأ واحداً لكل 20 مقارنة عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة. ولن ندخل في التفاصيل ولكن لننظر في هذين المثالين. توجد اختبارات متعددة يمكن أن تستخدم عندما تكون المجموعات متساوية، طريقة (Tukey's Honestly) للفروق التي يعتد بها، وطريقة التابع لـ (Newman-Keuls) وتدعى كل منها (اختبار مجال ستودنت) ثم اختبار المجال المتعدد لـ (Duncan)... إلخ والطريقة المتبعة تتوقف على البرنامج الحاسوبي الذي نستخدمه. إن نتائج طريقة التابع لـ (Newman-Keuls) للمعطيات الواردة في الجدول (9.10) مبينة في الجدول (14.10) والنتائج هي: المجموعة 1 تختلف جوهرياً عن المجموعة 2 و4 (أي تختلف



بشكل يُعتد به)، والمجموعة 3 تختلف أيضاً عن 2 و 4. أما المجموعة (3) فقط هي التي تختلف عن 2 و 4 بمستوى اعتداد 1%.

الجدول 14.10 : اختبار Newman-Keuls لمعطيات الجدول (9.10)

S = يَعتد به بمستوى 0.01 N = لا يُعتد به				S = يَعتد به بمستوى 0.05 N = لا يُعتد به			
بمجموعة				بمجموعة			
3	2	1		3	2	1	
		N	2			S	2
	S	N	3		S	N	3
S	N	N	4	S	N	S	4

أما عندما تكون المجموعات غير متساوية، فاختبار أنظمة المقارنة المتعددة أكثر محدودية. يمكن استخدام اختبار (Gabriel) في حالة المجموعات غير للتساوية والجدول (15.10) يبين نتائج اختبار Gabriel من أجل معطيات الـ Lactulose بعد إجراء تحويل الجذر التربيعي عليها. وهذا يبين أن مجموعة مرضى الإيدز تختلف جوهرياً عن مرضى HIV+ (دون أعراض) وعن المجموعة الشاهدة HIV-. من أجل معطيات الـ mannital، معظم طرائق المقارنة المتعددة لا تعطي فروقاً ذات اعتداد لأنها مصممة لتعطي واحداً فقط من أخطاء النوع الأول لدى تحليل الفغات، وهكذا عندما يكون اختبار F لا يُعتد به، فلا توجد مقارنات يُعتد بها أيضاً.

الجدول 15.10 : اختبار Gabriel لمعطيات اللاكتولوز وفق تحويل الجذر التربيعي

S = يَعتد به بمستوى 0.01 N = لا يُعتد به				S = يَعتد به بمستوى 0.05 N = لا يُعتد به			
بمجموعة				بمجموعة			
HIV+	ARC	AIDS		HIV+	ARC	AIDS	
		N	ARC			N	ARC
	N	N	HIV+		N	S	HIV+
N	N	N	HIV-	N	N	S	HIV-

## 10 ملحق: نسبة المتوسط إلى الخطأ المعياري

نعلم أن  $\bar{x}$  تنوزع تنوعاً طبيعياً بمتوسط  $\mu$  وتفاوت  $\sigma^2/n$ . إذن تنوزع الإحصائية  $(\bar{x} - \mu) / \sqrt{\sigma^2/n}$  وفق التوزيع الطبيعي المعياري بمتوسط 0 وانحراف معياري 1. كما



تتوزع الإحصائية  $s^2/\sigma^2$  ( $n-1$ ) وفق توزيع كاي مربع بـ  $n-1$  درجة من الحرية الملحق (A7). فإذا قسمنا المتغير الطبيعي المعياري على الجذر التربيعي لمتغير مستقل لكاي مربع، مقسوماً على درجة حريته نحصل على توزيع ستودنت:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{s^2/n}}}{\sqrt{\frac{(n-1)s^2/\sigma^2}{n-1}}} &= \frac{\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{s^2/n}}}{\sqrt{\frac{s^2}{\sigma^2}}} \\ &= \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \times \frac{s^2}{\sigma^2}}} \\ &= \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \times \frac{s^2}{\sigma^2}}} \\ &= \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \end{aligned}$$

ومنه نجد أن المتغير  $t$  يساوي متوسط العينة مقسوماً على الخطأ المعياري لها. إن أية كمية تتوزع توزيعاً طبيعياً، بمتوسط يساوي الصفر (مثل  $\bar{x}-\mu$ ) مقسومة على الخطأ المعياري لها، تتبع توزيع ستودنت بشرط أن يحسب الخطأ المعياري من مجموع مربعات واحد وبذلك يرتبط بتوزيع  $\chi^2$ .

#### M 10 أسئلة الاختيار من متعدد من 50 إلى 56

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

50. اختبار المزاوجة في توزيع ستودنت:

- أ - غير عملي من أجل العينات الكبيرة
- ب - مفيد في تحليل المعطيات الكيفية
- ج - ملائم للعينات الصغيرة جداً
- د - يستخدم في العينات المستقلة



## هـ - ينسب على التوزيع الطبيعي

51. أي من الشروط التالية يجب أن نضعها ليكون اختبار ستودنت للفرق بين متوسطي عيتين صحيحاً:

- أ - عدد المشاهدات يجب أن يكون نفسه في المجموعتين
- ب - الانحرافان المعياريان يجب أن يكونا تقريباً نفسهما في المجموعتين
- ج - يجب أن يكون متوسطا العيتين متساويين تقريباً
- د - يجب أن تكون المشاهدات مأخوذة من التوزيع الطبيعي على وجه التقريب
- هـ - يجب أن تكون العينات صغيرة

52. في تجربة سريرية لعيتين. كانت إحدى قياسات التجربة ذات اتجاه كبير. لاختبار الفرق بين مستويات هذه القياسات في مجموعتي المرضى. يمكن استخدام الطرائق التالية:

- أ - اختبار ستودنت المعياري باستخدام المشاهدات
- ب - التقريب الطبيعي إذا كانت العينة كبيرة
- ج - تحويل المعطيات إلى التوزيع الطبيعي واستخدام اختبار ستودنت
- د - اختبار الإشارة
- هـ - الخطأ المعياري للفرق بين نسبتيين

53. بتطبيق اختبار ستودنت في حالة عيتين، يمكن أن تؤثر، المحرفات المشاهدات عن التوزيع الطبيعي جديداً على صحة الاختبار إذا كانت:

- أ - أحجام العينات متساوية
- ب - توزيع المعطيات متجانس بشكل كبير
- ج - إحدى العيتين أكبر من الأخرى
- د - العيتان كبيرتان
- هـ - المعطيات تحيد عن التوزيع الطبيعي لأن وحدة القياس كبيرة، وقليل من القيم فقط ممكنة.



54. يبين الجدول (16.10) نتائج المقارنة بين المانحين الناجحين (أي المخصمين) للتنمية الصناعية وغير الناجحين. لقد استخلص المؤلفون أن التحليل المألوف للمسي يمكن أن يكون مؤشراً غير حساس أبداً للخصوبة العالية عند المتبرعين للانضمام الاصطناعي (AID):

أ - سيكون الجدول أكثر إعلاماً إذا كانت قيم  $P$  معطاة

ب - اختبار ستودنت هام للنتيجة المعطاة

ج - من الممكن أن يتوزع تعداد (الحيوانات المنوية) توزيعاً طبيعياً

د - إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، فتوزيع المعاناة لإحصائية الاختبار  $t$  لتعداد (الحيوانات المنوية) يمكن أن يزداد بالتحويل اللوغاريتمي

هـ - إذا كانت الفرضية الابتدائية غير صحيحة، فإن قوة اختبار ستودنت لتعداد المسي سيزداد بالتحويل اللوغاريتمي

الجدول 16.10 : تحليل السائل المنوي للمانحين الناجحين وغير الناجحين (Paraskevaides ورفاقه 1991)

المانحون الناجحون			المانحون الناجحون			
n	المتوسط	n	n	المتوسط	n	
(0 91)	2.91	19	(1.28)	3.14	17	الحجم بالمل
(81.8)	124.8	19	(95.7)	146.4	18	تعداد الحيوانات المنوية ( $10^6$ / مل)
(12.8)	58.5	19	(9.7)	60.7	17	% الحركة
(8.5)	20.3	16	(8.4)	22.8	13	% التشكل غير الطبيعي

جميع الفروق لا يحد 14، احجار ستودنت

55. إذا أخذنا عينات حجم الواحدة  $n$  من مجتمع طبيعي وحسبنا متوسط العينة  $\bar{x}$  والتفاوت  $s^2$  فإن:

أ - العينات التي تكون فيها قيم  $\bar{x}$  كبيرة تقتضي أن تكون قيم  $s^2$  كبيرة

ب - توزيع المعاناة لـ  $\bar{x}$  سيكون طبيعياً

ج - توزيع المعاناة لـ  $s^2$  يرتبط بتوزيع كاي مربع بـ  $(n - 1)$  درجة من الحرية

د - النسبة  $\bar{x} / \sqrt{s^2 / n}$  تتبع توزيع ستودنت بـ  $(n - 1)$  درجة من الحرية

هـ - توزيع المعاناة لـ  $s$  يتبع التوزيع الطبيعي على وجه التقريب إذا كانت  $n > 20$ .



56. لدى تحليل جدول التفاوت باتجاه واحد عند مقارنة ثلاث مجموعات فإن:

أ - مربع متوسط المجموعة + مربع متوسط الخطأ = مربع المتوسط الكلي

ب - توجد درجتان من الحرية للمجموعات

ج - مجموعة المربعات + مجموع أخطاء المربعات = المجموع الكلي للمربعات

د - يجب أن تكون أعداد عناصر المجموعات متساوية

هـ - مجموعة درجات الحرية + خطأ درجات الحرية = العدد الكلي لدرجات الحرية.

### 10 تمرين: طريقة المزوجة في توزيع ستيفنت

يبين الجدول (17.10) توازن المطاوعة الكلي للجهاز التنفسي، وخيمة الأكسجين الشريانية ( $Pa(O_2)$ ) لـ 16 مريضاً في العناية المشددة (بحث التواصل الشخصي: السعدي). كان المرضى يساعدون بالتنفس الاصطناعي. والسؤال الآن هل يمكن أن يتحسن التنفس لديهم بتغيير شروط تدفق الهواء. يبين الجدول (19.10) مقارنة بين الإنعاش بالتدقيق الموجي الثابت، والإنعاش بالتدقيق الموجي المتباطي. سنتفحص تأثير الشكل الموجي على المطاوعة.

الجدول 17.10: قيم  $Pa(O_2)$  والمطاوعة لشكلين من التدفق الموجي للإنعاش

المرص	$Pa(O_2)$ (kpa)		المطاوعة (ml/cm H <sub>2</sub> O)	
	ثابت	متباطي	ثابت	متباطي
1	9.1	10.8	65.4	72.9
2	8.8	9.9	73.7	94.4
3	6.7	7.2	37.4	43.3
4	8.1	7.9	26.3	29.0
5	16.2	17.0	66.0	66.4
6	11.5	11.6	35.2	36.4
7	7.9	8.4	24.7	27.7
8	7.2	10.0	23.0	27.5
9	17.7	22.3	138.2	178.2
10	10.5	11.1	38.4	39.3
11	9.5	11.1	29.2	31.8
12	13.7	11.7	28.3	26.9
13	9.7	9.0	46.6	45.0
14	10.5	9.9	61.5	58.2
15	6.9	6.3	25.7	25.7
16	18.1	13.9	48.7	42.3

1. احسب التغيرات في المطاوعة. أوجد مخطط الساق والورقة. (إرشاد: ستحتاج إلى السطر الصفري، وللسطر ما دون الصفري).



2. لاختبار شرعية استخدام طريقة ستيودنت، أنشئ مخطط الفروق بدلالة متوسط المطاوعة للمختبرين. هل تلاحظ وجود علاقة بينهما.
3. احسب المتوسط والتفاوت والانحراف المعياري والخطأ المعياري لمتوسط فروق المطاوعة.
4. رغم ان فروق المطاوعة بعيدة عن التوزيع الطبيعي، عين بمستوى 95% مجال الثقة لهذه الفروق، باستخدام توزيع ستيودنت. قارن هذا مع المعطيات المحولة.
5. أوجد لوغاريتمات المطاوعة، ثم أعد الخطوات 1 و 2 و 3. هل تنطبق شروط طريقة توزيع ستيودنت هنا بشكل أفضل.
6. عين بمستوى 95% مجال الثقة للوغاريتم الفرق، ثم أجر التحويل إلى القيم الأصلية. ماذا يعني هذا؟ وكيف يُقارن مع المجال المحسوب من المعطيات غير المحولة؟
7. ماذا يمكن أن نستنتج بشأن تأثير الشكل الموجي للتنفس على توازن المطاوعة لدى المرضى في العناية المشددة.



### Scatter diagrams

### 1.11 المبيان التبصري

سنحاول في هذا الفصل النظر في مجموعة الطرق التي تحلل العلاقة بين متغيرين كميّين. لنأخذ بعين الاعتبار الجدول (1.11) الذي يبين مجموعة من المعطيات (البيانات) على مجموعة من طلاب الطب في صف علم وظائف الأعضاء (الفيزيولوجيا). إن التدقيق في هذه المعطيات يوحي بإمكان وجود علاقة بين المتغير  $FEV_1$  وطول الطالب. وقبل البدء بتكميم هذه العلاقة بين المتغيرين يمكننا أن نخطط (نرسم) متغير الطول مقابل المتغير  $FEV_1$  لأخذ فكرة عن طبيعة العلاقة بين هذين المتغيرين. من الأشكال البيانية المألوفة المبيان التبصري الفقرة (5.6). إن اختيار المتغير للمحور الموافق يتوقف على فكرتنا عن أولوية العلاقة بين المتغيرين، كما سنناقش هذا لاحقاً. يبين الشكل (1.11) المبيان التبصري بين المتغير  $FEV_1$  وطول الطالب.

توضح معاينة هذا الشكل أن  $FEV_1$  يزداد بازدياد طول الطالب. في الخطوة الثانية سنحاول احتطاط أفضل خط يمثل لهذه العلاقة، إن أبسط الخطوط هو الخط المستقيم علماً أننا سنأخذ بعين الاعتبار في الفصل السابع عشر خطوطاً أكثر تعقيداً.

---

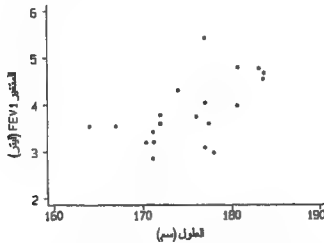
\*  $FEV_1$ : Forced expiratory volume in one second - حجم الزفير القسري بالثانية.



الجدول 1.11: المتغير FEV1 ومتغير الطول لـ 20 طالب طب

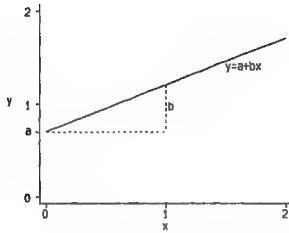
FEV1 (لتر)	طول الطالب (سم)	FEV1 (لتر)	طول الطالب (سم)	FEV1 (لتر)	طول الطالب (سم)
164.0	3.54	172.0	3.78	178.0	2.98
167.0	3.54	174.0	4.32	180.7	4.80
170.4	3.19	176.0	3.75	181.0	3.96
171.2	2.85	177.0	3.09	183.1	4.78
171.2	3.42	177.0	4.05	183.6	4.56
171.3	3.20	177.0	5.43	183.7	4.68
172.0	3.60	177.4	3.60		

إن معادلة الخط المستقيم بين متغيرين  $x$  و  $y$  هي من الشكل  $y = a + bx$  حيث  $a$ ،  $b$  ثوابت عددية. يدعى  $a$  قيمة الترتيب في المبدأ ونحصل على قيمته بإعطاء المتغير  $x$  القيمة 0. ويدعى الثاني  $b$  ميل الخط المستقيم وهو يمثل تزايد المتغير  $y$  عندما يتزايد  $x$  بمقدار الوحدة. ويوضح الشكل (2.11) المعنى الهندسي لكل من الثابتين  $a$  و  $b$ . يمكننا بتحليل الانكفاء إيجاد قيمتي  $a$  و  $b$  التي تعطيان أفضل تلاؤم (fit) مع المعطيات.



الشكل 1.11 : المبيان التبعري للبين للعلاقة بين المتغير FEV1 وطول الطالب مجموعة من طلاب الطب





الشكل 2.11 : معاملا الخط المستقيم (المعنى الهندسي)

## Regression

## 2.11 الانكفاء

الانكفاء هو طريقة لتقدير العلاقة العددية بين متغيرين. فعلى سبيل المثال نود معرفة المتوسط أو القيمة المتوقعة (expected value) للمتغير FEV1 لطالب ذي طول معطى. وكذلك ما هو تزايد المتغير FEV1 المقرون بتزايد مقداره الوحدة في طول الطالب.

يعود إطلاق اسم (Regression) (الانكفاء) للعالم غالتون (Galton) عام 1886، والذي طور تقنية لكشف اللثام عن العلاقة بين أطوال الأبناء الذكور وآبائهم. لاحظ غالتون أنه عندما نختار عينة من أطوال الآباء فإن متوسط أطوال آبائهم سيقترب من متوسط طول المجتمع الإحصائي (مجتمع أطوال الأبناء) عوضاً عن متوسط أطوال الآباء. بكلمات أخرى، الآباء الطول يسعون لأن يكونوا أطول من آبائهم. ونجد أن أبناء الآباء طوال القامة أقل طولاً من آبائهم بينما أبناء الآباء قصار القامة أكثر طولاً من آبائهم. وحدد غالتون هذه الظاهرة بقوله "انحدار نحو المعدل" وهذا يعني العودة باتجاه المعدل وندعو حالياً هذه الظاهرة الانكفاء نحو المتوسط (الفقرة 4.11). وندعو الطريقة التي نؤصلنا لمستقيم الانكفاء بتحليل الانكفاء ومنها اشتق هذا الاسم. ومع ذلك يوجد في مجموعة المصطلحات التي استخدمها غالتون لفظ اللانكفاء (no regression) إذا كانت العلاقة بين المتغيرين هي



بحيث أن أحد المتغيرين يُنسى بالآخر تماماً، وفي المصطلحات الحديثة نقول أنه لا يوجد انكفاء إذا كان لا يوجد أي علاقة بين المتغيرين المدروسين.

ومن خلال مسائل الانكفاء نهتم بكيفية استخدام أحد المتغيرين للتنبؤ بالمتغير الآخر ففي حالة المتغير FEV1 وطول الطالب، نهتم على سبيل المثال بتقدير متوسط المتغير FEV1 بدلالة طول الطالب، أكثر من اهتمامنا بمتوسط الطول إذا علمت قيمة للمتغير FEV1. يوجد نوعان من المتغيرات: المتغير الناتج وهو الذي نحاول أن نتنبأ بقيمته وهو في هذه الحالة المتغير FEV1، والمتغير المنبئ أو المُبين وفي حالتنا طول الطالب، وندعو الأخيرة غالباً بالمتغير المستقل، كما ندعو المتغير الناتج بالمتغير التابع. مع ذلك للمصطلحين الآخرين معاني أخرى في نظرية الاحتمالات ولذلك سنحاول عدم استعمالها. إذا رمزنا للمتغير المنبئ بالرمز  $X$  وللمتغير الناتج بالرمز  $Y$  عندها نكتب العلاقة الخطية كما يلي:

$$Y = a + bX + E$$

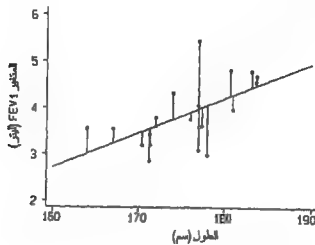
بحيث أن  $a$ ،  $b$  ثوابت و  $E$  متغير عشوائي (random variable) بمتوسط 0، وندعوه الخطأ المرتكب (error)، والذي يمثل الجزء من تغيرية المتغير  $Y$  (variability) الذي لا يمكن تفسيره بالعلاقة الخطية بين  $X$  و  $Y$ . أما إذا كان متوسط المتغير العشوائي  $E$  لا يساوي الصفر فيمكننا أن نجعله كذلك بتعديل قيمة  $a$ .

### 3.11 طريقة المربعات الصغرى The method of least squares

إذا توضحت جميع النقاط المدروسة على الخط المستقيم عندها لا يوجد لدينا أي تغير عشوائي، وبالتالي من السهولة رسم هذا الخط المستقيم على المبيان التبعثري. لا يمثل الشكل (1.11) ما ذكرناه قبل قليل، وذلك لوجود العديد من القيم الممكنة للثوابت  $a$ ،  $b$  والتي يمكنها أن تمثل البيانات ولذلك نحتاج لمعيار في اختيار أفضل مستقيم. يبين الشكل (3.11) الانحراف عن المستقيم، وهي المسافة بين النقطة والمستقيم توازياً مع المحور  $OY$ . سيلازم المستقيم بشكل جيد المعطيات إذا كانت الانحرافات عنه صغيرة، وسيلازمها بشكل سيئ إذا كانت هذه الانحرافات كبيرة. تمثل هذه الانحرافات الخطأ المرتكب، وهو الجزء من المتغير  $Y$  غير المُفسر بالمتغير  $X$ . إن أحد حلول مسألة إيجاد أفضل خط هو ذلك المستقيم الذي يجعل



تغيرية المتغير  $Y$  غير المُفسرة بالمتغير  $X$  صغيرة وذلك بأخذ الحد الأصغر لتفاوت  $E$  (variance). وسنسم إنحاز ذلك يجعل مجموع الانحرافات عن المستقيم أصغر ما يمكن. ندعو هذه الطريقة بطريقة المربعات الصغرى والمستقيم الناتج عنها بمستقيم المربعات الصغرى (least squares line).



الشكل 3.11 : الانحرافات عن المستقيم وفق المنحى  $y$

تعد طريقة المربعات الصغرى أفضل طريقة إذا كان توزيع الانحرافات عن المستقيم توزيعاً طبيعياً مع تفاوت منتظم (uniform) على طول المستقيم. من الممكن أن يكون الأمر كذلك، إذ أن الانكفاء يسعى إلى حذف التغيرات بين المختبرين في عبارة  $Y$ ، والإبقاء على خطأ القياس الذي يمكن أن يكون توزيعه طبيعياً. سأتعامل مع هذه الحيوذات عن هذه الافتراضات في الفقرة (8.11).

يحل العديد من الإحصائيين مسألة إيجاد الحد الأصغر لتباين الانحرافات باتجاه واحد فقط. لكن عادةً يمكن للمتغيرين المقاسين أن يقرنا بخطأ مرتكب، وبالتالي فإننا نتجاهل الخطأ المرتكب في قياس المتغير  $X$ . لماذا لا نوجد حل لمسألة الحد الأصغر باتجاه المسافات الأفقية على المستقيم بدلاً من المسافات الشاقولية؟ يوجد سببان لهذا، أولاً وجدنا أفضل تقدير للمتغير  $Y$  من القيم المشاهدة (observed) للمتغير  $X$  وليس من القيم الحقيقية للمتغير  $X$  إن وجود الخطأ في قياس المتغيرين هو أحد أسباب انحراف النقط عن المستقيم المقدّر (مستقيم



المربعات الصغرى) وهو متضمن في الانحرافات المُقاسة في الاتجاه  $Y$ . ثانياً يعتمد المستقيم الناتج عن طريقة المربعات الصغرى على وحدات القياس للمتغيرات المُقاسة. فمن أجل البيانات الموجودة في الجدول (1.11) نكتب معادلة المستقيم الناتج

$$\text{الطول (سم)} \times 0.075 + \text{FEV1} = -9.33 \text{ (ليتر)}$$

وإذا قسمنا الطول بالمتر عوضاً عن سم نحصل على المعادلة التالية:

$$\text{الطول (م)} \times 22.0 + \text{FEV1} = -34.70 \text{ (ليتر)}$$

وباستخدام هذه الطريقة (طريقة المربعات الصغرى) فإن القيمة المتنبأة للمتغير FEV1 للطالب ذي الطول 170 سنتيمتر تساوي 3.42 ليتر، ولكن من أجل الطالب ذي الطول 1.70 متر فإن القيمة المقدرة تساوي 2.70 ليتر. وهذا غير مرضي وضوحاً ولذلك لن ننهج ذلك بعد الآن.

لنعد إلى الشكل (3.11)، يمكن إيجاد معادلة المستقيم الذي يعمل مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير  $Y$  عن هذا المستقيم أصغرياً، بطريقة سهلة الفقرة (A.11). ويكون الحل:

$$\begin{aligned} b &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \\ &= \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} \\ &= \frac{\text{مجموع الجداءات حول متوسط كل من } X \text{ و } Y}{\text{مجموع المربعات حول متوسط } X} \end{aligned}$$

ونحسب عندئذ الترتيب في المبدأ (a) بالعلاقة:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

لاحظ مرور المستقيم السابق من النقطة  $(\bar{x}, \bar{y})$ ، ونلاحظ أن مجموع الجداءات حول المتوسط يشابه مجموع المربعات حول المتوسط المستخدمة في تعريف التفاوت. يوجد شكل ثانسي وهو أكثر سهولة في العمل الحسابي وذلك في الفقرة (B 4). سنحاول التمعن في



خواص مجموع الجداءات عند مناقشة معامل الارتباط (correlation). تدعى ملائمة الخط المستقيم بهذه الطريقة بالانكفاء الخطي البسيط.

تدعى المعادلة الرياضية  $Y = a + bX$  معادلة انكفاء  $Y$  على  $X$ ، حيث  $Y$  المتغير الناتج و  $X$  المتغير المُنبأ. ندعو الميل  $b$  بمعامل الانكفاء ونحسب هذا المعامل للمعطيات الموجودة في الجدول (1.11) لدينا:

$$\begin{array}{lll} \sum x_i = 3507.6 & \sum x_i^2 = 615739.24 & n = 20 \\ \sum y_i = 77.12 & \sum y_i^2 = 306.8134 & \sum x_i y_i = 13568.18 \\ \bar{x} = 3507.6/20 = 175.38 & & \bar{y} = 77.12/20 = 3.856 \end{array}$$

$$X = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = 615739.24 - \frac{3507.6^2}{20} = 576.352$$

$$Y = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} = 306.8134 - \frac{77.12^2}{20} = 9.43868$$

$$\begin{aligned} \text{مجموع الجداءات حول المتوسط} &= \sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n} \\ &= 13568.18 - \frac{3507.6 \times 77.12}{20} = 42.8744 \end{aligned}$$

لا نحتاج حالياً لحساب مجموع مربعات  $Y$  ولكن سنحسبها لاحقاً.

$$b = \frac{42.8744}{576.352} = 0.074389 \text{ (ليتر/سم)}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 3.856 - 0.074389 \times 175.38 = -9.19 \text{ ليتر}$$

وبالتالي نكتب معادلة الانكفاء للمتغير FEV1 بدلالة طول الطالب:

$$\text{FEV1} = -9.19 + 0.0744 \times \text{طول الطالب}$$

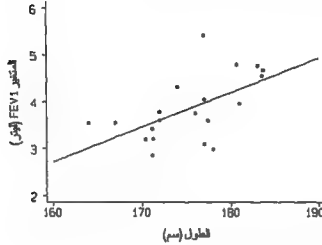
يبين الشكل (4.11) مستقيم الانكفاء الخطي على المبيان التبصري.

تتوقف أبعاد العاملين  $a$  و  $b$  على أبعاد  $X$  و  $Y$ . فإذا غرنا وحدات قياس كل من  $X$  و  $Y$  فإن قيمتي كل من  $a$  و  $b$  ستتغيران، ولكن لن نغير المستقيم نفسه. على سبيل المثال، إذا تم قياس طول الطالب بالأمتار فإننا نقسم قيم المتغير  $X$  أي  $x_i$  على 100 فنجد أن  $b$  قد ضربت بـ 100 لتعطي  $b = 7.4389$  ليتر/متر وتعطى معادلة المستقيم كما يلي:



$$\text{FEV1 (لتر)} = -9.19 + 7.44 \times (\text{متر})$$

وهذا نفس المستقيم المنشأ على المبيان التبعثري.



الشكل 4.11 : انكفاء المتغير FEV1 بدلالة طول الطالب

#### 4.11 الانكفاء لمتحول $X$ على متحول $Y$

##### The regression of $X$ on $Y$

ماذا يحدث لو بادلنا بين المتغير الناتج والمتغير المُنبئ؟ تعطى معادلة الانكفاء لطول الطالب بدلالة المتغير FEV1 بالشكل:

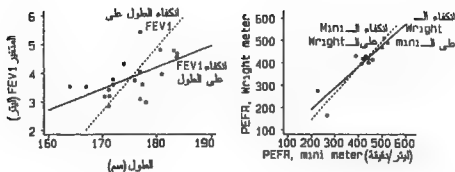
$$\text{الطول} = 158 + 4.54 \times \text{FEV1}$$

تختلف المعادلة الأخيرة عن معادلة انكفاء المتغير FEV1 بدلالة طول الطالب ولأجل هذا إذا أصلحنا المعادلة السابقة بتقسيم طرفيها على 4.54 فإننا سنحصل على

$$\text{الطول} \times 0.22 + 34.8 = \text{FEV1}$$

إن ميل مستقيم الانكفاء للطول بدلالة المتغير FEV1، أكبر من ميل مستقيم الانكفاء للمتغير FEV1 بدلالة الطول (الشكل (5.11)). بشكل عام فإن ميل مستقيم الانكفاء للمتغير  $X$  بدلالة  $Y$  أكبر منه لـ  $Y$  عندما يكون  $X$  المحور الأفقي. أما إذا كانت جميع النقاط متوضعة على مستقيم الانكفاء فإن المعادلتين السابقتين متطابقتان.





الشكل 5.11 : مستقيما الانكفاء

يوضح الشكل (5.11) أيضاً قياسات PEFR من الجدول (2.10)، مع مستقيمي الانكفاء. نأخذ معادلتى الانكفاء الشكل التالي:  $Wright = 1.54 + 0.96 \times mini$  و  $mini = 73.54 + 0.86 \times Wright$  أنه إذا أخذ المختبر قيمة معلومة لـ mini meter فإن القيمة المتنبأ بها لقياس wright meter ستكون أقرب للمتوسط من قياس mini meter، وإذا أخذ المختبر قيمة معلومة للمتغير: wright meter فإن القيمة المتنبأ بها لقياس mini meter ستكون أقرب للمتوسط منها إلى قياس wright meter. وهذا هو الانكفاء باتجاه المتوسط الفقرة (2.11). يعتبر الانكفاء نحو المتوسط مجرد ظاهرة إحصائية تنتج من اختيار قيمة معطاة للمتغير المتنبأ ومن العلاقة غير التامة بين المتغيرات. من الممكن أن يتضح مفهوم الانكفاء نحو المتوسط بواسطة عدة طرق. فعلى سبيل المثال إذا قسنا (ضغط الدم) لمجموعة عشوائية من الناس، ثم لنختار مجموعة من الأفراد ذوي ضغط عالي، أي إن ضغطهم الانبساطي  $mm\ Hg < 95$ ، بعد ذلك قسنا الضغط الدموي مرة ثانية للزمرة ذات الضغط الانبساطي العالي عندئذ سيكون هذا الضغط أقل في المرة الثانية عن المرة الأولى، بدون إجراء أي مداخل جراحية أو علاج، إن هذا الهبوط الظاهري في مستوى الضغط يتعلق بالاختيار الابتدائي الأول.

## 5.11 الخطأ المعياري لمعامل الانكفاء

### The standard error of the regression coefficient

في أي عملية تقدير، نريد أن نعرف كيف تكون القيم الحقيقية للمقدرات؟ ولهذا فإننا نوجد أخطاءها المعيارية وبالتالي بحالات الثقة لها. ونستطيع أيضاً أن نختبر فرضيات على هذه



العوامل، على سبيل المثال، الفرضية الابتدائية هي التي يكون فيها ميل المستقيم صفر وعندما لا يوجد علاقة انكفاء خطي بين المتحولين المدروسين. لمزيد من التفاصيل ارجع للفقرة (C11). سنوجد أولاً مجموع مربعات الانحرافات عن المستقيم، أي الفرق بين القيم المُشاهدة ( $y_i$  observed) والقيم المتنبأ بها من مستقيم الانكفاء وسيكون هذا المجموع من الشكل:

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 - b^2 \sum (x_i - \bar{x})^2$$

بحيث أن  $\sum (y_i - \bar{y})^2$  هو المجموع الكلي للمربعات حول متوسط القيم  $y_i$ . ويدعى الحد  $b^2 \sum (x_i - \bar{x})^2$  مجموع المربعات الناتج عن انكفاء على  $X$ . والفرق بين هاتين القيمتين هو مجموع المربعات المتبقية أو مجموع المربعات حول الانكفاء. تدعى النسبة: مجموع المربعات الناتجة عن الانكفاء مقسومة على المجموع الكلي للمربعات، نسبة التفسيرية المُفسرة بالانكفاء.

نعلم أنه لتقدير التفاوت نحتاج إلى درجة الحرية والتي نستخدمها للتقسيم على مجموع المربعات. في مسألة الانكفاء، لم نقدر وسيط واحد فقط انطلاقاً من البيانات، كما في مسألة مجموع المربعات حول المتوسط الفقرة (4.6)، ولكن قدرنا وسيطين  $a$  و  $b$ . ولهذا فإننا نخسر درجتين حرية، ويبقى لدينا  $n - 2$  درجة حرية. ولذلك فإن تفاوت المتحول  $Y$  حول المستقيم والذي يدعى التفاوت المتبقي يأخذ الشكل التالي:

$$s^2 = \frac{1}{n-2} \left( \sum (y_i - \bar{y})^2 - b^2 \sum (x_i - \bar{x})^2 \right)$$

من أجل بيانات FEV1 فإن مجموع المربعات الناتجة من الانكفاء  $3.18937 = 576.352 \times 0.0743892$  ومجموع المربعات حول الانكفاء  $6.24931 = 9.43868 - 3.18937$  ويوجد لدينا  $18 = 20 - 2$  درجة حرية ولهذا فإن التباين المعياري حول الانكفاء  $0.34718 = 6.24931 / 18$ . ويعطى الخطأ المعياري الموافق لـ  $b$ .

$$SE(b) = \sqrt{\frac{s^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{0.34718}{576.352}} = 0.02454 \text{ لتر/اسم}$$



لقد افترضنا أولاً أن الخطأ  $E$  يتبع توزيعاً طبيعياً ولهذا فإن  $b$  أيضاً له التوزيع الطبيعي. يعتمد الخطأ المعياري على مجموع وحيد هو مجموع المربعات ولهذا فإن  $b/SE(b)$  هي قيمة مشاهدة مأخوذة من توزيع  $t$  (توزيع ستودنت) بـ  $n - 2$  درجة حرية الفقرة (1.10). على سبيل المثال، لدينا 18 درجة حرية (في مثال FEV1) من الجدول (1.10)، النقطة المقابلة لـ 5% من توزيع ستودنت هي 2.10 ولهذا يُعطى 95% مجال ثقة لـ  $b$  بالشكل: من  $0.074389 - 2.10 \times 0.02454$  إلى  $0.074389 + 2.10 \times 0.02454$  أو من 0.02 إلى 0.13 (litre/cm). يمكننا أن نرى أن المتحولين FEV1 وطول الطالب متعلقين ببعضهما، على الرغم من أن الميل غير مقلد بشكل جيد.

ويمكننا أن نختبر الفرضية الابتدائية التي تقول: في المجتمع الإحصائي، إن قيمة ميل مستقيم الانكفاء مساوية للصفر مقابل الفرضية البديلة القائلة أن قيمة الميل لا تساوي الصفر، والعلاقة عندها لها اتجاه آخر. إن إحصاء الاختبار هو  $b/SE(b)$  وعندما تكون الفرضية الصفرية صحيحة فإن هذا الإحصاء يتبع التوزيع  $t$  (توزيع ستودنت) بـ  $n - 2$  درجة حرية. ففي مثالنا نجد:

$$t = \frac{b}{SE(b)} = \frac{0.074389}{0.02454} = 3.03$$

ومن الجدول (1.10)، فإن هذه القيمة تقابل قيمة احتمالية أقل من 0.01. وبخبرنا الحاسوب أن القيمة الاحتمالية المقابلة حوالي 0.007. ولهذا فإن البيانات غير متوافقة مع الفرضية الصفرية وأنها تزودنا بوجود علاقة واضحة بين المتغيرين. إذا كان حجم العينة أكبر فإنه يمكننا أن نبدل توزيع  $t$  ستودنت بالتوزيع الطبيعي المعياري.

## 6.11 استخدام مستقيم الانكفاء للتنبؤ

### Using the regression line for prediction

يمكننا استخدام معادلة الانكفاء لتنبأ بالمتوسط أو القيمة المتوقعة للمتحول  $Y$  من أجل قيمة معلومة للمتحول  $X$ . وهذا ما ندعوه بتقدير الانكفاء للمتحول  $Y$ . ويمكننا استخدام هذه الطريقة لمقارنة الفرق بين القيمة المشاهدة لوحدة إحصائية ما وبين القيمة المقدرة المقابلة لها



من مستقيم الانكفاء علماً أن القيمة  $X$  معلومة. على سبيل المثال، إن القيمة المتنبأ بها للمتحول FEV1 للطلاب ذوي الطول 177 هي  $177 \times 0.0744 + 9.9 = 3.98$  لتر. لدينا ثلاث وحدات إحصائية. تساوي القيمة المشاهدة للوحدة الإحصائية الأولى، للمتحول FEV1 5.43 لتر، أي أكبر بـ 1.45 لتر من القيمة المتوقعة. تساوي القيمة الثانية 3.09 أي أقل بـ 0.89 لتر من القيمة المتوقعة أما الثالثة فتساوي 4.05 فهي قريبة جداً من القيمة المتوقعة. ويمكننا استخدام ذلك سريراً لضبط (adjust) وظيفة الرئة المقاسة بدلالة الطول وهكذا نحصل على فكرة أفضل حول حالة المريض. من المؤكد أنه يجب استعمال عينة عشوائية أكبر حجماً لبناء تقدير دقيق لمعادلة الانكفاء الخطي. يمكننا أيضاً استخدام طرق متنوعة لضبط المتحول FEV1 كنائب للطول وذلك بمقارنة مجموعات مختلفة الفقرة (1.17)، بحيث نغذف التباين في المتغير FEV1 الناتج عن تغير الطول ونسمح للفروق الموجودة بين متوسطات المجموعات المختلفة. ربما نرغب بمقارنة الحالة النفسية للمرضى الخاضعين لعلاجات مختلفة، أو لمقارنة المرضى بمرض تنفسي المعرضين لعوامل بيئية مختلفة، كتلوث الهواء وتدخين السجائر... الخ.

وكما في جميع مقدرات العينة، يخضع تقدير الانكفاء إلى تغير الاعتبار (Sampling) ونقدر دقة ذلك التقدير بالخطأ المعياري ومجالات الثقة بالطرق المعروفة. يُعطى الخطأ المعياري للقيمة المتوقعة لـ  $Y$  إذا علمت القيمة المشاهدة  $x$  بالعلاقة التالية:

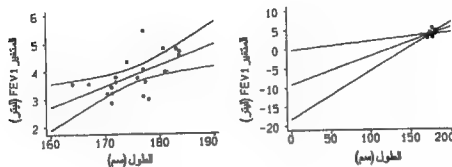
$$SE(\text{متوسط } Y \text{ علماً أن } X \text{ معطى}) = \sqrt{s^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right)}$$

وذلك دون الخوض في التفاصيل الجبرية لهذه العلاقة. فهذه التفاصيل مشاهدة تماماً لتلك الموجودة في الفقرة (C11). من أجل  $x = 177$  لدينا:

$$SE(X = 177 \text{ علماً أن } Y \text{ متوسط}) = \sqrt{0.34718^2 \left( \frac{1}{20} + \frac{(177 - 175.38)^2}{576.352} \right)} = 0.138$$



نستنتج من ذلك 95% مجال ثقة من  $3.98 - 2.10 \times 0.138$  إلى  $3.98 + 2.10 \times 0.138$  والذي يعطي من 3.69 ليتر إلى 4.27 ليتر، بحيث تمثل القيمة 3.98 القيمة المقدرة والقيمة 2.10 تلك القيمة التي نحصل عليها من جدول توزيع ستودنت  $t$  عند مستوى اعتداد 5% بـ  $n - 2 = 18$  درجة حرية.



الشكل 6.11 : مجالات الثقة لتقدير الانكفاء الخطي

يكون الخطأ المعياري أصغر ما يمكن عند القيمة  $x = \bar{x}$  (القيمة المتوسطة)، ويزداد هذا الخطأ كلما ابتعدنا عن النقطة  $\bar{x}$  في أي اتجاه كان، (سواء كان على اليمين أو على اليسار). من الأفضل أن نختط (الخطأ المعياري) و95% مجال ثقة على المبيان التبصري ومستقيم الانكفاء. يبين الشكل (6.11) ما ذكرناه على مجموعة البيانات المتعلقة بالمتحول FEV1. نلاحظ أن خطوط مجال الثقة تتباعد كلما اتجهنا باتجاه أطراف البيانات، لذلك يوجد مخاطرة لا بأس بها من إجراء عملية توفيق للنقط الموجودة بعد النقط المشاهدة (extrapolate). ليس فقط لأن الأخطاء المعيارية كبيرة ولكن لأنه لا يمكننا افتراض أن تبقى العلاقة خطية بين هذين المتحولين.

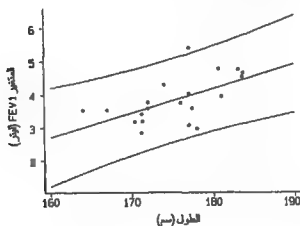
تعبر قيمة  $\alpha$  حالة خاصة، وهي تمثل القيمة المتنبأ بها للمتحول  $Y$  من أجل  $x = 0$ ، لا يمكن أن يكون لدينا طالب طب ذو طول مساوي للصفر مع 9.19- ليتر للمتحول FEV1. يبين الشكل (6.11) أيضاً مجال الثقة لتقدير الانكفاء الخطي بوجود وحدات قياس صغيرة وذلك لرؤية نقطة التقاطع مع المحور  $Y$ . ونلاحظ أن مجال الثقة عريض جداً عندما يكون طول الطالب مساوياً للصفر، ولا يمكننا من خلال ذلك اعتبار التقدير الخطي فاشل. يمكننا أيضاً استخدام معادلة الانكفاء الخطي للمتحول  $Y$  بدلالة  $X$  للتنبؤ بالمتحول  $X$  من



خلال المتحول  $Y$ . مع ذلك إن هذا التنبؤ أقل دقة من عملية تنبؤ المتحول  $Y$  بدلالة  $X$ . على سبيل المثال، إذا استخدمنا انكفاء متحول الطول بدلالة المتحول FEV1 الشكل (5.11)، حتى نتنبأ بالمتحول FEV1 لتلك الموضوعات التي يكون فيها الطول مساوياً لـ 177cm، فنحصل على قيمة متنبأ بها قدرها 4.21 ليتر مع خطأ معياري قدره 0.255. وغالباً ما يكون هذا الخطأ أكبر بمرتين من الخطأ المعياري الناتج من انكفاء المتحول FEV1 على طول الطالب. ولهذا إذا كنّا لا نجزم في كيفية اختيار المتغير الناتج والمتغير المُتنبأ، عندئذٍ يجب أن يكون المتغير الناتج ذلك المتغير الذي نرغب بالتنبؤ به. إذا كان لا يوجد انحرافات في قيم المتحول  $X$  المحقق لفرضيات التوزيع الطبيعي والتباين المنتظم وبالتالي لا يمكن أن نلائم النموذج  $X = a + bY$ ، فيجب علينا أن نحصل على تنبؤ للمتحول  $X$  من خلال انكفاء المتحول  $Y$  على المتحول  $X$ . وهذا ما يحدث إذا كان  $X$  مثبتاً مسبقاً، مثلاً جرعة الدواء. (الجرعات ثابتة مسبقاً من قبل الباحث).

وعوضاً عن التنبؤ بالقيمة المتوقعة  $Y$  من أجل قيمة معطاة لـ  $X$ ، نرغب أحياناً بالتنبؤ بقيمة  $Y$  التي نلاحظها لقيمة معطاة لـ  $X$ . وبكلام آخر، نرغب أحياناً باستخدام قيمة  $X$  المُختبر ما لتقدير تلك القيمة  $Y$  لهذا المختبر، مسألة معايرة. تشابه مسألة التقدير هذه مسألة تقدير الانكفاء الخطي، ولكن سيكون الخطأ المعياري أكبر بكثير:

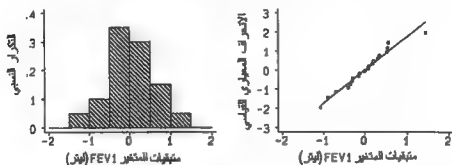
$$SE(X \text{ علماً أن } Y) = \sqrt{s^2 \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2} \right)}$$



الشكل 7.11: مجال ثقة لمشاهدات جديدة



فمن أجل طالب بطول قدره 177 cm، فإن القيمة المتنبأ بها للمتغير FEV1 هي 3.98 لتر بخطاً معياري قدره 0.605. يبين الشكل (7.11) الدقة في عملية التنبؤ لملاحظات أخرى. وكما يمكن أن نتوقع، فإن 95% مجال ثقة يحتوي على جميع الملاحظات الـ 20 ما عدا واحدة. وهذا مناسب ومفيد للتنبؤ في الحالة التي يكون فيها التباين المتبقي  $\sigma^2$  صغيراً.

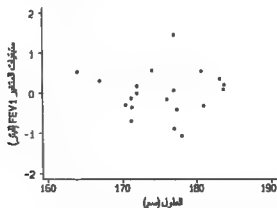


الشكل 8.11 : توزيع المتبقيات لبيانات المتغير FEV1

## Analysis of residuals

## 7.11 تحليل المتبقيات

من المفيد فحص المتبقيات، وهي الفروق بين القيم المشاهدة والقيم المتنبأ بها للمتغير  $Y$ . وهذا أفضل تمثيل بياني لها. نستطيع فحص فرضية التوزيع الطبيعي للمتبقيات بالنظر إلى المنسج (المدرج التكراري) أو إلى الاختطاط الطبيعي الفقرة (7.5). يبين الشكل (8.11) هذين التمثيلين لمعطيات FEV1. نلاحظ أن عملية الملاحظة جيدة تماماً.



الشكل 9.11 : المتبقيات بدلالة الطول لبيانات المتغير FEV1



يبين الشكل (9.11) احتطاط المتبقيات بدلالة المتغير المُنبئ. سيساعد هذا الاحتطاط على تحري الحيود عن الصفة الخطية. على سبيل المثال، إذا كانت العلاقة الحقيقية بين المتغيرين تربيعية، وبالتالي تزداد قيم  $Y$  بشكل أسرع من ازدياد قيم  $X$ ، عندها يمكننا أن نرى المتبقيات أقرب إلى  $X$  منها إلى  $Y$ . تسعى قيم  $X$  الكبيرة منها والصغيرة ليكون لها متبقيات موجبة بينما تأخذ القيم المركزية متبقيات سالبة. يبين الشكل (9.11) عدم وجود علاقة بين المتبقيات والطول ويمثل النموذج الخطي (model) تلاؤم مناسب للبيانات المدروسة.

ويبين الشكل (9.11) أيضاً أمراً آخر، حيث تتوضع نقطة خارج مجموعة النقط وذلك لأن لها متبقة أكبر من متبقيات القيم الأخرى. فمن الممكن أن تكون نقطة منحرفة، وهي النقطة التي تأتي من مجتمع إحصائي يختلف عن ذلك المجتمع الإحصائي للنقط الباقية. وتشكل مسألة التعامل مع مثل هذه البيانات صعوبة إحصائية، حيث يمكننا على الأقل إجراء ضبط مضاعف لأخطاء النسخ المتعلقة بهذه النقطة. فإنه من السهولة أن يتغير أحد أرقام العدد عندما تم نقل البيانات من وسيلة إلى أخرى، ربما تكون مثل هذه الحالة موجودة في البيانات المُعدّة للدراسة، وقد تكون القيمة المشاهدة هي 4.53 بدلاً من 5.43، حيث أن القيمة الأولى أقرب من مستقيم الانكفاء مع بقية البيانات المدروسة. إذا حدث ذلك فإنه لا يمكننا القيام بالكثير من الأشياء سوى إعادة التجربة أو إعادة قياس هذه الوحدة الإحصائية مرة ثانية، أو استبعادها ورؤية الاختلاف الناتج من حذفها على مستقيم الانكفاء. أعتقد من الأفضل التعامل مع جميع المعطيات ما لم توجد أسباب مقنعة تمنعنا من ذلك.

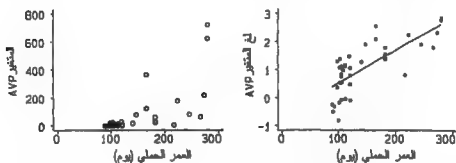
## 8.11 الحيودات عن الافتراضات في الانكفاء

### Deviations from assumptions in regression

إن تطبيق طريقة المربعات الأصغر، واستخدام توزع ستودنت لإيجاد مجالات الثقة، واختبارات الاعتدال جميعاً تتوقف على الافتراض بأن المتبقيات تتوزع توزيعاً طبيعياً، وهذا الافتراض يصادف بسهولة، وللأسباب ذلها الموجودة في اختبار المزاوجة لستودنت الفقرة (2.10). إن استبعاد التغير الناشئ عن  $X$  يؤدي إلى إزالة بعض التغيرات بين الأفراد المختبرين، ومبقياً على خطأ القياس. ومن الممكن أن تظهر بعض المشكلات. وتعد فكرة



احتياط المبيان التبصري الأصلي والتبقيات جيدة دائماً لـين عدم وجود حيودات كبيرة عن الافتراضات الموضوعة على الطريقة المطبقة. ويكون لهذه الخطوة دور في بيان مصداقية النتائج الصادرة وكذلك لتعطينا معلومات أكثر حول البيانات ونيتها.



الشكل 10.11 : بيانات لا تحقق شروط طريقة المربعات الصغرى قبل وبعد إجراء تحويل لوغاريتمي عليها

يبين الشكل (10.11) علاقة بين العمر الحملية ومستويات AVP في دم الحبل السري، الهرمون المضاد للإبالة، لعينة من الأجنة الذكرية. نلاحظ من الشكل أن التغيرية للنتائج AVP تعتمد على القيمة الحقيقية للمتغير، فتكون كبيرة من أجل القيم الكبيرة لـ AVP. لا يمكن تطبيق فرضيات المربعات الصغرى، مع ذلك يمكننا إجراء تحويل كما فعلنا في الفقرة (10.4) في مقارنة المتوسطات. ويبين الشكل (10.11) أيضاً البيانات المتعلقة بالمتغير AVP بعد إجراء تحويل لوغاريتمي مع مستقيم طريقة المربعات الصغرى.

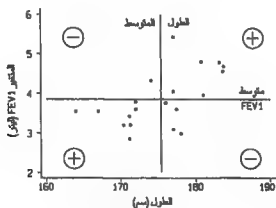
## Correlation

## 9.11 الارتباط

تزدادنا طريقة الانكفاء ببعض المعلومات حول العلاقة بين متغيرين، وكيف يتغير أحدهم مع الآخر، ولكنها لا تخبرنا عن مدى مصداقية هذه العلاقة. وللقيام بذلك لا بد لنا من استخدام معامل آخر هو معامل الارتباط. يعتمد معامل الارتباط على مجموع الجداءات حول متوسطي المتغيرين، ولهذا سنبين لماذا يعتبر مجموع الجداءات مؤشر جيد للعلاقة بين هذين المتغيرين.



لننظر في المبيان التبصري في الشكل (1.11) ولنرسم محورين إحداثيين جديدين من نقطة المتوسط (mean) الشكل (11.11). تمثل أبعاد النقط عن هذه المحاور الانحرافات عن المتوسط. نلاحظ في القطاع العلوي الأيمن من الشكل (11.11)، أنَّ انحرافات المتغيرين FEV1 والطول عن نقطة المتوسط موجبة وهكذا تكون جداءاتها موجبة. كما نجد في القطاع السفلي الأيسر أنَّ انحرافات النقط عن المتوسط للمتغيرين المدرسين سالبة وبالتالي ستكون جداءاتها موجبة أيضاً. في الربع الثاني من الشكل (11.11) نجد أنَّ الانحرافات للمتغير FEV1 تكون موجبة وانحرافات هذه النقط بالنسبة لمتغير الطول سالبة وبالتالي ستكون الجداءات سالبة. وكذلك في الربع الرابع ستكون الجداءات سالبة أيضاً. لذلك في الشكل (11.11) نجد أنَّ جميع هذه الجداءات تقريباً موجبة وبالتالي سيكون المجموع الكلي موجباً. وعندها نقول أنه يوجد ارتباط إيجابي بين هذين المتغيرين وبالتالي فإن تزايد أحدهما يؤدي إلى تزايد الثاني. أما إذا أدى تزايد أحد المتغيرين إلى تناقص المتغير الآخر، عندها سنحصل على مبيان تبصري حيث تقع معظم النقط في الربعين الثاني والرابع. في هذه الحالة سيكون مجموع الجداءات سالباً. وبالتالي فإنه يوجد ارتباط سلبي بين المتغيرين المدرسين. إذا لم يوجد علاقة بين المتغيرين، فعندها ستتوزع النقط بشكل متساو في كل ربع من الأرباع السابقة. في هذه الحالة يوجد جداءات موجبة وجداءات سالبة بحيث يكون مجموعها معدوماً. ونقول يوجد ارتباط معدوم أو لا يوجد ارتباط بين المتغيرين المدرسين وعندها يكون المتغيران غير مرتبطين.



الشكل 11.11 : المبيان التبصري بوجود محاور مارة من نقطة المتوسط



تعتمد قيمة مجموع الجداءات على الخلود التي تقيس بها المتغيرات. يمكننا إيجاد معامل لا أبعاد له إذا قسمنا مجموع الجداءات على الجذور التربيعية لمجموع مربعات  $X$  و  $Y$ . وهذا يعطينا معامل الارتباط والذي يرمز له بـ  $r$ .

$$\begin{aligned} r &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{(\sum (x_i - \bar{x})^2)(\sum (y_i - \bar{y})^2)}} \\ &= \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)\left(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}\right)}} \\ &= \frac{\text{مجموع الجداءات حول متوسط } X \text{ و } Y}{\sqrt{(\text{مجموع المربعات حول متوسط } X)(\text{مجموع المربعات حول متوسط } Y)}} \end{aligned}$$

من أجل المتغير FEVI والطول لدينا:

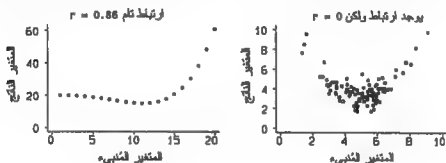
$$r = \frac{42.8744}{\sqrt{576.352 \times 9.43868}} = 0.58$$

إن تقسيم مجموع الجداءات حول متوسط  $X$  و  $Y$  على الجذر التربيعي لمجموع المربعات حول متوسط  $X$  مضروب بمجموع المربعات حول متوسط  $Y$  يجعل معامل الارتباط محصوراً بين 1.0 و -1.0. إذا توضع جميع النقط على الخط المستقيم حيث يتزايد  $Y$  بتزايد  $X$  فإن  $r = +1$  ويمكن أن يُوضع ذلك بوضع  $bx + a$  عوضاً عن  $y$  في معادلة  $r$ . وعندما تقع جميع النقط على الخط المستقيم ذي الميل السالب عندئذ يكون  $r = -1$ . وعندما لا يوجد أي علاقة بين المتغيرين المدروسين فإن  $r = 0$ ، وذلك لأن مجموع الجداءات معلوماً. يصف معامل الارتباط جودة العلاقة الخطية بين متغيرين، بدون تحديد المتغير الناتج أو المتغير المُنبئ كما هو الحال في طريقة الانكفاء الخطي.

يقيس معامل الارتباط مدى تقارب النقط من الخط المستقيم. وليس من الضروري أن يأخذ معامل الارتباط القيمة 1 حتى ولو وجدت علاقة رياضية بين المتغير  $X$  والمتغير  $Y$  من



الشكل الخطي  $Y = a + bX$  على سبيل المثال، يبين الشكل (12.11) متغيرين مرتبطين تماماً بعلاقة رياضية ومع ذلك نجد أن  $r = 0.86$ . ويبين نفس الشكل أيضاً متغيرين مرتبطين بعلاقة واضحة ومع ذلك فإن معامل الارتباط لهما معلوم. نستنتج من ذلك أهمية اختطاط المعطيات وعدم الاكتفاء بالإحصائيات المختصرة كمعامل الارتباط فقط. من وجهة نظر عملية، نجد أن مثل هذه العلاقات الموضحة في الشكل (12.11) نادرة الحدوث في البيانات الطبية رغم إمكانية وجودها. أما الأغلب فوجود تغيرات عشوائية ليس من السهل التعبير عنها بأية علاقة.



الشكل 12.11 : بعض المعطيات حيث معامل الارتباط يمكن أن يكون مضللاً

يرتبط معامل الارتباط  $r$  بمعامل الانكفاء  $b$  بعلاقة رياضية بسيطة. فإذا كانت العلاقة  $Y = a + bX$  تمثل انكفاء المتغير  $Y$  على المتغير  $X$ ، وإذا كانت العلاقة  $X = a' + b'Y$  تمثل انكفاء المتغير  $X$  على المتغير  $Y$  عندئذ نجد أن  $b' = 1/b$  و  $r^2 = 1$ . وتظهر هذه العلاقة من تعريف كل من  $b$  و  $b'$  و  $r$ ، فمن أجل البيانات المتعلقة بالمتغير FEV1 نجد أن  $b = 0.074389$  و  $b' = 4.5424$  وبالتالي نجد  $b' = 4.5424$  و  $b = 0.074389 \times 4.5424 = 0.33790$  وبالتالي فإن معامل الارتباط هو الجذر التربيعي للمقدار  $b b'$  ويساوي  $0.58129$ . وهو أيضاً:

$$\begin{aligned} r^2 &= \frac{(\text{مجموع الجداءات حول المتوسط})^2}{(\text{مجموع مربعات } X)(\text{مجموع مربعات } Y)} \\ &= \frac{(\text{مجموع مربعات } X)(\text{مجموع مربعات } Y)}{(\text{مجموع مربعات } X)(\text{مجموع مربعات } Y)} \times \frac{(\text{مجموع الجداءات حول المتوسط})^2}{(\text{مجموع مربعات } X)(\text{مجموع مربعات } Y)} \\ &= \frac{b^2 \times (\text{مجموع مربعات } X)}{\text{مجموع مربعات } Y} \end{aligned}$$

وهي عبارة عن نسبة التغيرية المشروحة والموصوفة في الفقرة (5.11).



## 10.11 اختبار الاعتداد لمعامل الارتباط

### Significance test for the correlation coefficient

حتى ولو توزع كل من المتغيرين  $X$  و  $Y$  توزيعاً طبيعياً فإن  $r$  لا يتوزع توزيعاً قريباً من الطبيعي إلا إذا بلغ حجم العينة الآلاف. أكثر من ذلك يتأثر توزيع  $r$  بحمود كل من توزع  $X$  وتوزع  $Y$  عن التوزيع الطبيعي. مع ذلك يؤدي استعمال تحويل فيشر  $z$  إلى توزيع طبيعي لمعامل الارتباط، متوسط وتباين معلوم بدلالة معامل ارتباط المجتمع الإحصائي الذي نود تقديره. وانطلاقاً من تحويل فيشر، يمكن إيجاد مجال الثقة. يُعطى تحويل فيشر بالعلاقة.

$$z = \frac{1}{2} \log_e \left( \frac{1+r}{1-r} \right)$$

والذي يتبع التوزيع الطبيعي، متوسط قدره:

$$z_p = \frac{1}{2} \log_e \left( \frac{1+\rho}{1-\rho} \right) + \frac{\rho}{2(n-1)}$$

وتفاوت تقريبي  $1/(n-3)$  حيث  $\rho$  هو معامل ارتباط المجتمع الإحصائي و  $n$  هو حجم العينة. وعندها يعطى 95% مجال ثقة للمتغير  $z$  على وجه التقريب بـ  $z \pm 1.96 \sqrt{1/(n-3)}$ . فمن أجل بيانات المتغير FEV1 نجد أن  $r = 0.58$  و  $n = 20$  وبالتالي:

$$z = \frac{1}{2} \log_e \left( \frac{1+0.58}{1-0.58} \right) = 0.6625$$

وسيعطى 95% مجال ثقة لـ  $z$  بالعلاقة  $0.6625 \pm 1.96 \sqrt{1/17}$  أي 0.1871 إلى 1.1379. وبأخذ التحويل الراجع من مقياس  $z$  إلى مقياس معامل الارتباط الشكل:

$$r = \frac{\exp(2z) - 1}{\exp(2z) + 1}$$

وبالتالي فإن الحد الأدنى لمجال الثقة هو:

$$\frac{\exp(2 \times 0.1871) - 1}{\exp(2 \times 0.1871) + 1} = 0.81$$



والحد الأعلى لـ 95% مجال ثقة:

$$\frac{\exp(2 \times 0.1379) - 1}{\exp(2 \times 0.1379) + 1} = 0.81$$

ومنه فإن 95% مجال ثقة لـ  $r$  يمتد من 0.18 إلى 0.81. نلاحظ أن مجال الثقة هذا كبير جداً مقارنة مع حجم العينة التي اعتمدنا عليها في حساب معامل الارتباط ولذلك يجب أن أخذ الحيلة والحذر من تفسير معامل الارتباط إذا كان محسوب انطلاقاً من عينات صغيرة الحجم.

ويكافئ عددياً اختبار الفرضية  $r = 0$ ، أو أنه لا يوجد علاقة خطية بين المتغيرين، اختبار الفرضية الابتدائية  $b = 0$ . وحتى يتحقق هذا الاختبار يكفي أن يكون توزيع أحد المتغيرات توزيعاً طبيعياً. نلاحظ أن الشرط الأخير هو نفسه شرط توزع المتبقيات في اتجاه  $Y$  توزيعاً طبيعياً للفرضية  $b = 0$ . أما إذا كان هذا الشرط غير محقق فيكفي أن نستخدم التحويل الموجود في الفقرة (11.8) أو إحدى طرق الرتب لاختبار معامل الارتباط الفقرة (4.12 - 5).

الجدول 11.2 : جدول توزيع معامل الارتباط تحت الفرضية الابتدائية من أجل مستويي أهمية 1% و 5% اختبار الذيلين

n	5%	1%	n	5%	1%	n	5%	1%
3	1.00	1.00	16	0.50	0.62	29	0.37	0.47
4	0.95	0.99	17	0.48	0.61	30	0.36	0.46
5	0.88	0.96	18	0.47	0.59	40	0.31	0.40
6	0.81	0.92	19	0.46	0.58	50	0.28	0.36
7	0.75	0.87	20	0.44	0.56	60	0.25	0.33
8	0.71	0.83	21	0.43	0.55	70	0.24	0.31
9	0.67	0.80	22	0.42	0.54	80	0.22	0.29
10	0.63	0.77	23	0.41	0.53	90	0.21	0.27
11	0.60	0.74	24	0.40	0.52	100	0.20	0.25
12	0.58	0.71	25	0.40	0.51	200	0.14	0.18
13	0.55	0.68	26	0.39	0.50	500	0.09	0.12
14	0.53	0.66	27	0.38	0.49	1000	0.06	0.08
15	0.51	0.64	28	0.37	0.48			

n = عدد المشاهدات

وبما أن معامل الارتباط لا يعتمد على متوسطات وتباينات المشاهدات، عندئذ يمكن بسهولة جدولة توزيع عينة معامل الارتباط. يبين الجدول (2.11) مستويات الاعتداد 1% و 5% لمعامل الارتباط. على سبيل المثال، إذا كان  $r = 0.58$  محسوب من عينة حجمهما  $n_1 = n_2 = 20$  تكون نقطة 1% مساوية لـ 0.56 وبالتالي لدينا  $P < 0.01$ . فمن غير المحتمل أن



يظهر هذا الارتباط إذا كان يوجد علاقة غير خطية بين المتغيرين في المجتمع الإحصائي. لاحظ أن قيمة  $r$  التي تظهر بالمصادفة في الجدول، من أجل عينات صغيرة، كبيرة نسبياً. فمن أجل 10 وحدات إحصائية نجد أن  $r$  أكبر من 0.63 لتكون ذات دلالة إحصائية. من جهة ثانية، من أجل 1000 وحدة إحصائية فإن قيمة صغيرة لـ  $r$ ، أصغر من 0.06، تكون ذات دلالة إحصائية.

إن سهولة اختبار الاعتداد بالقياس للصعوبة النسبية في تعيين مجال الثقة جعل اختبار الاعتداد في الماضي يستخدم عادة لمعامل الارتباط. إن ازدياد الفرص المتاحة في استخدام الحواسيب، بالإضافة للجدر البرمجية الإحصائية ستقودنا إلى معاملات ارتباط مع مجالات الثقة في المستقبل.

## 11.11 استعمالات معامل الارتباط

### Uses of the correlation coefficient

لمعامل الارتباط استعمالات كثيرة. يزودنا الجدول (2.11) باختبار سهل وبسيط للفرضية الابتدائية الدالة على وجود علاقة غير خطية بين المتغيرين، وذلك باستخدام حسابات أقل من تلك المتعلقة بطريقة الانكفاء الخطي. وهو مفيد أيضاً كإحصائية تلخص قوة العلاقة بين متغيرين لتقوية العلاقة بين متغيرين. تظهر القيمة الحقيقية لهذا المعامل عندما نأخذ بعين الاعتبار العلاقات بين مجموعة كبيرة من المتغيرات. نستطيع بناء مصفوفة مربعة حاوية على معاملات الارتباط لكل زوج من المتغيرات الإحصائية، ندعوها مصفوفة الارتباط. إن عملية فحص مصفوفة الارتباط بناءً جداً، ولكن يجب الانتباه إلى إمكان وجود علاقات غير خطية بين المتغيرات المدروسة. تزودنا مصفوفة الارتباط بنقطة الانطلاق لعدد من الطرائق التي تعالج عدد كبير من المتغيرات الإحصائية بوقت واحد. وللأسباب التي نوقشت في الفصل الثالث، فإن ارتباط متغيرين لا يعني أن أحدهما يسبب الآخر.



## 12.11 استخدام المشاهدات المتكررة

### Using repeated observations

في البحوث السريرية بإمكاننا أخذ العديد من القياسات على المريض ذاته. وربما نريد البحث في العلاقة الموجودة بين متغيرين إحصائيين، فنأخذ أزواجاً من القراءات لأزواج متعددة من كل مجموعة من المرضى. إن تحليل مثل هذه البيانات صعب تماماً. وذلك لأن التفرقة بين القياسات المأخوذة على مختبرين مختلفين أكبر بكثير من القياسات المأخوذة على مختبر واحد، ويجب علينا أن نأخذ بعين الاعتبار نوعين من التفرقة. ما لا يجب أن نفعله هو وضع جميع هذه البيانات معاً وكأنها عينة واحدة.

الجدول 3.11: بيانات المحاكاة على عشرة أزواج من القياسات لمتغيرين مستقلين لأربعة مختبرين مختلفة

المختبر 1		المختبر 2		المختبر 3		المختبر 4	
x	y	x	y	x	y	x	y
47	51	49	52	51	46	53	54
46	53	50	56	46	48	70	62
50	57	42	46	46	47	63	66
52	54	48	52	45	55	58	64
46	55	60	53	52	49	59	62
36	53	47	49	54	61	61	62
47	54	51	52	48	53	67	58
46	57	57	50	47	48	64	62
36	61	49	50	47	50	59	67
44	57	49	49	54	44	61	59
المتوسطات	45.0 55.2	50.2 50.9	49.0 50.1	62.5 62.6			
r = -0.33		r = 0.49		r = 0.06		r = -0.39	
P = 0.35		P = 0.15		P = 0.86		P = 0.27	

لنتخذ المعطيات الافتراضية في الجدول (3.11). فقد تم توليد هذه البيانات من أعداد عشوائية بحيث لا يوجد علاقة بين  $X$  و  $Y$  على الإطلاق. فالقيم الأولى لـ  $X$  و  $Y$  قد تم توليدها لكل مختبر، ثم أضيفت إليها أعداد عشوائية للحصول على المشاهدة. نلاحظ أنه من أجل كل مختبر على حدة لا يوجد ارتباط ذو دلالة إحصائية بين  $X$  و  $Y$ . معامل الارتباط لمتوسطات المختبرين مساو لـ  $r = 0.77$  و  $P = 0.23$ . من جهة ثانية إذا اتخذنا المشاهدات الأربعين معاً نحصل على  $r = 0.53$  مع  $P = 0.0004$ . ومع أن معامل الارتباط الأخير أصغر من مثيله بين متوسطات المختبرين، لأنه محسوب على 40 زوجاً من المشاهدات وليس من 4



مشاهدات فهو ذو اعتداد إحصائي، وقد اختطت المعطيات في الشكل (13.11)، مع ثلاثة معطيات افتراضية أخرى. ومع أن الفرضية الابتدائية صحيحة دوماً في هذه المعطيات الافتراضية، فإن معامل الارتباط للمختبر والمتوسطات المختبرين لا يعتمد بها. لأن عدد الوحدات الإحصائية صغير جداً، وبالتالي فالقيم تتغير بشكل كبير. وكما يبين الجدول (2.11)، تظهر معاملات الارتباط الكبيرة في العينات الصغيرة بمحض المصادفة ومع ذلك، فمعاملات الارتباط إجمالاً يعتمد بها في ثلاث من المعطيات الافتراضية من أصل أربع، ولو أنها مختلفة بالاتجاه.

لدينا فقط أربعة مختبرين وأربع نقط. فباستخدام المعطيات التكررة، سوف لا نزيد عدد المختبرين، ولكن الحسابات الإحصائية تنحيز كما لو كانت كذلك. وهكذا فإن عدد درجات الحرية في اختيار الاعتداد يزداد بشكل غير صحيح، وينتج معامل ارتباط ذو اعتداد زائف.

توجد طريقتان لمعالجة مثل هذا النوع من البيانات، والتي يعتمد اختيار إحداها على السؤال الذي يجب الإجابة عليه من خلال هذه البيانات. إذا أردنا أن نعرف ما إذا كانت قيم  $X$  الكبيرة للمختبرين توافق قيم كبيرة لـ  $Y$  نستخدم متوسطات المختبر ونوجد الارتباط بينها. فإذا كان لدينا عدداً من المشاهدات لكل مختبر، يمكننا استخدام التحليل الوزني، بأن نرفق كل مختبر بعدد المشاهدات الخاصة به. وإذا أردنا أن نعرف ما إذا كانت التغيرات في أحد المتغيرين للمختبر ذاته تتوافق مع التغيرات للآخر، نحتاج لاستخدام الانكفاء المتعدد. بإخراج المختبرين كعامل مشترك الفقرتان (1.17 و 6.17). وفي كل حالة علينا ألا نخرج المشاهدات المأخوذة من مختبرين مختلفين.

### A 11 ملحق: المربعات الصغرى

تتطلب هذه الفقرة معرفة بالحساب. نريد أن نجد قيمة كل من  $a$  و  $b$  بحيث يكون مجموع المربعات حول المستقيم  $Y = a + bX$  أصغرياً. نريد إذن إيجاد القيمة الصغرى  $\sum (y_i - a - bx_i)^2$ . ويكون هذا المقدار أصغرياً إذا كانت المشتقات الجزئية بالنسبة إلى  $a$  وإلى  $b$  معلومة.



$$\begin{aligned}\frac{\partial \sum (y_i - a - bx_i)^2}{\partial a} &= \sum 2(y_i - a - bx_i)(-1) \\ &= -2 \sum y_i + 2a \sum 1 + 2b \sum x_i \\ &= -2 \sum y_i + 2an + 2b \sum x_i\end{aligned}$$

فإذا وضعنا المقدار الأخير مساوياً للصفر نجد  $\sum y_i = na + b \sum x_i$  من جهة ثانية.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sum (y_i - a - bx_i)^2}{\partial b} &= \sum 2(y_i - a - bx_i)(-x_i) \\ &= -2 \sum x_i y_i + 2a \sum x_i + 2b \sum x_i^2\end{aligned}$$

فإذا وضعنا هذا المقدار مساوياً للصفر نحصل على  $\sum x_i y_i = a \sum x_i + b \sum x_i^2$ . فإذا ضربنا العلاقة الأولى  $\rightarrow \frac{1}{n} \sum x_i$  وذلك لجعل معاملي  $a$  في المعادلتين متساويان.

$$\frac{1}{n} \sum x_i \sum y_i = a \sum x_i + \frac{b}{n} (\sum x_i)^2$$

وبطرح المعادلة الأخيرة من المعادلة الثانية نجد:

$$\begin{aligned}\sum x_i y_i - \frac{1}{n} \sum x_i \sum y_i &= b \sum x_i^2 - \frac{b}{n} (\sum x_i)^2 \\ \sum x_i y_i - \frac{1}{n} \sum x_i \sum y_i &= b \left( \sum x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2 \right)\end{aligned}$$

وهذا يعطينا:

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

وإذا قسمنا المساواة الأولى على  $n$  نحصل على:

$$\begin{aligned}\frac{1}{n} \sum y_i &= a + \frac{b}{n} \sum x_i \\ a &= \bar{y} - b \bar{x}\end{aligned}$$



### B 11 ملحق: التباين حول مستقيم حيث الانكفاء

يمكننا إيجاد صيغة التباين حول مستقيم الانكفاء  $y$  كما يلي: يُعطى نموذج الانكفاء الخطي بالعلاقة  $Y = a + bX + E$  حيث  $a$  و  $b$  ثابتان. ونسباً بقيمة  $Y$  لكل قيمة معطاة لـ  $X$  وهذا يعني أنه لا توجد تغيرات عشوائية في  $X$ ، وتكمن كل التغيرات العشوائية في  $E$ . أي أن  $VAR(E) = VAR(Y)$  (إذا كان  $X$  معطى:  $VAR(Y) = \sigma^2$ ). رأينا في الفقرة (2.11) أن الخطأ  $E$  هو متغير عشوائي وهو يمثل الانحرافات النقط عن مستقيم الانكفاء باتجاه المتغير  $Y$ . نُكتب هذه الانحرافات بالشكل  $(a + bx_i) - y_i$  بحيث  $a + bx_i$  هي قيمة المتغير  $Y$  على مستقيم الانكفاء المقابلة للقيمة  $x_i$ . ويمكننا الحصول على مجموع مربعات هذه الانحرافات بحيلة رياضية، نعوض  $a$  بقيمتها  $\bar{y} - b\bar{x}$ .

$$\begin{aligned}\sum (y_i - (a + bx_i))^2 &= \sum (y_i - (\bar{y} - b\bar{x} + bx_i))^2 \\ &= \sum (y_i - \bar{y} - (bx_i - b\bar{x}))^2 \\ &= \sum (y_i - \bar{y} - b(x_i - \bar{x}))^2 \\ &= \sum ((y_i - \bar{y})^2 - 2b(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) + b^2(x_i - \bar{x})^2) \\ &= \sum (y_i - \bar{y})^2 - 2b \sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) + b^2 \sum (x_i - \bar{x})^2 \\ &= \sum (y_i - \bar{y})^2 - 2b \times b \sum (x_i - \bar{x})^2 + b^2 \sum (x_i - \bar{x})^2 \\ &= \sum (y_i - \bar{y})^2 - b^2 \sum (x_i - \bar{x})^2\end{aligned}$$

وذلك لأن  $b = (\sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})) / (\sum (x_i - \bar{x})^2)$   
أي أن  $b \sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) = \sum (x_i - \bar{x})^2$ .

### C 11 ملحق: الخطأ المعياري لـ $b$ :

لإيجاد الخطأ المعياري لـ  $b$ ، يجب أن نتذكر أن التغير العشوائي بأكمله في نموذجنا للانكفاء كامن في المتغير  $Y$ . وسنبداً بإعادة كتابة مجموع الجداءات:



$$\begin{aligned}
\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) &= \Sigma((x_i - \bar{x})y_i - (x_i - \bar{x})\bar{y}) \\
&= \Sigma(x_i - \bar{x})y_i - \Sigma(x_i - \bar{x})\bar{y} \\
&= \Sigma(x_i - \bar{x})y_i - \bar{y}\Sigma(x_i - \bar{x}) \\
&= \Sigma(x_i - \bar{x})y_i
\end{aligned}$$

وهذا لأن  $\bar{y}$  هو نفسه مهما كانت  $i$  وبالتالي يمكن إخراجها خارج إشارة المجموع، و  
 $\Sigma(x_i - \bar{x}) = 0$  سنوجد الآن تفاوت توزيع  $b$ .

$$\begin{aligned}
\text{VAR}(b) &= \text{VAR}\left(\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}\right) \\
&= \text{VAR}\left(\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})y_i}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}\right) \\
&= \frac{1}{(\Sigma(x_i - \bar{x})^2)^2} \text{VAR} \Sigma(x_i - \bar{x})y_i
\end{aligned}$$

لاحظ أن تفاوت توزيع مقدار ثابت مضروب بتغير عشوائي يساوي مربع هذا المقدار  
الثابت مضروب تفاوت توزيع هذا المتغير العشوائي انظر الفقرة (6.6). لاحظ أن  $x_i$  مقادير  
ثابتة وليست متغيرات عشوائية وهكذا:

$$\text{VAR}(b) = \frac{1}{(\Sigma(x_i - \bar{x})^2)^2} \Sigma(x_i - \bar{x})^2 \text{VAR}(y_i)$$

ولكن نعلم أن  $\text{VAR}(y_i)$  نفسه لجميع قيم  $y_i$  وبالتالي فإن  $\text{VAR}(y_i) = s^2$  ومنه:

$$\text{VAR}(b) = \frac{s^2}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}$$

والخطأ المعياري لـ  $b$  هو الجذر التربيعي للمقدار السابق.

M 11 أسئلة الاختيار من متعدد من 57 إلى 61

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

57. في الشكل (a) 11.14:

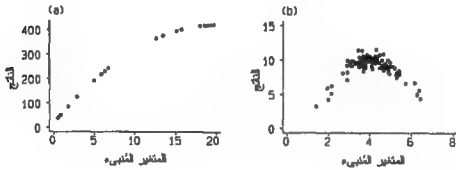
١ - المتغير المتبني والمتغير الناتج مستقلان



- ب - المتغير المثني والمتغير الناتج غير مرتبطان  
 ج - معامل الارتباط بين المتغير المثني والمتغير الناتج أقل من 1  
 د - المتغير المثني والمتغير الناتج مرتبطان تماماً  
 هـ - تقدر العلاقة بين المتغيرين بالانكفاء الخطي بسيط.

58. في الشكل (b) 11.14:

- أ - إن كلاً من المتغير المثني والمتغير الناتج متغيران عشوائيان مستقلان  
 ب - قيمة معامل الارتباط بين المتغير المثني والمتغير الناتج قريبة من الصفر  
 ج - يزداد المتغير الناتج بزيادة المتغير المثني  
 د - يرتبط المتغير الناتج مع المتغير المثني بشكل خطي  
 هـ - يمكن تحويل العلاقة بينهما إلى خطية باستخدام تحويل لوغاريتمي على المتغير الناتج.



الشكل 11.14 : مبيانات تبهرية

59. إن معادلة الانكفاء الخطي البسيط:

- أ - تصف المستقيم الذي يمر بمبدأ الإحداثيات  
 ب - تصف المستقيم ذا الميل المعلوم  
 ج - لا تتأثر بتغير وحدات القياس  
 د - تصف المستقيم المار من نقطة المتوسط  
 هـ - تتأثر باختيار المتغير المثني.

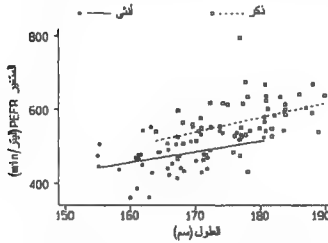


60. إذا استخدمنا توزيع ستودنت لاختبار الاعتدال لميل مستقيم الانكفاء:

- أ - الحیودات عن مستقیم الانكفاء للمتغير المستقل تتبع التوزيع الطبيعي
- ب - الحیودات عن مستقیم الانكفاء للمتغير التابع تتبع التوزيع الطبيعي
- ج - يفترض أن يكون التفاوت حول مستقیم الانكفاء هو نفسه على مدى المتغير المتبقي
- د - يجب أن يطبق على المتغير  $\log$  تحويلاً لوغاريتمياً
- هـ - جميع النقط واقعة على مستقیم الانكفاء.

61. معامل الارتباط  $r$ .

- أ - يجب أن يكون محصوراً بين القيمتين  $+1$ ،  $-1$ .
- ب - يمكن أن يكون له اختبار اعتدال فعال فقط إذا توزع أحد المتغيرات على الأقل توزيعاً طبيعياً
- ج - يكون مساوياً لـ  $0.5$  إذا كان لا يوجد علاقة بين المتغيرين
- د - يعتمد على اختيار المتغير التابع
- هـ - يقيس كمية التغير في أحد المتغيرين المقترنة بكمية التغير في الآخر.



الشكل 11.15 : قيم PEFR بدلالة أطوال الطلاب الإناث والذكور - لطلاب الطب



## E 11 تمرين: مقارنة مستقيمي انكفاء خطي

يبين كل من الجدول (4.11) والشكل (5.11) قيم PEFR وأطوال عينة من الطلاب الذكور والإناث. وبيّن الجدول (5.11) مجاميع المربعات والجداءات لهذه المعطيات.

الجدول 4.11 : الأطوال وقيم PEFR لعينة من طلاب الطب

إناث				ذكور			
Ht	PEFR	Ht	PEFR	Ht	PEFR	Ht	PEFR
148	418	162	438	170	508	162	578
152	400	162	495	170	418	164	572
152	470	163	460	171	455	168	565
156	405	163	480	171	482	169	600
158	405	163	415	175	470	169	650
158	453	163	492	175	535	170	600
158	355	163	512	175	545	173	580
159	495	164	490	175	600	174	516
159	360	165	460	176	479	174	596
160	435	165	535	177	428	174	450
160	513	165	480	177	473	175	493
160	494	166	500	180	530	175	565
161	438	166	450	180	635	175	548
161	410	167	455	181	585	176	540
161	455	167	425	182	620	176	540
161	370	168	430	183	590	176	580
161	457	168	490	183	540	176	570
161	540	169	580	187	700	177	550
161	485	169	430	190	685	182	523
161	435	169	572	192	640	199	570
162	510	170	480				

1. أوجد تقدير مهلي مستقيمي الانكفاء للإناث والذكور؟

2. أوجد تقدير الخطأ المعياري لمهلي مستقيمي الانكفاء؟

الجدول 5.11 : الإحصائيات المختصرة للطول والـ PEFR في عينة لطلاب الطب

	أنثى	ذكر
عدد	43	58
مجموع مربعات الطول	1 444.6	2 287.5
مجموع مربعات PEFR	101 107.6	226 873.5
مجموع الجداءات حول المتوسط	4 206.9	9 045.4

3. أوجد الخطأ المعياري للفرق بين مهلي مستقيمي الانكفاء المستقلين. ثم أوجد 95% مجال ثقة للفرق.



4. استخدم الخطأ المعياري لاختبار الفرضية الابتدائية التي تقضي أن المليون متساويان في المجتمع الإحصائي الذي أخذت منه المعطيات.



## الطرائق المعتمدة على الرتب

### Methods based on rank order

---

#### 1.12 الطرائق اللا وسيطية

##### Non-parametric methods

في الفصلين العاشر والحادي عشر تعرضنا لطرق تحليل تفترض أن (المعطيات) مأخوذة من توزيع طبيعي. وحتى نكون أكثر دقة نقول أن هذه المعطيات مأخوذة من واحد من عائلة التوزيعات الطبيعية، حيث يعرف هذا التوزيع بمتوسطه وانحرافه المعياري، وسيطاً التوزيع الطبيعي. تدعى مثل هذه الطرق بالطرائق الوسيطة لأننا نقدر الوسطاء آخذين بعين الاعتبار أن البيانات تتوزع توزيعاً طبيعياً. تدعى مجموعة الطرق التي لا تفترض توزيعات معينة على المعطيات بالطرق اللا وسيطية. في هذا الفصل والفصل الذي يليه سنعتبر بعض الاختبارات اللا وسيطية. في الواقع يوجد اختبارات أخرى كثيرة، ولكن هذه الاختبارات ستوضح المبدأ العام. وقد صادفنا سابقاً واحداً من هذه الاختبارات اللا وسيطية وهو اختبار الإشارة (الفقرة 2.9). ويمكن النظر إلى اختبار العينة الكبيرة الطبيعية كاختبار لا وسيطي.

من المفيد التميز بين ثلاثة أشكال من القياسات: الأول الشكل الجاهلي وفيه يكون الفرق بين أية قيمتين منسجم (متوافق) مع قيمته. فعلى سبيل المثال، إن الفرق بين درجتين الحرارة 1°C و 2°C يساوي الفرق بين الدرجة 31°C و 32°C مئوية. الثاني (المقياس) الشكل التصنيفي وترتب المشاهدات وفق هذا الشكل، ولكن يمكن ألا يكون للفروق بينها معنى. فعلى سبيل المثال، يقاس القلق عادةً من خلال مجموعة من الأسئلة،



وتقاس درجة القلق بعدد الإجابات الإيجابية والتي تعطي مقياساً للقلق. فإذا كان لدينا مجموعة مؤلفة من 36 سؤالاً نرتب هذه الأسئلة من 0 وحتى 36. فالفرق في مستوى القلق بين التدرجين 1 و 2 لا يساوي بالضرورة بين التدرجين 31 و 32. الثالث الشكل الأسمي، ويكون المتغير هنا كميّاً أو فئويّاً، حيث تجمع المفردات الإحصائية، ولكن ليس من الضروري أن تكون مرتبة. إن لون العيون هو مثال جيد لهذه الحالة. عندما نرتب الفئات يمكننا التعامل معها على أنها إما مرتبة أو اسمية.

تطبق جميع الطرق في الفصلين العاشر والحادي عشر على معطيات مجالية والتي تعتمد على فروق المشاهدات عن المتوسط. بينما معظم الطرائق في هذا الفصل تطبق على معطيات مرتبة. وأي شكل مجال لا يحقق شروط الفصلين 10 و 11 يمكن أن يعامل كشكل تصنيفي، إذ أن المعطيات طبعاً مرتبة. وهذا ينطبق على معظم التطبيقات في الحقل الطبي. معظم الكتب العامة مثل Armitage و Berry (1987) و Cochran و Snedecor (1980) و Colton (1974) لا تهتم كثيراً في التفاصيل المتعلقة بالرتب والطرائق المرافقة لها، ونحتاج عندها إلى كتب متخصصة مثل Siegel (1956) و Conover (1980).

## 2.12 اختبار مان - ويتني U

### The Mann-Whitney U- test

هو اختبار لا وسيطي مشابه تماماً لاختبار  $t$ -ستيوذنت لمقارنة عيتين الفقرة (3.10). ويتم استعماله بالشكل التالي: لتتخذ المعطيات الافتراضية التالية التي تبين مشاهدات متغير ما في مجموعتين مستقلتين A و B:

17	9	4	7	A
14	21	6	11	B

ونريد أن نعرف ما إذا كانت دالة أن المجموعتين A و B مأخوذتان من مجتمعين مختلفي المستوى بالنسبة للمتغير. نأخذ الفرضية الابتدائية: لا يوجد ميل لأن تزيد عناصر أحد المجتمعين على عناصر الآخر، أما الفرضية البديلة فيوجد مثل هذا الميل في أحد الاتجاهين أو في الاتجاه الآخر.



أولاً نبدأ بترتيب المشاهدات تصاعدياً كما يلي:

21	17	14	11	9	7	6	4
B	A	B	B	A	A	B	A

سنختار الآن مجموعة ما ولتكن A فمن أجل كل مشاهدة من A، نعد مشاهدات B التي هي أقل من A. من أجل المشاهدات الأولى من المجموعة A، 4، لا يوجد أي مشاهدة من المجموعة B أقل من 4. ومن أجل المشاهدات الثانية من A، 7، فإنه يوجد مشاهدة واحدة من المجموعة B. ومن أجل المشاهدات الثالثة من المجموعة A، 9، يوجد مشاهدة واحدة من المجموعة B أقل من 9، ومن أجل المشاهدات الرابعة من A، 17، يوجد ثلاث مشاهدات من B أقل منها. نجمع عدد مشاهدات B التي هي أقل من مشاهدات A فنجد  $U = 0 + 1 + 1 + 3 = 5$ . فإذا كان U صغيراً جداً، عندئذ فإن جميع مشاهدات A تقريباً ستكون أقل من مشاهدات B تقريباً، أما إذا كان U كبيراً، عندها ستكون جميع مشاهدات A تقريباً أكبر من جميع مشاهدات B تقريباً. أما القيم المتوسطة لـ U فتعني أن قيم A و B غتظلة. نلاحظ أن أصغر قيمة لـ U هي الصفر وهذا يحدث عندما تكون جميع قيم B أقل من قيم A. وأكبر قيمة لـ U هي  $n_1 \times n_2$  وذلك عندما تكون جميع قيم A أقل من قيم B. إن لـ U قيمة U معنى، حيث أن  $U/n_1 n_2$  هو تقدير لاحتمال أن تكون قيمة مأخوذة من الزمرة A بشكل عشوائي أكبر من قيمة مأخوذة من الزمرة B بشكل عشوائي.

توجد إحصائية أخرى مثل U والتي ندعوها  $U'$  ويمكن الحصول عليها بتعداد مشاهدات A التي تقل عن B، عوضاً عن عدد مشاهدات B التي تقل عن A. وعندها سنجد  $1+3+3+4=11$  إن القيمتين الممكنتين U و  $U'$  ترتبطان بالعلاقة  $U+U' = n_1 n_2$ . فيمكن طرح  $U'$  من  $n_1 n_2$  للحصول على  $U = 4 \times 4 - 11 = 5$ .

فإذا كنا نعرف توزيع U بفرض صحة الفرضية الابتدائية التي نفيد أن العيتين مأخوذتان من المجتمع الإحصائي ذاته، أمكننا معرفة بأي احتمال نحصل على مثل هذه المعطيات إذا لم يكن ثمة فرق. عندئذ يمكننا القيام باختبار مستوى الاعتداد. يمكننا إيجاد توزيع الإحصائية U بسهولة بفرض صحة الفرضية الابتدائية. حيث يمكن ترتيب مجموعتين من 4 مشاهدات بـ 70 طريقة مختلفة من AAAABBBB حتى BBBBAAAA (8!/4!4!) (الفقرة A6).



هذه الإمكانيات متساوية الاحتمال، بفرض صحة الفرضية الابتدائية، واحتمال الواحد منها  $1/70$ . وكل منها يقابل قيمة لـ  $U$  تتراوح بين 0 و 16. إذا قمنا بتعداد الترتيب التي تأخذ نفس القيمة للإحصائية  $U$ ، عندها يمكننا حساب احتمال هذه القيمة. فعلى سبيل المثال، من أجل  $U = 0$  والتي تظهر فقط من أجل الترتيب AAAABBBB وفق الاحتمال  $1/70 = 0.014$  و  $U = 1$  تظهر من أجل الترتيب AAABBBBB وقيمة الاحتمال الموافقة  $1/70 = 0.014$  أيضاً. من أجل القيمة  $U = 2$  فإنها تظهر بطريقتين AAABBABB و AABAABBB، وعندها قيمة الاحتمال المقابل  $2/70 = 0.029$ . تعطى قيم الاحتمالات الموافقة في الجدول (1.12).

الجدول 1.12: توزيع إحصائية مان - ونسي U لعيتين من الحجم 4

U	الاحتمال	U	الاحتمال	U	الاحتمال
0	0.014	6	0.100	12	0.071
1	0.014	7	0.100	13	0.043
2	0.029	8	0.114	14	0.029
3	0.043	9	0.100	15	0.014
4	0.071	10	0.100	16	0.014
6	0.071	11	0.071		

فإذا طبقنا ذلك على مثالنا السابق. من أجل المجموعتين A و B، لدينا  $U = 5$  وعندها فإن الاحتمال المقابل مساوٍ لـ 0.071. وكما لمجنا في اختبار الإشارة الفقرة (2.9) سندرس احتمال القيم الأكثر حداثة للإحصائية  $U$ ،  $U = 5$  أو أقل والذي يساوي  $0.071 + 0.071 + 0.043 + 0.029 + 0.014 + 0.014 = 0.242$  وهو يعطي اختبار وحيد الجانب. من أجل اختبار ثنائي الجانب، يجب أن نأخذ بعين الاعتبار احتمالات الفرق في أقصى الاتجاه المعاكس. اعتماداً على الجدول (1.12) نجد أن توزيع  $U$  متناظر، وعندها تساوي قيمة الاحتمال لقيمة حداثة في الاتجاه المعاكس 0.242، وهكذا فإن الاحتمال المقابل لاختبار ثنائي الجانب  $0.242 + 0.242 = 0.484$ . وهذا واضح من أن هذا قد حدث مصادفة وبالتالي فالعيتان قد أخذتا من نفس المجتمع الإحصائي.

في الجانب التطبيقي، ليس من الضروري حساب مجموع الاحتمالات الموصوف في الأعلى لأنها ذكرت سابقاً. يوضح الجدول (12.2)، 5% من قيم الإحصائية  $U$  لكل توفير من حجمي العيتين  $n_1$  و  $n_2$  حتى 20. وفي مجموعتي A، B،  $U = 5$  نجد أن  $n_2 = 4$ .



المقابل للعمود الرابع و  $n_1 = 4$  المقابل للسطر الرابع. ومن هذا نرى أن النقطة الموافقة لـ 5% لـ  $U$  تساوي الصفر وهكذا فإن  $U = 5$  لا يعتد به إحصائياً. فإذا حسبنا ذلك لكبرى قيمتي  $U$ ، 11، فإننا نستطيع استعمال الجدول (2.12) لإيجاد القيمة الصغرى  $n_1 n_2 = U = 16 - 11 = 5$ .

نستطيع الآن العودة إلى تحليل عملي لبعض المعطيات الحقيقية. سنأخذ بعين الاعتبار سمة جلد العضلة العضدية في الجدول (4.10) والمعادة في الجدول (3.12). سنحلل هذه البيانات مستخدمين اختبار مان - وتسي (اختبار -  $U$ ). فإذا رمزنا بـ  $A$  مجموعة مرضى كرون وبـ  $B$  مجموعة مرضى الغص البطنسي. عندئذ يأخذ الترتيب الموافق الشكل التالي:

1.8	1.8	2.0	2.0	2.0	2.2	2.4	2.5	2.8	2.8
<u>A</u>	<u>B</u>	<u>B</u>	<u>B</u>	<u>B</u>	A	A	A	<u>A</u>	<u>A</u>
3.0	3.2	3.6	3.8	3.8	4.0	4.2	4.2	4.4	4.8
B	A	A	<u>A</u>	<u>B</u>	A	<u>B</u>	<u>A</u>	A	A
5.4	5.6	6.0	6.2	6.6	7.0	7.6	10.0	10.4	
B	A	A	A	A	A	B	A	A	

الجدول 2. 12 : النقطة الموافقة لـ 5% لأصغر قيمة للإحصائية  $U$  في اختبار مان - وتسي من وجهة نظر الذباين

$n_1 \backslash n_2$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	-	-	-	-	-	-	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3	-	-	-	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	-	-	0	1	2	3	4	4	6	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
5	-	0	1	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6	-	1	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7	-	1	3	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8	0	2	4	6	8	10	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9	0	2	4	7	10	12	15	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10	0	3	5	8	11	14	17	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11	0	3	6	9	13	16	19	22	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12	1	4	7	11	14	18	22	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13	1	4	8	12	16	20	24	28	33	37	41	46	50	54	58	63	67	72	76
14	1	5	9	13	17	22	26	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
15	1	5	10	14	19	24	29	33	39	44	49	54	60	64	70	75	80	86	90
16	1	6	11	15	21	26	31	37	43	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
17	2	6	11	17	22	28	34	39	46	51	57	63	67	75	81	87	93	99	106
18	2	7	12	18	24	30	36	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
19	2	7	13	19	26	32	38	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
20	2	8	13	20	27	34	41	48	56	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127

إذا كانت قيمة  $U$  أقل أو تساوي القيمة المحسوبة فإن الفرق يعتد به



الجدول 3.12 : سماكة جلد العضلة العضدية (mm)

في مجموعتين من المرضى

مرضى كرون				مرضى المفص قطني	
1.8	2.8	4.2	8.2	1.8	3.8
2.2	3.2	4.4	8.6	2.0	4.2
2.4	3.6	4.8	7.0	2.0	5.4
2.5	3.8	5.6	10.0	2.0	7.6
2.8	4.0	6.0	10.4	3.0	

لنقم بتعداد قيم A التي هي أقل من B. سنجد مباشرة أننا أمام مشكلة. فإن أول قيمة لـ A وأول قيمة لـ B متساويتان. وبالتالي هل قيمة A أقل من B أم العكس؟ ولحل هذه الإشكالية، نعد نصفاً (أي نعطي الترتيب  $1/2$  عوضاً عن 1) لـ A المشتركة بالقيمة مع B. أما قيم B الثانية والثالثة والرابعة المتساوية فلا تشكل أية مشكلة، لأنه يمكن تعداد قيم A التي هي أقل قيمة من B، دون صعوبة. ستكون قيمة الإحصائية U:

$$U = 0.5 + 1 + 1 + 1 + 6 + 8.5 + 10.5 + 13 + 18 = 59.5$$

وهي أصغر قيمة للإحصائية U، بينما  $n_1 n_2 = 9 \times 20 = 180$  والقيمة الوسطى تساوي 90 عندئذ يمكننا الرجوع للجدول (2.12). من أجل مستوى اعتداد 5% فإن القيمة الحرجة من أجل المجموعتين اللتين حجمهما 9 و20 هي 48، ونلاحظ أن قيمة U تتجاوز هذه القيمة. وهكذا فالفرق لا يعتد به. مستوى 5% والمعطيات تتوافق مع الفرضية الابتدائية ولا يوجد ميل للاعتقاد بأن عناصر أحد المجتمعين تزيد على عناصر المجتمع الآخر. وهذا يتطابق مع نتائج اختبار ستودنت في الفقرة (4.10).

من أجل قيم كبيرة لـ  $n_1$  و  $n_2$  فإن حساب الإحصائية U ممل ومضجر. يمكن إيجاد صيغة بسيطة لـ U تعتمد على مفهوم الرتب. فرتبة أصغر مشاهدة مساوية للقيمة 1، والتي تليها مساوية للقيمة 2، وهكذا. فإذا كان عدد من المشاهدات متكررة، أي لهذه المشاهدات نفس القيمة وبالتالي لها نفس الرتبة، فنعطي لكل واحدة منها متوسط الرتب التي ستأخذها فيما لو رتب طبيعياً. فعلى سبيل المثال، بالنسبة لمعطيات سماكة الجلد لدينا أول مشاهدتين مساويتين لـ 1.8. وعندئذ تأخذ كل قيمة منها الرتبة  $1.5 = (1 + 2)/2$ . والمشاهدات الثالثة والرابعة والخامسة متكررة عند القيمة 2.0، ولذلك نعطي كل واحدة منها الرتبة



$4 = (3 + 4 + 5)/3$ . والملاحظة السادسة هي 2.2 وهي غير مكررة ولذلك ستأخذ الرتبة 6. وتكتب رتب معطيات سماعة الجلد للعضلة العضدية كما يلي:

2.8	2.8	2.5	2.4	2.2	2.0	2.0	2.0	1.8	1.8	السماعة
A	A	A	A	A	B	B	B	B	A	المجموعة
9.5	9.5	8	7	6	4	4	4	1.5	1.5	الرتبة
					$r_4$	$r_3$	$r_2$	$r_1$		
4.8	4.4	4.2	4.2	4.0	3.8	3.8	3.6	3.2	3.0	السماعة
A	A	B	A	A	B	A	A	A	B	المجموعة
20	19	17.5	17.5	16	14.5	14.5	13	12	11	الرتبة
		$r_7$			$r_6$				$r_5$	
10.4	10.0	7.6	7.0	6.6	6.2	6.0	5.6	5.4		السماعة
A	A	B	A	A	A	A	A	A	B	المجموعة
29	28	27	2	2	24	23	22	21		الرتبة
			$r_9$						$r_8$	

فإذا رمزنا لرتب المجموعة B بـ  $r_1, r_2, \dots, r_{n_1}$ . فإن عدد قيم A الأقل من أول قيمة لـ B مساوٍ لـ  $r_1 - 1$ ، لأنه لا يوجد أية قيمة لب B أقل منها، وهي الملاحظة ذات الترتيب  $r_1$ . إن عدد مشاهدات A التي أقل هي من الملاحظة الثانية لب B هو  $r_2 - 2$ ، لأنها الملاحظة ذات الترتيب  $r_2$ . وبشكل مشابه نجد أن عدد قيم A التي هي أقل من القيمة الثالثة لـ B هو  $r_3 - 3$ ، وعدد قيم A التي أقل من القيمة ذات الترتيب  $i$  لب B هو  $r_i - i$  وهكذا نجد أن:

$$\begin{aligned}
 U &= \sum_{i=1}^{n_1} (r_i - i) \\
 &= \sum_{i=1}^{n_1} r_i - \sum_{i=1}^{n_1} i \\
 &= \sum_{i=1}^{n_1} r_i - \frac{n_1 (n_1 + 1)}{2}
 \end{aligned}$$

أي أننا نجمع رتب  $n_1$  مشاهدة ونطرح منها المقدار  $n_1(n_1 + 1)/2$  فنحصل على قيمة الإحصائية  $U$ . فعلى سبيل المثال لدينا:



$$\begin{aligned}
U &= 1.5 + 4 + 4 + 4 + 11 + 14.5 + 17.5 + 21 + 27 - \frac{9 \times (9+1)}{2} \\
&= 104.5 - 45 \\
&= 59.5
\end{aligned}$$

وحصلنا على نفس النتيجة السابقة. وتكتب هذه الصيغة أحياناً بالشكل التالي:

$$U' = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - \sum_{i=1}^{n_1} r_i$$

وتعتمد هذه الصيغة على المجموعة الأخرى، وذلك لأن  $U + U' = n_1 n_2$ . ولإجراء الاختبار نستخدم القيمة الصغرى كما فعلنا من قبل.

وبما أن القيمتين  $n_1$ ،  $n_2$  متزايدتان، فإن الحساب الدقيق للتوزيع الاحتمالي يزداد صعوبة. عندما لا يمكننا استعمال الجدول (2.12)، فنستخدم تقريب العينات الكبيرة بدلاً عنه. وبما أن  $U$  عبارة عن مجموع لعدد من المتغيرات العشوائية المستقلة والتي لها نفس التوزيع فيمكننا تطبيق نظرية النهاية المركزية الفقرة (2.7) فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فيمكن تقريب توزيع  $U$  لتوزيع طبيعي. بمتوسط  $n_1 n_2 / 2$  والانحراف المعياري  $\sqrt{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1) / 12}$ . وبالتالي تتبع الإحصائية.

$$\frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

توزيماً طبيعياً معيارياً. فعلى سبيل المثال،  $n_1 = 9$  و  $n_2 = 20$  لدينا.

$$\begin{aligned}
\frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}} &= \frac{59.5 - \frac{9 \times 20}{2}}{\sqrt{\frac{9 \times 20 \times (9 + 20 + 1)}{12}}} \\
&= -1.44
\end{aligned}$$

وتقابل هذه القيمة حسب الجدول (1.7) احتمالاً من جانبين يساوي 0.15، مماثلًا لما حصلنا عليه في اختبار ستودنت لمعيتين الفقرة (3.10).



نلاحظ أن كلاً من الجدول (2.12) والصيغ السابقة لا يأخذان بعين الاعتبار تماماً القيم المتكررة أثناء حساب الانحراف المعياري  $U$ ، حيث يفترض أن المعطيات مرتبة تماماً. ولذا فاستخدامها في المعطيات الحاوية على قيم متكررة يتم بشكل تقريبي. ويجب علينا قبول ذلك من أجل العينات الصغيرة. في حالة التقريب الطبيعي، تسمح لنا القيم المتكررة باستعمال صيغة الانحراف المعياري للإحصائية  $U$  عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة.

$$\sqrt{\frac{n_1 n_2}{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)} \sum_{i=1}^{n_1+n_2} r_i^2 - \frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)^2}{4(n_1 + n_2 - 1)}}$$

حيث  $\sum_{i=1}^{n_1+n_2} r_i^2$  مجموع مربعات الرتب لجميع المشاهدات أي لكلتا المجموعتين المدروستين (انظر Conover, 1982). إن اختبار مان - ويتني  $U$  ليس خالياً من الشروط التي يمكن ألا أن تكون محققة. حيث نفترض أن المعطيات مرتبة تماماً وهذا غير محقق في المشاهدات المتكررة.

إن الميزة الأساسية لاختبار مان ويتني، الذي يعتبر من الاختبارات اللاوسطية، على اختبار ستودنت هو عدم افتراض وجود توزيع طبيعي (بتباين منتظم) للبيانات المدروسة، والشرط الوحيد المطروح هو إمكانية ترتيب هذه المعطيات. ولكن يوجد مساوئ لهذا الاختبار، فإذا كانت المعطيات تتوزع توزيعاً طبيعياً فإن اختبار  $U$  (مان - ويتني) أقل قوة من اختبار ستودنت، أي أنه إذا تحققت شروط اختبار ستودنت فإن هذا الاختبار قادر على رصد الفروق الصغيرة لعينة ذات حجم مفروض. أما بالنسبة للعينات الكبيرة والمتوسطة فإن اختبار  $U$  مكافئ تماماً لاختبار ستودنت وبالتالي فالفرق الهام يكون فقط من أجل العينات الصغيرة جداً، أي أنه من أجل زمرتين حجم كل واحدة منهما 3 مشاهدات. فإن استعمال اختبار  $U$  عديم الفائدة وذلك لأن جميع القيم الممكنة لـ  $U$  لها احتمالات أكبر من 0.05 الجدول (2.12). إن اختبار  $U$  هو في المقام الأول اختبار اعتداد. يسمح لنا اختبار ستودنت أيضاً بتقدير حجم الفرق وبعطينا مجال الثقة. وكما أشرنا سابقاً فإن للكمية  $U/n_1 n_2$  تفسيراً، ولكن لا يمكن على حد علمي إيجاد مجال ثقة لها. أما بالنسبة لمجالات الثقة للفرق بين المتوسطات أو النواصف المعتمدة على اختبار  $U$ ، يمكن حسابها من أجل مجال ما



(1989, Gampbell and Gardner) ولكن يجب أن نفترض أن المجموعات مأخوذة من توزيعات لها الشكل نفسه، والفرق الوحيد بينها في المواضع، أي في المتوسطات. فالتوزيعات إذن لها نفس التفاوت وهذا غير محقق دوماً ما دامت المعطيات لا تتبع التوزيع الطبيعي الفقرة (A7) وهكذا علينا استعمال اختبار  $t$  - ستودنت على أية حال.

يوجد اختبارات لا وسيطة أخرى لاختبار الفرضية الابتدائية نفسها أو ما يماثلها. من هذه الاختبارات اختبار ويلكوكسن (Wilcoxon) وفرضيات كندل (Kendall). إن هذين الاختبارين مختلفان عن اختبار U لمان- ويتنسي الذي يتم تطويره بنفس الوقت وسنبين فيما بعد أن هذه الاختبارات متطابقة. ويمكن استعمالها بشكل تبادلي. إن إحصائيات الاختبار والجدول مختلفة، لذلك يجب الانتباه إلا أن حساب إحصائية الاختبار المستخدمة تتوافق مع الجدول المقابل لها. توجد صعوبة أخرى لهذه الجداول، وهي أن بعض المعطيات المسحوبة هي بحيث أن الفرق الذي يعتد به  $U$  يجب أن يكون أقل أو يساوي القيمة المجدولة. كما في الجدول (2.12). أما من أجل قيم أخرى لـ  $U$ ، يجب أن تكون أقل تماماً من القيمة المجدولة. من أجل أكثر من مجموعتين، فإن تحليل الرتب المشابه لتحليل التفاوت وحيد التصنيف الفقرة (9.10) هو اختبار كروسكال واليس (Kruskal-Wallis) انظر (Conover, 1980) و (1956) (Siegal).

### 3.12 اختبار ويلكوكسن للأزواج المتقارنة

#### The Wilcoxon matched pairs test

يشابه هذا الاختبار اختبار  $t$  ستودنت لعينتين. حيث أننا نقبس عينة تحت شرطين ونريد اختبار الفرضية الابتدائية لا يوجد ميل لأن يكون الناتج ضمن أحد الشرطين أكبر أو أصغر من الشرط الآخر، ويعتمد هذا الاختبار على الفروق ولذلك يجب أن تكون المعطيات ضمن فترة أو مجال.

لنأخذ بعين الاعتبار المعطيات الموجودة في الجدول (4.12) والتي تمت مناقشتها بشكل موجز في الفقرة (6.2) والفقرة (9.2) حيث استخدمنا اختبار الإشارة في هذه الدراسة. ولقد أهملنا أهمية الفروق وأخذنا بعين الاعتبار إشاراتها. فإذا أمكننا استعمال معلومة حول أهمية



الفروق، عندئذٍ منطعم بالحصول على اختبار أقوى. ومن الواضح يجب أن يكون لدينا معطيات وبيانات بحالية. وحتى نتجنب وضع افتراضات تتعلق بتوزيع الفروق نستخدم نظام الرتب كما فعلنا في اختبار U مان- ويتنسي.

الجدول 4.12 : نتائج تجارب الروتينالول من أجل الوقاية من الذبحة الصدرية (Pritchard et al.1963)، بالنسبة لترتيب رتب الفروق

رتبة الفرق		فرق بين		عدد المحطات عند تناول	
السلبية	الإيجابية	الكل	الفعل والروتينالول	الروتينالول	الفعل
	1.5	1.5	2	0	2
	1.5	1.5	2	15	17
	3	3	3	0	3
	4	4	5	2	7
	6	6	7	1	8
	6	6	7	7	14
	6	6	7	16	23
	6	6	9	25	34
	9	9	14	65	79
	10	10	19	41	60
11		11	28-	348	323
	12	12	42	29	71
11	67				بمجموع الرتب

ولذلك سنقوم أولاً بترتيب القيم المطلقة للفروق، أي أننا سنهمل إشارة الفرق وكما فعلنا في الفقرة (2.12) فإننا سنعطي للملاحظات المتكررة متوسط رتبها. ثم نقوم بجمع رتب الفروق الموجبة، 67، وكذلك بجمع رتب الفروق السالبة 11 الجدول (4.12) فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة وكان لا يوجد فرق، فإننا نتوقع بمجموع الرتب للفروق الموجبة والسالبة هي نفسها، وتساوي 39 (متوسطهما). إن إحصائية الاختبار  $T$ ، هي أقل هذين المجموعين وقيمة  $T$  الصغرى تقابل، الاحتمال الأدنى للمعطيات التي تظهر بالمصادفة.

وبتم إيجاد توزيع إحصائية الاختبار  $T$ ، عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة، بتعداد جميع الإمكانات الموصوفة في اختبار مان- ويتنسي للإحصائية  $U$ . يعطي الجدول (5.12) النقط المقابلة لـ 5% و 1% لهذا التوزيع لعينة حجمها  $n$  يصل إلى 25. وفي مثالنا  $n = 12$  وهكذا يكون الفرق ذا اعتداد بمسوى 5% إذا كانت إحصائية الاختبار  $T$  أقل أو تساوي 14. نلاحظ أنه لدينا  $T = 11$  وبالتالي فإن المعطيات لا تحقق الفرضية الابتدائية. وتدعم



المعطيات وجهة النظر القاضية بوجود ميل حقيقي بأن الهجمات المرضية تقل بشكل واضح عندما يخضع المرضى لعلاج فعال.

الجدول 5.12 : 5% و 1% من نقط توزيع T ثنائي الجانب الأخفض قيمة في اختبار ويلكوكسون لعينة واحدة

الحجم n	احتمال أن تكون $T \geq$ من القيمة المحذولة		الحجم n	احتمال أن تكون $T \geq$ من القيمة المحذولة	
	5%	1%		5%	1%
5	-	-	16	30	19
6	1	-	17	35	23
7	2	-	18	40	28
8	4	0	19	46	32
9	6	2	20	52	37
10	8	5	21	59	43
11	11	8	22	66	49
12	14	7	23	73	55
13	17	10	24	81	61
14	21	13	25	90	68
15	25	16			

من الجدول (5.12)، نستطيع أن نرى أن احتمال كون  $T \leq 11$  يقع ضمن المجال 0.05 و 0.01. وهذا أكبر من الاحتمال المعطى بواسطة اختبار الإشارة والذي يساوي 0.006 الفقرة (2.9). في العادة، عندما تكون الفرضية الابتدائية خاطئة، نتوقع قوة أكبر وبالتالي احتمالات أقل عندما نستخدم معلومات أكثر. في هذه الحالة، يعكس الاحتمال الكبير الحقيقة التي تفيد أن الفرق السالب الوحيد -25 هو كبير جداً. وعندما تفحص البيانات الأصلية نجد أن هذا الفرق الكبير يعود لفرد كان لديه هجمات متعددة كثيرة وعلاجات مختلفة، ويبدو أنه ينتمي لمجتمع إحصائي آخر مختلف عن المجتمع المدروس.

وكما هو الحال في الجدول (2.12)، فإن الجدول (5.12) مبني على الافتراض أن الفروق يمكن أن ترتب تماماً ولا توجد قيم مشتركة في المعطيات. ومن الممكن أن توجد قيم مشتركة في هذا الاختبار بطريقتين أولاً: يمكن أن يحصل الاشتراك حسب اتجاه الترتيب. وفي مثالنا يوجد لدينا فرقان كل منهما يساوي + 2 وثلاث فروق كل منها 7. وقد أعدت رتباً متساوية وهي 1.5 و 1.5 و 6، 6، 6 عندما توجد قيم مشتركة بين الفروق الموجبة والسالبة، فالجدول (5.12) يقرب فقط لتوزيع ستودنت.



ومن الممكن أن تظهر أيضاً القيم المكررة من أجل المشاهدات المزدوجة، حيث الفرق الملاحظ يساوي الصفر. وبنفس الطريقة المتبعة في اختبار الإشارة، فإننا نحذف الفروق الصفرية الفقرة (2.9). إذ أن الفروق المعلوم لا تذكر في الجدول (5.12) لأن الاختبار لا يستعمل إلا الفروق غير المعلوم. إن مثل هذا الظهور للفروق المعلوم يستخدم الفرضية الابتدائية. على سبيل المثال، لننظر إلى الجدول (4.12) لدينا 12 مريضاً إضافياً بفروق معلومة، عندئذ يبقى الحساب نفسه وكذلك النتيجة النهائية. ومع ذلك فإن متوسط الفروق سيكون أصغر ولا يمكن لاختبار ويلكوكسن إعطاء أي معلومة حول حجم الفرق. هذا يوضح خطورة استخدام اختبارات الاعتدال قبل النظر والتمعن في المعطيات.

كلما ازدادت  $n$ ، يأخذ توزيع الإحصائية  $T$ ، تحت الفرضية الابتدائية، شكل التوزيع الطبيعي، كما هو الحال بالنسبة لإحصائية  $U$  مان-ويتني. وبمجموع الرتب يساوي  $n(n+1)/2$  دون النظر لإشارات الفروق، وبالتالي تساوي القيمة المتوقعة للإحصائية  $T$  تحت الفرضية الابتدائية  $n(n+1)/4$ ، حيث المجموعان متساويان. إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، عندئذ يكون الانحراف المعياري للإحصائية  $T$  هو  $\sqrt{\frac{1}{4} \sum r_i^2}$ ، حيث  $r_i$  هي رتبة الفرق ذو الترتيب  $i$ ، والذي يساوي  $\sqrt{n(n+1)(2n+1)/24}$  في حال عدم وجود قيم مكررة وهكذا فإن الإحصائية:

$$\frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

تتبع التوزيع الطبيعي المعياري إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. ففي المثال الوارد في الجدول (4.12) لدينا:

$$\frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} = \frac{11 - \frac{12 \times 13}{4}}{\sqrt{\frac{12 \times 13 \times 25}{24}}} = -2.97$$



يعطي الجدول (1.7) قيمة احتمالية 0.028 في اختبار الذيلين مماثلة للقيمة النسي نحصل عليها من الجدول (5.12).

لدينا ثلاث اختبارات ممكنة للبيانات المزوجة، اختبار ويلكوكسن، اختبار الإشارة واختبار  $t$  ستودنت. إذا توزعت الفروق توزيعاً طبيعياً، فإن اختبار  $t$  ستودنت هو الأقوى. إن اختبار ويلكوكسن يعادل اختبار  $t$  في القوة، ومن الناحية العملية الفرق بين الاختبارين غير كبير ماعدا حالات العينات الصغيرة. وكما هو الحال في اختبار مان-وتنسي  $U$ ، فإن اختبار ويلكوكسن غير مفيد في العينات الصغيرة الحجم. إن اختبار الإشارة يعادل في القوة اختبار ويلكوكسن في العينات الصغيرة، ولكن إذا ازداد حجم العينة يصبح اختبار ويلكوكسن أقوى من اختبار مان-وتنسي. ويمكن أن نتوقع هذا لأن اختبار ويلكوكسن يستخدم معلومات أكثر. إذ أنه يستعمل قياسات الفروق ويتطلب بالتالي معطيات مجالية. وهذا يعني أنه بتحويل المعطيات فإننا سنحصل على نتائج مختلفة كما هو الحال في طرق  $t$  ستودنت. وفي حالة للمعطيات المرتبة تماماً، يجب علينا استخدام اختبار الإشارة. تعطى طريقة المزاوجة لـ 1 أيضاً مجالات ثقة للفرق. إن اختبار ويلكوكسن هو اختبار اعتداد نظري، ولكن يمكن أن نحصل على مجال الثقة لناصف الفروق باستخدام طريقة التوزيع الحدانسي الموصوفة في الفقرة (5.15) أو بشكل أكثر تفصيلاً في (1990) Conover أو Grampbell and Gardner.

## 4.12 معامل ارتباط سبيرمان الرتبي $\rho$

### Spearman's rank correlation coefficient, $\rho$

لقد أشرنا في الفصل الحادي عشر إلى الحساسية لافتراضات خضوع معامل ارتباط عزم الجداء  $r$  للتوزيع الطبيعي. وهذا يقودنا إلى تطوير الطرائق اللاوسيطية المعتمدة على الرتب. إن طريقة سبيرمان تقوم على ترتيب المشاهدات أولاً، ثم حساب ارتباط عزم جداء الرتب عوضاً عن المشاهدات نفسها. وبالتالي لا تعتمد إحصائية الاختبار على توزيع المتغيرات الأصلية، نرسم عادة لهذا الجداء بالحرف اليوناني  $\rho$  (بلفظ rho) أو بـ  $r_s$ .



الجدول 6.12 : حدوث ورم كابوس ساركوما وإمكانيات وصول السكان للمراكز الصحية وذلك لكل منطقة من مناطق تنزانيا. (Bland et al 1977)

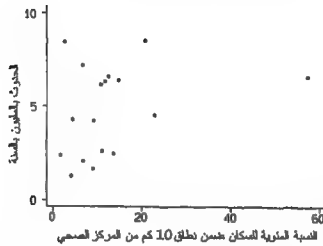
المنطقة	الحدوث باللوف في السنة	النسبة المئوية للسكان ضمن نطاق 10 كم من مركز صحي	ترتيب الرتب	
			الحدوث	النسبة المئوية
Coast	1.28	4.0	1	3
Shinyanga	1.66	9.0	2	7
Mbeya	2.06	6.7	3	6
Tabora	2.37	1.8	4	1
Arusha	2.46	13.7	5	13
Dodoma	2.60	11.1	6	10
Kigoma	4.22	9.2	7	8
Mara	4.29	4.4	8	4
Tanga	4.54	23.0	9	16
Singida	6.17	10.8	10	9
Morogoro	6.33	11.7	11	11
Mtwara	6.40	14.8	12	14
Westlake	6.60	12.6	13	12
Kilimanjaro	6.65	87.3	14	17
Ruvuma	7.21	6.6	15	5
Iringa	8.46	2.6	16	2
Mwanza	8.54	20.7	17	15

يبين الجدول (6.12) المعطيات عن دراسة التوزيع الجغرافي للورم غرب كابوس في تنزانيا. وقد حسبت نسب الحدوث من المعطيات المسجلة حول السرطان، ويوجد شك من أنه لم يتم تسجيل كل الحالات. ويمكن أن تعتمد درجة تسجيل الحالات على الكثافة السكانية أو على الخدمات الطبية المتاحة هناك. بالإضافة لذلك تتوقف المعطيات على عمر المريض وجنسه وبالتالي فإنها تعتمد على توزيع الأعمار والجنس في المنطقة. وحتى نبين أنه لا يوجد أي تأثير لهذه المتغيرات التفسيرية على التوزيع الجغرافي، حسبنا معامل الارتباط الرتبسي لحدوث المرض لكل متغير من للمتغيرات التفسيرية. يوضح الجدول (6.12) العلاقة بين حدوث المرض والنسبة المئوية للسكان القاطنين على بعد 10 كم من مركز صحي كما يبين الشكل (1.12) المبيان التبصري لهذه البيانات. تعتبر النسبة ضمن نطاق 10 كم متجانسة بشكل كبير، بينما يبدو أن حدوث المرض يتوزع بشكل ثنائي الدارج. إن افتراض أن ارتباط عزم الجداء لا يبدو أنه موجود، لذا فإنه من المفضل استخدام ارتباط الرتب.

وتم حساب معامل ارتباط سبيرمان  $p$  كما يلي: نوجد رتب المتغيرين في الجدول (6.12) ثم نطبق صيغة ارتباط عزم الجداء الفقرة (9.11) على هذه الرتب. نعرف:



$$\rho = \frac{\text{مجموع الجداءات حول متوسط الرتب}}{\sqrt{\text{مجموع مربعات رتب المتغير الأول} \times \text{مجموع مربعات رتب المتغير الثاني}}}$$



الشكل 1.12 : حدوث غرب كابوسي بالمليون في السنة مقابل نسبة التربة للسكان المتواجدة ضمن نطاق 10 كم عن مركز صحي لـ 17 منطقة في تنزانيا

والحساب الموضح في الفقرة (11.9) يعطي  $p = 0.38$ . يمكننا الآن اختبار الفرضية الابتدائية القائلة بأن المتغيرات مستقلة مقابل الفرضية البديلة القائلة بأن تزايد أحد المتغيرين يؤدي إلى ازدياد الآخر أو تناقص أحد المتغيرين يؤدي إلى زيادة الآخر. وكما هو الحال في الإحصائيات الرتبة فإن توزيع  $p$  في العينات الصغيرة يمكن الحصول عليه بجدولة جميع القيم الممكنة للتبادل وقيم  $p$  الموافقة لها. فمن أجل عينة حجمها  $n$  يكون لدينا  $n!$  إمكانات. يبين الجدول (7.12) القيمة الحدية لـ  $p$  من أجل عينة حجمها أكبر من 10.

لاحظ أنه على الرغم من أن الحسابات مشابهة للفقرة (9.11 - 10)، فإن التوزيع تحت الفرضية الابتدائية مختلف، ونستعمل جدولاً آخر للقيم. كلما ازدادت  $n$ ، يسعى توزيع  $p$  إلى التوزيع الطبيعي عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة، بتوقع 0 وتفاوت  $1/(n-1)$ . وهكذا فإن الإحصائية  $\rho/\sqrt{1/(n-1)} = \rho\sqrt{n-1}$  تتوزع وفق التوزيع الطبيعي المعياري. ويكون هذا التقريب مقبولاً من أجل  $n > 10$ .



من أجل معطياتنا لدينا  $1.52 = \sqrt{17-1} \cdot 0.38$ ، وهذه القيمة تقابل احتمالاً من الجانبين يساوي 0.13 حسب الجدول (1.7). وهكذا لا يوجد علاقة واضحة بين الحدوث المشاهد لغرب كابوسي وإمكانية الوصول إلى المراكز الصحية. في هذه الدراسة لا يوجد أي علاقة ذات دلالة إحصائية بين الورم وأي متغير تفسيري آخر ونختم القول بأنه لا يظهر التوزيع الجغرافي كعامل مؤثر على توزيع المجتمع أو على التدابير التشخيصية.

الجدول 7.12 : نقط 5% و 1% لاختبار ثنائي الذيل لتوزيع معامل سبيرمان  $\rho$

حجم العينة	احتمال أن يكون $\rho$ أكبر أو أصغر من 0 مقارنة مع القيمة المحسوبة	
	5%	1%
4	-	-
5	1.00	-
6	0.89	1.00
7	0.82	0.96
8	0.79	0.93
9	0.70	0.83
10	0.68	0.81

لقد تجاهلنا مشكلة المشاهدات المتكررة آنفاً. وسنعالج المشاهدات بنفس الطريقة كما هو موضح في الفقرة (2.12). فنقطعها متوسط الرتب إذا كانت مكررة ثم نطبق على الرتب الناتجة صيغة ارتباط الرتب للموضحة سابقاً. في هذه الحالة، تكون قيم الجدول (7.12) تقريبية. يوجد العديد من الطرق لحساب هذه المعامل، حيث استعمل الباحث (Siegel 1956) صيغة مختلفة تماماً ولكنها أعطت نفس النتائج.

## 5.12 معامل ارتباط كندل الرتبي $\tau$

### Kendall's rank correlation coefficient, $\tau$

يعتبر معامل ارتباط سبيرمان كافياً لاختبار الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود علاقة بين المتغيرين، لكن من الصعب استخدامه كمقياس لقوة هذه العلاقة. لقد طور كندل معاملاً رتبياً للارتباط، يتميز عن معامل سبيرمان ويسمى معامل ارتباط كندل  $\tau$  (حرف يوناني يلفظ tau)، ولكنه يتطلب حسابات شاقة أكثر مما يتطلبه معامل سبيرمان، ولكن بوجود الحواسيب ذات السرعات الكبيرة يمكن تجاوز هذه المشكلة. من أجل كل زوج من



المختبرين، ننظر فيما إذا كانت الأفراد المختيرة مرتبة بنفس الطريقة للمتغيرين، زوج منسجم، أو بطريقة معاكسة، زوج غير منسجم، أو زوج له القيمة نفسها بالنسبة لأحد المتغيرين أي زوج غير مرتب (متكرر) وبالتالي لا يكون هذا الزوج مرتباً على الإطلاق، أي زوج مكرر. يعرف معامل كندل  $\tau$  بأنه نسبة الفرق بين عدد الأزواج المنسجمة والأزواج غير المنسجمة على العدد الكلي لهذه الأزواج. وسيكون  $\tau$  مساوياً لـ  $+1$  إذا كانت الرتب متطابقة، أي إذا كانت جميع الأزواج مرتبة بنفس الطريقة، وسيكون  $\tau$  مساوياً لـ  $(-1)$  إذا كانت جميع الرتب متعكسة، أي أن الأزواج مرتبة بطريقة عكسية.

سنرمز لعدد الأزواج المنسجمة بـ  $(n_d)$  ولعدد الأزواج المتعكسة بـ  $(n_e)$  وللفرق  $n_d - n_e$  بـ  $S$ . وإن العدد الكلي للأزواج هو  $n(n-1)/2$  وبالتالي:

$$\tau = \frac{n_e - n_d}{\frac{1}{2}n(n-1)} = \frac{S}{\frac{1}{2}n(n-1)}$$

وفي حالة عدم وجود تكرار بين الأزواج فإن  $n(n-1)/2 = n_d + n_e$ .

تعتمد الطريقة الأسهل لحساب  $n_e$  على ترتيب المشاهدات تبعاً لأحد المتغيرات، كما في الجدول (6.12) والمصنف تبعاً لمتغير حدوث المرض. لنأخذ بعين الاعتبار الترتيب الثاني للمتغير (النسبة المئوية للسكان القاطنين ضمن نطاق 10 كم من مركز صحي). المنطقة الأولى، كوست Coast، حيث يوجد 14 منطقة أدنى منها والتي لها ترتيب أكبر. وهكذا تكون الأزواج المشكلة من المنطقة الأولى وهذه المناطق الأربع عشرة في الترتيب الصحيح، وتوجد منطقتان أدنى منها وذات رتبة أدنى وهكذا تكون الأزواج المشكلة من المنطقة الأولى وهاتين المنطقتين في الاتجاه المعاكس. وفي المنطقة الثانية شينيانكا Shinyanga، يوجد 10 مناطق دونهما ولها رتب أكبر، وهكذا يوجد عشرة أزواج أخرى في الترتيب الصحيح. لاحظ أن الزوج (كوست وشينوانغا) قد حسب آنفاً. يوجد 5 أزواج في ترتيب معاكس. بالنسبة للمنطقة الثالثة، ميبا Mbeya، نجد أنه يوجد 10 مناطق أدنى منها في نفس الترتيب و4 مناطق لها عكس الترتيب وهكذا. فإذا جمعنا هذه الأعداد نحصل على كل من  $n_e$  و  $n_d$ .

$$n_e = 14 + 10 + 10 + 13 + 4 + 6 + 7 + 8 + 1 + 5 + 4 + 2 + 2 + 0 + 1 + 1 + 0 = 88$$

$$n_d = 2 + 5 + 4 + 0 + 8 + 5 + 3 + 1 + 7 + 2 + 2 + 3 + 2 + 3 + 1 + 0 + 0 = 48$$



ويعطى العدد الكلي للأزواج بالعلاقة  $n(n-1)/2 = 17 \times 16/2 = 136$ . وذلك لأنه لا يوجد تكرارات، ويمكننا حساب  $n_d$  بطريقة أخرى في هذه الحالة.  $n_d = n(n-1)/2 - n_e = 136 - 88 = 48$  ومنه نجد أن  $S = n_e - n_d = 88 - 48 = 40$ . وهكذا فإن  $r = S / n(n-1)/2 = 40 / 136 = 0.29$ .

في حال وجود تكرارات، لا يمكن لـ  $r$  أن يساوي القيمة  $\pm 1$ . مع ذلك يمكننا الحصول على ارتباط تام إذا كانت القيم المتكررة للمختبرين هي نفسها بالنسبة لكلا المتغيرين. وللوصول لذلك نستخدم صيغاً مختلفة لـ  $r$ ،  $r_b$ . لنفترض أنه يوجد في المقام  $n(n-1)/2$  زوج يمكن. فإذا وجدنا  $t$  فرداً متكرراً لرتبة معينة بالنسبة للمتغير  $X$  فإنه لا يوجد أي زوج منها يتأثر بالقيمة  $S$ . وبالتالي يوجد  $t(t-1)/2$  زوجاً مكرراً. فإذا أخذنا بعين الاعتبار كل المجموعات الحاوية على أفراد متكررة فلدينا  $\sum t(t-1)/2$  زوجاً لا يؤثر على ناتج  $S$ ، حيث يمتد المجموع على كل المجموعات الحاوية على رتب متكررة. وهكذا فإن مجموع الأزواج التي تشارك بـ  $S$  هو  $S = n(n-1)/2 - \sum t(t-1)/2$ ، ولا يمكن لـ  $S$  أن تكون أكبر من  $n(n-1)/2 - \sum t(t-1)/2$ . ونلاحظ أن حجم  $S$  محدد أيضاً بتكرار الترتيب الثاني. فإذا رمزنا لعدد الأفراد المختبرين التي لها نفس القيمة  $Y$  بـ  $u$ ، عندئذ فإن عدد الأزواج التي تشارك في  $S$  هو  $S = n(n-1)/2 - \sum u(u-1)/2$ . ونعرف الآن  $r_b$  كما يلي:

$$r_b = \frac{S}{\sqrt{(n(n-1)/2 - \sum t(t-1)/2)(n(n-1)/2 - \sum u(u-1)/2)}}$$

لاحظ أنه في حال عدم وجود تكرارات فإن  $\sum t(t-1)/2 = 0 = \sum u(u-1)/2$  وبالتالي  $r_b = r$ . وعندما تكون الترتيب متطابقة فإن  $r_b = 1$  ولا يهمنا عدد التكرارات. وقد ناقش كندل (1970) طريقتين أخريين للتعامل مع التكرارات، فحصل على العاملين  $r_1$  و  $r_2$  ولكن يبقى تطبيقهما محملاً.

غالباً ما نريد اختبار الفرضية الابتدائية القائلة أنه لا يوجد علاقة بين المتغيرين في المجتمع الإحصائي الذي أخذت منه العينة. وعادةً ما نتم بحتم احتمال أن تكون قيمة  $S$  أكبر أو تساوي القيمة الملاحظة. لقد تم حساب الجدول (8.12) بنفس أسلوب الجدولين (1.12) و (2.12). ويبين هذا الجدول احتمال تجاوز القيمة المشاهدة لـ  $S$  قيمة حدية من أجل  $n$  أكبر من 10.



ومن الناحية العملية تمّ جدولة قيم  $S$  بدلاً من قيم  $r$ . وعندما توجد تكرارات يصبح الحساب تقريبياً. وعندما يكون حجم العينة أكبر من 10، يأخذ توزيع  $S$  شكل التوزيع الطبيعي على وجه التقريب بفرض صحة الفرضية الابتدائية، بمتوسط صفر. فإذا كان لا يوجد تكرارات فإن التفاوت يأخذ الشكل:

$$\text{VAR}(S) = \frac{n(n-1)(2n+5)}{18}$$

الجدول 8.12 : نقطة 5% و 1% لاختبار الذيلين لتوزيع  $S$  من أجل معامل كندل

حجم العينة	احتمال أن يكون $S$ أكبر أو أصغر من التوقع مقارنة مع القيمة الجدولة	
	5%	1%
4	-	-
5	10	-
6	13	15
7	15	19
8	18	22
9	20	26
10	23	29

عندما يوجد تكرارات فإن صيغة تباين  $S$  معقدة جداً (Kendall, 1970) وسأحذفها. ومن الناحية العملية تتم الحسابات بواسطة الحاسوب في جميع الأحوال. أما إذا كان لا يوجد الكثير من التكرارات فلا مانع من استخدام الصيغة البسيطة. على سبيل المثال، إذا أخذنا  $S = 40$  و  $n = 17$  وكان لا يوجد تكرارات، يعطي التغير الطبيعي المعياري بالعلاقة:

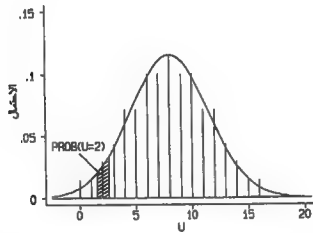
$$\begin{aligned} \frac{S}{\sqrt{\text{VAR}(S)}} &= \frac{S}{\sqrt{n(n-1)(2n+5)/18}} \\ &= \frac{40}{\sqrt{17 \times 18 \times 39/18}} \\ &= 1.55 \end{aligned}$$

من الجدول (1.7) للتوزيع الطبيعي نجد أن احتمال مثل هذه القيمة الحدية في حالة الذيلين يساوي  $0.12 = 2 \times 0.06$ ، والتي تماثل إلى حد كبير تلك التي نحصل عليها باستخدام



معامل سيرمان  $\rho$ . ويعطي معامل الارتباط  $r: r = 0.30, p = 0.24$ , لكن عدم عضوع المتغيرات للتوزيع الطبيعي يجعل قيمة  $P$  غير صحيحة.

والسؤال الآن لماذا يوجد معامل ارتباط رتبيين مختلفان؟ إن معامل سيرمان  $\rho$  أقدم من معامل كندل  $\tau$ ، ويمكن النظر لمعامل سيرمان كمعامل الارتباط  $\tau$  لبرسون. إن معامل ارتباط كندل هو واحد من جملة من الطرائق الرتيبة المتناسقة وله تفسير مباشر، فهو يمثل الفرق بين الأزواج المنسجمة وغير المنسجمة. وبشكل عام، فإن القيمة العددية  $\rho$  أكبر من القيمة العددية  $\tau$  ولا يمكن حساب قيمة  $\rho$  انطلاقاً من قيمة  $\tau$  ولا العكس، لأن كل معامل يقيس نوع مختلف من الارتباط. يعطي للمعامل  $\rho$  وزناً أكبر للتعاكسات في الترتيب، عندما تكون البيانات (المعطيات) متباعدة في الرتب، مقابل الترتيب العكسي للفرق، أي أن الرتب قريبة من بعضها البعض، إن المعامل  $\tau$  لا يتصف بهذه الصفة. مع ذلك فإن لكل الاختبارين نفس القوة في رفض الفرضية الابتدائية الخاطئة ولهذا لا نهتم بأي واحد سنستعمل في الحالات التطبيقية.



الشكل 2.12 : توزيع إحصائية اختبار مان - ويتسي  $U$ ، من أجل  $n_1 = 4$  و  $n_2 = 4$  عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة، مع التوزيع الطبيعي المقابل والمساحة المقدره لـ  $PROB(U=2)$



## 6.12 تصحيحات الاستمرار<sup>(1)</sup> Continuity corrections

في هذا الفصل، عندما تكون العينات كبيرة فإننا نستعمل توزيعاً مستمراً، مثل التوزيع الطبيعي، لتقريب التوزيعات المنقطعة،  $U$  أو  $T$  أو  $S$ . على سبيل المثال، بين الشكل (2.12) توزيع إحصائية مان - ويتنسي  $U$  من أجل  $n_1 = 4$  و  $n_2 = 4$  الجدول (1.12) مع منحني التوزيع الطبيعي الموافق. اعتماداً على التوزيع الدقيق، فإن احتمال أن تكون  $U < 2$  يساوي إلى  $0.014 + 0.014 + 0.029 = 0.057$ . ويكون المتغير المعياري الموافق.

$$\frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}} = \frac{2 - \frac{4 \times 4}{2}}{\sqrt{\frac{4 \times 4 \times 9}{12}}} = -1.732$$

واعتماداً على الجدول (1.7) فإن الاحتمال المقابل هو 0.048. إن هذه القيمة الأخيرة أقل من قيمة الاحتمال الحقيقي. وسبب هذا الاختلاف أن التوزيع المستمر يضيف احتمالات القيم غير الصحيحة 0، 1، 2 بحساب المساحة تحت المنحنى والمحصورة بين القيمتين  $U = 1.5$  و  $U = 2.5$ . والمتفرعان الطبيعيان المعياريان الموافقان هما - 1.876 و - 1.588، على الترتيب ويقابلان الاحتمالين 0.030 و 0.056 حسب الجدول (1.7). وهذا يعطي تقديراً لاحتمال  $U = 2$  يساوي  $0.026 = 0.030 - 0.056$ ، وهذه القيمة تتوافق بشكل جيد مع القيمة الحقيقية للاحتمال 0.029. وعلى هذا النحو، لتقدير احتمال  $U < 2$ ، نقدر المساحة الأدنى من  $U = 1.5$  وليس المساحة الأصغر من  $U = 2$ . وهذا يعطينا قيمة طبيعية معيارية قدرها -1.588، والاحتمال المقابل لها 0.056. وهذه القيمة الاحتمالية تقابل بشكل ملحوظ القيمة الاحتمالية الدقيقة 0.057. وخاصة عندما نأخذ  $n_1, n_2$  صغيرين.

ويمكننا الحصول على تقريب أفضل من القيمة الطبيعية المعيارية إذا جعلنا  $U$  قريبة من قيمتها المتوقعة 1/2. وبشكل عام، يمكننا الحصول على تلاؤم أفضل إذا جعلنا القيمة المشاهدة

<sup>(1)</sup> تصحيح الاستمرار يعني التصحيح الناشئ عن الانتقال من لتغير المنقطع إلى التغير المستمر والمطبق على إحصائية الاختصار (الترجم).



للإحصائية أقرب إلى قيمتها المتوقعة بمقدار نصف المجال بين القيمتين للتجاورتين للمتغير المقطوع وهذا ما ندعوه **تصحيح الاستمرار**.

أما من أجل  $S$ ، نجد المجال بين القيمتين المجاورتين هو 2 وليس 1 لأن  $n_e - n_o = 2n_e - n(n-1)/2$  و  $S = n_e$  عدد صحيح. فتفقد  $n_e$  بمقدار وحدة (واحد) يؤدي إلى تغير  $S$  بمقدار وحدتين فيكون تصحيح الاستمرار هو نصف العدد 2، أي 1. ولذا نجعل  $S$  قريبة من القيمة المتوقعة 0 بمقدار 1 قبل تطبيق التقريب الطبيعي. من أجل معطيات غرب كابوسي، لدينا  $S = 40$  مع  $n = 17$ . وباستخدام تصحيح الاستمرار نجد أن:

$$\frac{S-1}{\sqrt{\widehat{Var}(S)}} = \frac{40-1}{\sqrt{17 \times 18 \times 39/18}} = \frac{39}{25.75} = 1.513$$

وهذا يعطي احتمالاً من الجانبين يساوي  $0.13 = 2 \times 0.066$  وهو أكبر بقليل من القيمة غير المصححة 0.12.

إن تصحيحات الاستمرار ضرورية للعينات الصغيرة أما في العينات الكبيرة فيمكن إهمالها. سنقابل حالة أخرى في الفصل الثالث عشر.

## 7.12 الطرق الوسيطة والطرق اللا وسيطية؟

### Parametric or non-parametric methods?

في كثير من المسائل الإحصائية، يوجد حلول عديدة ممكنة، كما هو الحال في كثير من الأمراض فإنه يوجد لها العديد من العلاجات، ولجميع هذه العلاجات نتائج ناجعة ولكن لكل علاج تأثير جانبي، ويتبع هذا التأثير تفاعله مع الأمراض والعلاجات والنوعيات المختلفة للمرضى غالباً لا يوجد علاج صحيح، ولكن يوجد علاج تقرر استعماله بناءً على تأثيراته الملاحظة، والخبرة السابقة. إن الكثير من المسائل الإحصائية تشبه هذه الحالة. ففي مقارنة متوسطي مجموعتين صغيرتين، مثلاً يمكن استعمال اختبار  $t$  ستودنت، أو اختبار  $t$  مع تحويل، أو اختبار مان-ويتني  $U$  أو أي اختبار آخر. إن اختيارنا لاختبار ما يعتمد على صحة شروط التوزيع الطبيعي، وإمكانية الحصول على مجالات ثقة، وسهولة الحساب،



وهكذا. كما يعتمد على قلة التحيز أيضاً. إن بعض المستعملين للطرق الإحصائية يهتمون كثيراً بالشروط المتعلقة بالتوزيع الطبيعي للمعطيات فيلجأون للطرائق اللا وسيطية حسب المستطاع، بينما نجد البعض الآخر قلبي الاكتراث تجاه الأخطاء التسي تحدث عندما لا تكون شروط التوزيع الطبيعي محققة.

لقد قابلت أشخاصاً أخرونسي أنهم استعملوا الطرق اللا وسيطية خلال دراساتهم كنوع من العمل الإحصائي البحث ولكن الأمر ليس كذلك. فلعلهم قصدوا بذلك أن اختباراتهم الاعتدادية أضعف قوة مما يمكن أن يعملوا. وأن نتائجهم ستعد غير ذات أهمية، عندما يكون مجال الثقة للفرق مثلاً أكثر اعلاماً.

من جهة أخرى، إن هذه الطرق مفيدة جداً عندما لا تتحقق شروط اختبار  $t$  ستودنت وإنه من الخطأ تجنب استخدامها. غير أنه يجب أن نختار الطريقة الأكثر ملاءمة للمسألة آخذين بعين الاعتبار الشروط وماذا نريد حقاً أن نعرف. وستتحدث حول الطريقة المنتقاة في الفصل الرابع عشر.

من المفاهيم الخاطئة الشائعة أنه عندما يكون عدد المشاهدات صغيراً جداً، وغالباً ما نقول أقل من 6، فإن طرائق التوزيع الطبيعي مثل توزيع ستودنت والانكفاء يجب ألا تستخدم، ويستعاض عنها بالطرائق الرتبية. أما بالنسبة لي فإننسي لا أرى أي دليل يدعم هذا الرأي، لكن بتفحص الجداول (2.12)، (5.12)، (7.12) و (8.12) نجد أن هذا الكلام لا معنى له. فمن أجل العينات الصغيرة، فإن الاختبارات الرتبية لا تعطي أي اعتداد عند المستوى 5%. ويجب استخدام تحويل إحصائي لمثل هذه العينات الصغيرة، وبالتالي فإن الطرق الطبيعية مطلوبة حتماً هنا.

#### M 10 أسئلة الاختبار من متعدد من 62 إلى 66

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

62. من أجل مقارنة الاستجابة على علاج جديد مطبق على مجموعة من المرضى مع استجابة مجموعة شاهدة لعلاج قياسي، فإن الطرق الممكنة للحصول على المقارنة:

١ - اختبار  $t$  ستودنت لعيتين



- ب - اختبار الإشارة
- ج - اختبار U مان- ويتني
- د - اختبار الأزواج المتقارنة لويلكو كسن
- هـ - اختبار الارتباط الرتبى بين استجابة العلاجين

63. الطرق المناسبة لمعطيات مرتبة بدقة تتضمن:

- أ - اختبار الإشارة
- ب - اختبار مان- ويتني (U)
- ج - اختبار الأزواج المتقارنة لويلكو كسن
- د - اختبار t ستودنت لعيتين
- هـ - اختبار معامل ارتباط كندل الرتبى

64. إن معامل ارتباط كندل الرتبى بين متغيرين:

- أ - يعتمد على اختبار المتغير المنبىء
- ب - يساوى الصفر عندما لا يوجد علاقة بين المتغيرين
- ج - لا يعطى اختبار اعتداد صحيح إذا كان يوجد مشاهدات متكررة
- د - محصور بين -1 و +1
- هـ - لا يتأثر بتحويل لوغاريتمي على المتغيرين للدرسين

65. إن اختبارات الاعتدال المعتمدة على الرتب:

- أ - مفضلة دوماً على تلك الطرق التسي تفترض التوزيع الطبيعى للملاحظات
- ب - أقل قوة من الطرق التسي تعتمد على التوزيع الطبيعى عندما تكون المعطيات موزعة طبيعياً
- ج - ممكننا من تقدير بحالات الثقة بسهولة
- د - لا تتطلب شروط على المعطيات
- هـ - تفضل غالباً عندما لا يكون للمعطيات أي توزيع خاص.



66. أعطي 10 رجال مصابين بذبح صدرية دواء فعالاً وغفلاً في أيام متناوبة بترتيب عشوائي. وتم فحص المرضى زمنياً بالدقائق بواسطة ممارستهم لبعض التمارين حتى يصابوا بذبح صدرية أو يستوقفهم التعب. ونريد أن نفحص تأثير الدواء فأني اختبار يمكننا أن نستعمل:

أ - اختبار المزاوجة لستودنت

ب - اختبار مان-وتني U

ج - اختبار الإشارة

د - اختبار الأزواج المتقارنة لويلكوكسن

هـ - اختبار معامل سبيرمان  $\rho$

### E 12 تمرين: تطبيق لطرق الرتب

في هذا التمرين سنحلل معطيات المطاوعة التنفسية الفقرة (E10) مستخدمين الطرق اللاوسطية.

1. من أجل المعطيات الموجودة في الجدول (17.10)، استخدم اختبار الإشارة لاختبار

الفرضية الابتدائية القائلة أن تغير شكل الموجة ليس له أثر على المطاوعة السكونية.

2. اختر نفس الفرضية الابتدائية مستخدماً اختباراً يعتمد على الرتب.

3. كرر الخطوة 1 باستخدام التحويل اللوغاريتمي للمطاوعة. هل يعطي هذا التحويل أي

فرق؟

4. كرر الخطوة الثانية بعد أخذ لوغاريتم المطاوعة. لماذا تحصل على جواب مختلف؟

5. ماذا تستنتج حول تأثير شكل الموجه من الاختبارات اللاوسطية؟

6. لماذا تختلف نتائج الطرق الوسيطة والطرق اللاوسطية؟



## الفصل الثالث عشر

### تحليل جداول التقاطعات

#### The analysis of cross-tabulations

#### 1.13 اختبار كاي - مربع للعلاقات

##### The chi-squared test for association

يبين الجدول (1.13) العلاقة بين امتلاك منزل لمجموعة من الأمهات وبين متغير تاريخ استحقاق استلام المنزل. يدعى مثل هذا النوع من الجداول المتقاطعة بمجداول التكرارات أو التصنيف التقاطعي. إن كل مدخل من مدخل هذا الجدول هو عبارة عن تكرار، أي عدد الأفراد الذين يمتلكون مجموعة صفات. وإنه من الصعب قياس شدة العلاقة بين متغيرين نوعيين، ولكن من السهولة اختبار الفرضية القائلة بعدم وجود علاقة بين متغيرين فإذا كانت العينة كبيرة، فإنه يمكننا فعل ذلك باستعمال اختبار كاي - مربع.

الجدول 1.13 : جدول التكرارات لزمن التسليم وامتلاك المنزل

حالة امتلاك المنزل	لم تسلم بعد	تمت عملية الاستلام	الكلي
مسرر ملك	90	849	899
مستأجرة في جميع كسي	29	229	258
مستأجرة في بناء خاص	11	164	175
تقطن مع والديها	6	66	72
غير ذلك	3	36	39
الكلي	99	1344	1443

لتطبيق اختبار كاي - مربع على جداول التكرارات فإننا ننهج ما يلي. تشير الفرضية الابتدائية لعدم وجود علاقة بين متغيرين، وتشير الفرضية البديلة لوجود علاقة من نوع ما.



نوجد في كل خلية من خلايا الجدول التكرار الذي نتوقعه إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. وللقيام بذلك نستخدم المجاميع السطرية والمجاميع العمودية، وبالتالي فإننا نجد القيمة المتوقعة للتكرارات من خلال هذه المجاميع، والتي تدعى بالمجاميع المأمشة.

الجدول 2.13 : التكرارات المتوقعة بحسب الفرضية الابتدائية

للجدول (1.13)

حالة امتلاك المنزل	لم تسلم بعد	تحت عملية الاسلام	الكلي
منزل ملك	61.7	837.3	899
مستأجرة في جميع كسي	17.7	240.3	258
مستأجرة في بناء خاص	12.0	163.0	175
تظن مع والديها	4.9	47.1	72
غير ذلك	2.7	36.3	39
الكلي	99	1344	1443

يوجد 1443 امرأة منهم 899 امرأة مملكت مسكنها الخاص، عندئذ تكون نسبتهم 899/1443. فإذا لم يوجد علاقة بين زمن التسليم وامتلاك المنزل، فالتكرارات المتوقعة في كل عمود من الجدول تساوي النسبة 99/1443 من المجموع السطري المقابل لهذا التكرار. ولهذا نتوقع من أصل 99 مريضة في العمود الأول  $61.7 = 899/1443 \times 99$  في السطر الأول. ونقصد بالتوقع (expected) معدل التكرارات التي نحصل عليها بمرور الزمن. حيث أننا لا نراقب 61.7 مختبراً بشكل فعلي. كما نتوقع من أصل 1344 مريض في العمود الثاني القيمة  $837.3 = 899/1443 \times 1344$  في السطر الأول. وبمجموع هذين التكرارين المتوقعين يساوي القيمة 899 وهو المجموع الكلي للسطر الأول. وبشكل مشابه، نجد 258 مريضة في السطر الثاني، وبالتالي فإننا نتوقع  $17.7 = 258/1443 \times 99$  في السطر الثاني والعمود الأول ونتوقع  $240.5 = 258/1443 \times 1344$  في السطر الثاني والعمود الثاني. فإذا حسينا التكرار المتوقع لكل خلية من الخلايا العشرة من الجدول (1.13). نحصل على التكرارات المتوقعة المبينة في الجدول (2.13). لاحظ أن المجاميع السطرية والعمودية هي نفسها في الجدولين (1.13) و (2.13). بشكل عام يُعطى توقع كل تكرار لكل خلية من خلايا جدول التكرارات بالعلاقة:

$$\frac{\text{المجموع السطري} \times \text{المجموع العمودي}}{\text{المجموع الكلي}}$$



ولا أهمية لموقع المتغير في أي سطر كان أو عمود.

وستقارن الآن القيمة المشاهدة والقيمة المتوقعة. فإذا كان المتغيران الإحصائيان غير مستقلين، فإن القيمتين المشاهدة والمتوقعة متقاربتان وأي اختلاف بينهما مرده للمصادفة. نحتاج لإحصائية اختبار تُمكننا من قياس ذلك. إن الفرق بين القيم المشاهدة والمتوقعة انطلاقة جيدة لبناء هذه الإحصائية. لا يمكننا جمع الفروق جمعاً جبرياً حتى لا نحصل على 0 وذلك لأن التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة لها نفس المجموع الكلي، 1443. ويمكننا حل هذه المشكلة بنفس أسلوب حل مشكلة الفروق حول المتوسط الفقرة (7.4)، وذلك بتربيع هذه الفروق. إن حجم الفرق يعتمد بشكل ما على عدد المرضى. عندما تكون المجاميع السطرية والمجاميع العمودية صغيرة فإن الفرق بين التكرار المشاهد والمتوقع سيكون بالضرورة صغيراً وبمخلص، ولأسباب تمت مناقشتها في الفقرة (A13)، إلى أن الإحصائية المفضلة هي:

$$\sum_{\text{على الخلايا}} = \frac{(\text{التكرار المشاهد} - \text{التكرار المتوقع})^2}{\text{التكرار المتوقع}}$$

والذي يكتب غالباً بالشكل:

$$\sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

من الجدول (1.13) لدينا:

$$\begin{aligned} \sum \frac{(O-E)^2}{E} &= \frac{(50-61.7)^2}{61.7} + \frac{(849-837.3)^2}{837.3} \\ &+ \frac{(29-17.7)^2}{17.7} + \frac{(229-240.3)^2}{240.3} \\ &+ \frac{(11-12.0)^2}{12.0} + \frac{(164-163.0)^2}{163.0} \\ &+ \frac{(6-4.9)^2}{4.9} + \frac{(66-67.1)^2}{67.1} \\ &+ \frac{(3-2.7)^2}{2.7} + \frac{(36-36.3)^2}{36.3} \\ &= 10.5 \end{aligned}$$



وكما هو موضح في الفقرة (A13)، تتوزع هذه الإحصائية وفق توزيع كاي-مربع بدرجة من الحرية تعطي كما يلي:

$$(\text{عدد الأسطر} - 1) \times (\text{عدد الأعمدة} - 1)$$

على فرض صحة أن الفرضية الابتدائية وأن حجم العينة كبير بشكل كاف. وسنناقش في الفقرة (3.13) ماذا نعي بكلمة كبيرة بشكل كاف.

لدينا في الجدول (1.13)،  $(1-5)(1-2) = 4$  درجة من الحرية، يبين الجدول (3.13) بعض النسب المئوية لنقط توزيع كاي-مربع من أجل درجات حرية معينة. ويوضح الشكل (1.13) النسبة المئوية العليا للنقط في توزيع كاي-مربع. فالنقطة المقابلة للنسبة المئوية 5% تساوي 9.49 لأربع درجات من الحرية، وللنسبة 1% تساوي 13.28 لدرجة الحرية ذاتها. وبالتالي فإن للقيمة المشاهدة 10.5 احتمالاً يقع بين 1% و5%. فإذا استعملنا برنامجاً حاسوبياً نجد الاحتمال الحقيقي،  $P = 0.03$ . ونستنتج أن المعطيات غير منسجمة مع الفرضية الابتدائية ونخلص إلى القول بوجود علاقة بين امتلاك المنزل وزمن التسليم.

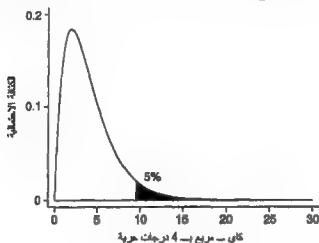
الجدول 3.13 : النسبة المئوية لنقط توزيع كاي - مربع

درجة الحرية	احتمال أن تكون القيمة المحسوبة متجاوزة			
	10%	5%	1%	0.1%
1	2.71	3.84	6.63	10.83
2	4.61	5.99	9.21	13.82
3	6.25	7.81	11.34	16.27
4	7.78	9.49	13.28	18.47
5	9.24	11.07	15.09	20.62
6	10.64	12.59	16.81	22.46
7	12.02	14.07	18.48	24.32
8	13.36	15.51	20.09	26.13
9	14.68	16.92	21.67	27.88
10	15.99	18.31	23.21	29.59
11	17.28	19.68	24.73	31.28
12	18.55	21.03	26.22	32.91
13	19.81	22.36	27.69	34.53
14	21.06	23.68	29.14	36.12
15	22.31	25.00	30.58	37.70
16	23.54	26.30	32.00	39.25
17	24.77	27.59	33.41	40.79
18	25.99	28.87	34.81	42.31
19	27.20	30.14	36.19	43.82
20	28.41	31.41	37.57	45.32

لا يمكن أن تكون إحصائية كاي - مربع مؤشراً على قوة العلاقة. فإذا ضاعفنا التكرارات في الجدول (1.13)، فستضاعف قيمة إحصائية كاي - مربع، ولكن تبقى قوة العلاقة ثابتة



بين المتغيرين المدروسين. نستطيع استعمال اختبار كاي - مربع عندما تكون الأعداد في خلايا الجدول تكرارات، ونمتنع عن استخدامه إذا كانت لدينا نسب أو قياسات.



الشكل 1.13 : النقطة المثوية لتوزيع كاي - مربع

## 2.13 اختبارات الجداول 2x2

### Tests for 2 by 2 tables

لنتخذ للمعطيات التي نوقشت في الفقرة (8.9) والمتعلقة بأعراض السعال وسيرة المريض بالتهاب القصبات. لدينا 273 طفلاً مصابين بالتهاب قصبات سابقاً منهم 26 طفلاً يسعلون صباحاً أو مساءً، ولدينا 1046 طفلاً غير مصابين بالتهاب قصبات سابقاً منهم 44 طفلاً يسعلون ليلاً أو نهاراً. يمكننا عرض هذه البيانات على شكل جدول تكرارات كما هو موضح في الجدول (4.13).

الجدول 4.13 : سعال خلال الليل أو النهار لأطفال لما العمر 14 مصابة أو غير مصابة سابقاً التهاب قصبات (Holland et al, 1978)

الجموع	التهاب قصبات	يلون التهاب قصبات
70	44	26
1249	1002	247
1319	1046	273



لنستعمل اختبار كاي - مربع لاختبار الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود علاقة بين السعال والتهاب القصبات السابق. تُعطى القيم المتوقعة في الجدول (5.13). وتكتب إحصائية الاختبار بالشكل التالي:

$$\sum \frac{(O-E)^2}{E} = \frac{(26-14.49)^2}{14.49} + \frac{(44-55.51)^2}{55.51} + \frac{(247-258.51)^2}{258.51} + \frac{(1002-990.49)^2}{990.49} = 12.2$$

لدينا  $r = 2$  (عدد الأسطر) و  $c = 2$  (عدد الأعمدة)، وبالتالي  $1 = (2-1)(2-1) = (r-1)(c-1)$  وبالتالي  $1 = (2-1)(2-1)$  درجة حرية. تساوي نقطة 5% من الجدول (3.13)، 3.84 ونقطة 1%، 6.63، وهكذا فإننا نشاهد أمراً غير محتمل إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. ولذلك فإننا نرفض الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود علاقة وثبت وجود علاقة بين السعال والتهاب القصبات السابق.

الجدول 5.13: التكرارات المتوقعة للجدول (4.13)

المجموع	التهاب قصبات	بغون التهاب قصبات	المجموع
مصاب بالسعال	14.49	55.51	70
غير مصاب بالسعال	258.51	990.49	1249
المجموع	273	1046	1319

إن الفرضية القائلة بعدم وجود علاقة بين السعال والتهاب القصبات هي نفس الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود فرق بين نسب السعال عند الذين أصيبوا بالتهاب قصبات سابقاً وأولئك الذين لم يصابوا به. فإذا وجد فرق ذو دلالة إحصائية بين هاتين النسبتين، فتوجد علاقة بين المتغيرين. وبالتالي فإننا اختبرنا نفس الفرضية الابتدائية بطريقتين مختلفتين. في الواقع، إن هذه الاختبارات متكافئة تماماً. إذا أخذنا المتغير الطبيعي من الفقرة (8.9)، وهو 3.49 وربعنا هذه القيمة نجد 12.2 وهي نفس قيمة كاي - مربع المشاهدة. إن الميزة الهامة لطريقة الفقرة (8.9) والفقرة (6.8) ألهمنا تعطينا مجال ثقة لحجم الفرق، في حين لا يتوفر لنا هذا في طريقة كاي - مربع.



### 3.13 اختبار كاي - مربع للعينات الصغيرة

#### The chi-squared test for small samples

إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، فإن إحصائية الاختبار  $\sum(O - E)^2/E$  والتي ندعوها إحصائية كاي-مربع، تتبع توزيع كاي-مربع عندما تكون القيم المتوقعة كبيرة بشكل كاف. إنه اختبار لعينات كبيرة كالاختبارات المدروسة في الفقرة (7.9) والفقرة (8.9). أما إذا كانت التكرارات للمتوقعة صغيرة أصبح الاختبار مشكوكاً فيه.

الجدول 6.13 : التكرارات المشاهدة والمتوقعة لزم من الصور الشعاعية المأخوذة بالشهر السادس بهدف مقارنتها مع مجموعة أخرى مأخوذة من سلسلة علاج بالمضاد الحيوي سترپتوميسين، درجة حرارة المرضى الابتدائية 100 - 100.9 °F

المجموع	حجم المشاهد		ستريپتوميسين		التقدير الشعاعي
	المتوقعة	المشاهدة	المتوقعة	المشاهدة	
18	9.6	5	8.4	13	حسنة
9	4.8	7	4.2	2	مشوهة
5	2.7	5	2.3	0	ميتة
32	17	17	15	15	المجموع

ينسب تطبيق هذا المعيار الاصطلاحي للإحصائي الكبير W.G.Cohran والقاعدة في تطبيق معيار كاي - مربع هو أن تكون 80% من التكرارات المتوقعة تتجاوز القيمة 5 وجميع التكرارات المتوقعة تتجاوز القيمة 1. يمكننا أن نرى أن الجدول (2.13) يحقق هذا الشرط، بحيث أنه فقط 2 من أصل 10 قيمة متوقعة، أي 20%، أقل من 5 ولا توجد أية قيمة أقل من 1. لاحظ أن هذا الشرط يُطبق على التكرارات المتوقعة فقط دون التكرارات المشاهدة. فمن الممكن أن يكون لدينا تكرار مشاهد مساوٍ للصفر، وبنفس الوقت تكون التكرارات المتوقعة محققة للشرط (للمعيار).

إن هذا المعيار لا زال مفتوحاً للمناقشة. وتظهر بعض الدراسات أن هذا الشرط مبالغ فيه وأن اختبار كاي-مربع قابل للتطبيق من أجل قيم متوقعة أصغر من تلك الموجودة في شرط كوشران، وخاصة إذا كان لدينا عدد كبير من الأسطر والأعمدة في جدول التكرارات. وحتى هذه اللحظة، يعتبر موضوع دراسة تحليل الجدول، التي من الشكل  $2 \times 2$ ,



والمعتمدة على عينات صغيرة من المواضيع الهامة والساخنة بين الإحصائيين. وحتى الآن لم يتم طرح أي قاعدة أفضل من تلك التي اقترحها كوشران ولذلك أقترح الحفاظ عليها لحين الوصول لحلول للأسئلة النظرية المطروحة. إن أي تطبيق لاختبار كاي- مربع دون التحقق من شروط كوشران يؤدي إلى نتائج مشكوك فيها.

الجدول 7.13 : تحويل الجدول 6.13 للجدول  $2 \times 2$

القيم الشعاعي	جرعة ستيروميسين		عينة الشاهد		المجموع
	المشاهدة	المترتبة	المشاهدة	المترتبة	
حبة	13	8.4	5	9.6	18
مشوهة أو ميتة	2	6.6	12	7.4	14
المجموع	15	15.0	17	17.0	32

يمكننا ضم أو حذف أسطر أو أعمدة من الجدول المدروس للوصول لقيم متوقعة أكبر. بالطبع هذا غير محقق من أجل الجدول  $2 \times 2$  والتي سندرسها بشكل مفصل لاحقاً. على سبيل المثال، يبين الجدول (6.13) معطيات تجربة الستريتومايسين MRC الفقرة (2.2)، حيث تمثل نتائج التصوير الشعاعي لمجموعة جزئية من المرضى بالمتغير المخرج (النتيجة)، ونريد معرفة فيما إذا كان للمضاد الحيوي الستريتومايسين تأثيراً واضحاً على تلك المجموعة الجزئية، ولذلك نود اختبار الفرضية الابتدائية الدالة على علم وجود مثل هذا التأثير مستعملين اختبار كاي- مربع. يوجد 4 قيم من أصل 6 قيم متوقعة أقل من 5، وبالتالي فإن تطبيق اختبار كاي- مربع على هذا الجدول غير مجدي إحصائياً. نستطيع دمج الأسطر لزيادة القيم المتوقعة. نلاحظ أن التكرارات الصغيرة تظهر في السطرين "المشوهة" و"الميتة"، فمن الممكن دمج هذين السطرين للوصول لسطر دال على "المشوهة أو الميتة" عندئذ تصبح جميع القيم المتوقعة أكبر من 5 ونستطيع تطبيق اختبار كاي- مربع بدرجة واحدة من الحرية. وإن هذا الدمج يجب أن يأخذ بعين الاعتبار المعانسي للتقاربة في الفئات المختلفة. بالنسبة للجدول (6.13) لا يمكننا دمج السطرين الأول والثالث للوصول لفئة جديدة يُمكن مقارنتها مع باقي الفئات، وتصبح المقارنة غير معقولة. ويأخذ الجدول الشكل الجديد (7.16).

$$\sum \frac{(O - E)^2}{E} = \frac{(13 - 8.4)^2}{8.4} + \frac{(5 - 9.6)^2}{9.6} + \frac{(2 - 6.6)^2}{6.6} + \frac{(12 - 7.4)^2}{7.4} = 10.8$$



بافتراض صحة الفرضية الابتدائية، تتوزع هذه الإحصائية وفق توزيع كاي-مربع بدرجة واحدة من الحرية، ومن الجدول (3.13) نستطيع أن نجد أن احتمال حصولنا على قيمة تتجاوز 10.8 هو 1%. ويكون لدينا معطيات غير منسجمة مع الفرضية الابتدائية وبالتالي فإنه يوجد تأثير للمضاد الحيوي الستريبتومايسين على هذه المجموعة الجزئية. إذا لم يحقق الجدول المدروس شروط كوشران حتى بعد اختصاره لجدول  $2 \times 2$ ، عندئذ يمكننا تطبيق تصحيح الاستمرار لتحسين استخدام توزيع كاي-مربع الفقرة (5.13)، أو اختبار دقيق غير تقريبي معتمدين على التوزيعات المنقطعة الفقرة (4.13).

## 4.13 اختبار فيشر الدقيق Fisher's exact test

يعتبر اختبار كاي-مربع للموضع في الفقرة (1.13) من اختبارات العينات الكبيرة. فعندما لا تكون العينة كبيرة والقيم للتوقعة أصغر من 5، فإننا نستطيع البحث عن توزيع تام كإحصائية مان ويتسي  $U$  في الفقرة (2.12). تدعى هذه الطريقة اختبار فيشر الدقيق. يمكننا إيجاد التوزيع الاحتمالي الدقيق لجدول ما إذا علمنا التجميع الكلية لأسطره وأعمدته. وكما هو الحال مع توزيع كاي-مربع، فإننا سنقتصر على تلك الجداول الحاوية على هذه التجميع. نقودنا هذه الصعوبة إلى جدال حول استعمال هذا الاختبار. سنبين كيف يعمل هذا الاختبار وسنناقش إمكان تطبيقه.

الجدول 8.13 : بيانات افراضية لتوضيح

اختبار فيشر الدقيق

المجموع	للفرد	الناحور	المجموع
4	1	3	المجموع A
4	2	2	المجموع B
8	3	5	المجموع

لنأخذ بعين الاعتبار المثال الافتراضي التالي: في تجربة ما نحدد عشوائياً 4 مرضى للعلاج A و4 مرضى للعلاج B ونحصل على النتائج المدونة بالجدول (8.13). نريد معرفة احتمال وجود فرق في الوفيات بين المجموعتين إذا كان للعلاج نفس التأثير. لنفرز المختبرين



عشوائياً إلى مجموعتين بطرق عديدة، فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة سيكون عدد الوفيات المتوقع هو نفسه وهو ثلاثة. وعندها ستكون الجاميع السطرية والعمودية هي نفسها من أجل جميع طرائق الفرز الممكنة. فإذا ثبتنا الجاميع السطرية والعمودية، يوجد عندئذ 4 تنظيمات ممكنة، مبيّنة في الجدول (9.13). يمكن الحصول على هذه التنظيمات بوضع القيم 0، 1، 2، 3 في خلية الوفاة الموافقة للمجموعة A. وأي قيم أخرى ستجعل مجموع D أكبر من 3 تماماً.

i.	S	D	T
A	4	0	4
B	1	3	4
T	5	3	8

لنرمز عتبرينا من الحرف a إلى الحرف h. وسيأخذ الناجون (الأحياء) الرموز a, b, c, d, e, والفويات الرموز f, g, h. والسؤال المطروح بكم طريقة يمكن ترتيب هؤلاء المرضى في مجموعتين كل منها مؤلفة من أربعة عتبرين للحصول على الجدول i, ii, iii, iv؟ i يكتب الجدول الأول i بخمس طرق ممكنة، فالمرضى f و g و h سيكونون في المجموعة B وهم الفويات الثلاث، والعنصر الباقي في B سيكون أحد العناصر a, b, c, d, e ويُكتب الجدول ii بـ 30 طريقة. والثلاثة الناجون في الزمرة A هم a, b, c, d, e, f, g, h بـ 30 طريقة. وهكذا يمكن أن تشكل المجموعة بـ  $3 \times 10 = 30$  طريقة. والجدول iii مماثل للجدول ii مع مبادلة A و B فيكتب إذن بـ  $3 \times 10 = 30$  طريقة. كما أن الجدول iv مماثل للجدول i مع مبادلة A و B فيكتب بـ 5 طرائق. وهكذا نستطيع ترتيب المرضى الثمانية في مجموعتين تحوي الواحدة منهما 4 بـ  $70 = 5 + 30 + 30 + 5$  طريقة. فاحتمال ظهور أي ترتيب هو  $1/70$ ، وسيكون لهم نفس الاحتمال إذا كانت الفرضية الابتدائية محققة. فإذا وجد ثلاث وفيات في الجدول i فإن احتمال ظهور هذا الجدول هو  $0.071 = 1/70$ .



يكتب الجدول ii بـ 30 طريقة من أصل 70 فيكون احتمال ظهوره  $30/70 = 0.429$  والجدول iii له الاحتمال  $30/70 = 0.429$  وكذلك الجدول iv له الاحتمال  $5/70 = 0.071$ . نلاحظ بفرض صحة الفرضية الابتدائية أنه لا توجد علاقة بين العلاج المستعمل والبقاء، لأن احتمال ظهور الجدول الثاني مساو لـ 0.429 ومن السهل حدوث هذا بالمصادفة. وهذا يتفق مع الفرضية الابتدائية. وكما في الفقرة (2.9) يجب أن نأخذ بعين الاعتبار حالات حدية أكثر من الحالات المشاهدة. ففي مثالنا يوجد حالة حدية واحدة باتجاه الفرق المشاهد، الجدول i. إن احتمال ظهور الجدول المشاهد أو الجدول الأكثر تطرفاً باتجاه الفرق الملاحظ هو الفرق المشاهد، فيساوي احتمال أن يكون الجدول المشاهد أو احتمال جدول حدي واحد  $0.071 + 0.429 = 0.5$ . وهي قيمة P (القيمة الاحتمالية) لاختبار وحيد الذيل الفقرة (5.9).

إن اختبار فيشر بالأساس هو اختبار وحيد الذيل، إذ ليس من الواضح ما هي الانحرافات المقابلة في الاتجاهات الأخرى، وخاصةً عندما تكون المجموع الهامشية مختلفة. وذلك التوزيع غير متناظر على عكس تلك البيانات الموجودة في الفقرة (2.5.12). يمكن مضاعفة الاحتمال في الذيل الواحد للحصول على اختبار ثنائي الذيل عندما يكون ذلك مطلوباً وهذا أحد الحلول. وأنا أوافق (Armitage and Berry (1987) على هذا الخيار. يوجد حل آخر يعتمد على حساب احتمالات جميع الجداول الممكنة ثم جمع الاحتمالات التي تساوي أو تقل عن احتمال الجدول المشاهد حتى نحصل على القيمة P. يمكن أن تعطي هذه الطريقة قيمة لـ P أصغر من طريقة المضاعفة.

ليس من الضروري ترقيم جميع الجداول الممكنة كما فعلنا في المثال السابق. لأنه يمكننا الحصول على الاحتمال بصيغة رياضية الفقرة (B13). يعطى احتمال ظهور مجموعة من التكرارات  $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8$  عندما تساوي المجموع السطرية والعمودية  $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8$  ويساوي المجموع الكلي  $n$ ، بالعلاقة التالية:

$$\frac{r_1! r_2! c_1! c_2!}{n! r_{11}! r_{12}! r_{21}! r_{22}!}$$



(انظر A6 من أجل بيان معنى  $n!$ ). يمكننا حساب هذا من أجل كل الجداول الممكنة وهكذا يمكننا حساب احتمال ظهور الجدول المشاهد، واحتمال الجدول الأكثر تطرفاً. على سبيل المثال:

$$\text{الجدول i} = \frac{5!3!4!4!}{8!4!0!1!1!3!} = 0.071$$

$$\text{الجدول ii} = \frac{5!3!4!4!}{8!3!1!1!2!2!} = 0.429$$

ويعطي مجموع الاحتمالين القيمة 0.5.

على عكس توزيع الإحصائيات الرتبة، فإن هذا التوزيع سهل الحساب ولكنه أصعب من ناحية الجدولة. حيث تتطلب جدولة هذا التوزيع لكتب صغير (Pinney et al. 1963). يمكننا تطبيق هذا الاختبار على الجدول (7.13). وتكون الجداول  $2 \times 2$  المختارة واحتمالهما كما يلي:

الاحتمال	الجدول:
0.001 378 2	13 5
	12 2
0.000 075 7	14 4
	13 1
0.000 001 4	3 15
	14 0

نلاحظ أن الاحتمال الكلي للاختبار ذي الذيل الواحد يساوي لـ 0.001 455 3، والذي يتضاعف في اختبار الذيلين إلى 0.002 9. تعطي الطريقة التي تستعمل جميع الاحتمالات الصغرى القيمة الاحتمالية  $P = 0.001 59$ . وهي أكبر من 0.011 التي تمثل احتمال بلوغ  $\chi^2$  القيمة 0.001 1.

### 5.13 تصحيح الاستمرار لياتس من أجل الجداول $2 \times 2$

#### Yates' continuity correction for the 2 by 2 table

إن اختلاف الاحتمالين الناتجين عن اختبار  $\chi^2$  واختبار فيشر الدقيق نشأ بسبب تقريب التوزيع المنقطع لإحصائية الاختبار إلى توزيع  $\chi^2$  المستمر. إن إجراء تعديل بسيط كالذي تم



في الفقرة (6.12) يُحسن الفرق، يدعى هذا التصحيح، تصحيح ياتس. بما أن التكرارات المشاهدة تُعطى بوحدة صحيحة، فنقرّبها من قيمها للتوقعة. بمقدار نصف. عندها تصبح صيغة إحصائية  $2 \times 2$  للجدول بالشكل:

$$\sum \frac{(|O - E| - \frac{1}{2})}{E}$$

بحيث يعني المقدار  $|O - E|$  القيمة المطلقة للفرق بين القيمة المشاهدة والمتوقعة. من أجل الجدول (7.13) لدينا:

$$\begin{aligned} \sum \frac{(|O - E| - \frac{1}{2})}{E} &= \frac{(|13 - 8.4| - \frac{1}{2})^2}{8.4} + \frac{(|5 - 9.6| - \frac{1}{2})^2}{9.6} \\ &\quad + \frac{(|2 - 6.6| - \frac{1}{2})^2}{6.6} + \frac{(|12 - 7.4| - \frac{1}{2})^2}{7.4} \\ &= \frac{(4.6 - \frac{1}{2})^2}{8.4} + \frac{(4.6 - \frac{1}{2})^2}{9.6} + \frac{(4.6 - \frac{1}{2})^2}{6.6} + \frac{(4.6 - \frac{1}{2})^2}{7.4} \\ &= 8.6 \end{aligned}$$

وا احتمال هذه القيمة يساوي 0.0037، وهي أقرب إلى الاحتمال المضبوط ومع ذلك مازال يوجد فرق يؤخذ بعين الاعتبار. ومن أجل مثل هذه القيم الدنيا، فإن أي نموذج احتمالي مقرب عرضة للاختلاف. في المساحات الحرجة الواقعة بين 0.10 و 0.01. غالباً ما يعطي تصحيح الاستمرار تلازماً جيداً مع الاحتمال المضبوط.

## 6.13 مصداقية طرائق فيشر وياتس

### The validity of Fisher's and Yates methods

يوجد جدول قائم بين الإحصائيين حول مصداقية الاختبار الدقيق واختبار تصحيح الاستمرار المقرب له. وأعنف هذا الجدول قائم بين مؤسسي الإحصاء الاستدلالي أمثال فيشر ونيومان، وتبقى المسألة غير محلولة.

لنلاحظ أن الجداول من الشكل  $2 \times 2$ ، كالجداول (7.13) و (4.13) تظهر بعدة طرق. ففي الجدول (7.13) تثبت الجماهير العمودية بناءً على تصميم التجربة وتأتي الجماهير



السطرية فقط من المتغير العشوائي. أما في الجدول (4.13) فلا يمكن أن نحدد مسبقاً الماحاميع السطرية ولا العمودية. وكلاهما يتبعان التوزيع الحدائسي، ويتوقفان على حدوث التهابات القصبات وانتشار السعال المزمن في المجتمع الإحصائي. توجد إمكانية ثالثة للجداول حيث تكون كل من الماحاميع السطرية والماحميع العمودية ثابتة. وتظهر هذه الحالة بشكل نادر جداً في التطبيقات العملية، ولكن يمكن إنجاز ذلك بالتصميم التجريسي التالي. فإذا أردنا مثلاً معرفة ما إذا كان مختبر ما قادراً على تمييز العلاج من الغفل. فإننا نعرض عليه 10 أقراص دواء، 5 من كل نوع، ونطلب منه أن يرتب الأقراص إلى 5 أقراص علاج و5 أقراص غفل. وبعد الإجابة نحصل على جدول من الشكل  $2 \times 2$  يتضمن اختبارات المختبرين مقابل الحقيقة، وبحيث تساوي الماحاميع السطرية والعمودية العدد 5. يوجد العديد من التغيرات في مثل هذا النوع من الجداول. ويمكن أن نبين أنه يمكن تطبيق اختبار  $\chi^2$  على جميع الحالات عندما يكون حجم العينات كبيراً. ومن أجل العينات الصغيرة فإننا لا نرى داعياً لمناقشة ذلك هنا. لأن مناقشة هذه الحالة يخرج عن هدف هذا الكتاب. وفي بعض هذه الحالات فإن كلاً من اختبار فيشر الدقيق وتصحيح ياتس يعطي نتائج غير دقيقة بمعنى أن الاحتمالات الناتجة تكون أكبر بقليل مما يجب أن تكون عليه، وهذا يشكل مادة للنقاش وأرى أن من الأفضل أن نستعمل كلاً من تصحيح ياتس واختبار فيشر الدقيق. فإذا كنا سنخطئ فمن الأفضل أن نلزم جانب الحذر.

## The odds Ratio

## 7.13 معدل الأرجحية

إذا كان احتمال حادث ما هو  $p$  فإن أرجحية هذا الحادث تعطى بالعلاقة  $o = p/(1 - p)$ . فاحتمال أن يظهر الشعار على قطعة نقود هو 0.5 فتكون أرجحية ظهور هذا الوجه هي  $0.5/(1 - 0.5) = 1$ . إن للأرجحيات مزايا متعددة من أجل بعض أنواع التحاليل، إلا أنه لا يشترط أن تقع في المجال  $[0, 1]$ ، بل يمكن أن تأخذ أية قيمة في المجال  $[0, \infty]$ . وغالباً ما نستعمل اللوغاريتم النهري للأرجحية أي (الأرجحية) Log والتي يُدعى بتابع اللوجيت:

$$\log_e(o) = \log_e\left(\frac{p}{1-p}\right)$$



ويمكن أن تتغير هذه القيمة بين  $-\infty$  و  $+\infty$  وهذا ضروري جداً للملائمة نماذج الانكفاء  
انظر الفقرة (8.17). ويكون تابع اللوجيت مساوياً 0 عندما  $p = 1/2$  ولوجيت  $1 - p$   
يساوي سالب لوجيت  $p$ :

$$\log_e(o_p) = \log_e\left(\frac{p}{1-p}\right) = -\log_e\left(\frac{1-p}{p}\right) = -\log_e(o_{1-p})$$

لنأخذ بعين الاعتبار الجدول (4.13). نجد أن احتمال إصابة الأطفال بالسعال مع إصابتهم  
في الماضي بالتهاب قصبات هو  $0.09524 = 26/273$ . وتكون أرجحية إصابة الأطفال  
بالسعال مع إصابتهم في الماضي بالتهاب قصبات هو  $0.10526 = 26/247$ . أما احتمال إصابة  
الأطفال بالسعال مع عدم إصابتهم في الماضي بالتهاب قصبات هو  $0.04207 = 10/246$ .  
وتُعطى أرجحية إصابة الأطفال بالسعال مع عدم إصابتهم في الماضي بالتهاب قصبات هو  
 $0.04391 = 10/230$ .

الجدول 13.10 : جدول  $2 \times 2$  بالترميز

المجموع		
a	b	a+b
c	d	c+d
المجموع	a+c	b+d
	a+b+c+d	

إحدى الطرائق لمقارنة الأطفال المصابين بالتهاب قصبات سابقاً وأولئك من غير المصابين  
فإنه يتوجب علينا إيجاد معدل النسب للأطفال الذين يسعلون في المجموعتين [الخطورة النسبية  
الفقرة (16.8)]. ثم طريقة أخرى لإيجاد معدل الأرجحية وهي: معدل الأرجحية للذين  
يسعلون من الأطفال المصابين بالتهاب قصبات والأطفال غير المصابين به يعطى هذا المعدل  
بالعلاقة  $2.39718 = 0.10526/0.04391 = (26/247)/(10/230)$ . وهكذا تكون أرجحية  
السعال في الأطفال المصابين بالتهاب قصبات في الماضي مساوية لـ 3.39718 مرة من  
أرجحية السعال للأطفال غير المصابين بالتهاب قصبات في الماضي.  
فإذا رمزنا للتكرارات في الجدول بالرموز  $a, b, c$  و  $d$  كما هو الحال في الجدول (10.13)  
عندئذٍ يعطى معدل الأرجحية بالعلاقة:

$$or = \frac{a/c}{b/d} = \frac{ad}{bc}$$



أو بسبب التناظر يمكن أن نحصل على الشيء نفسه:

$$or = \frac{a/b}{c/d} = \frac{ad}{bc}$$

يمكننا تقدير الخطأ المعياري ومجال الثقة باستخدام معدل الأرجحية انظر الفقرة (C13).

يُكتب الخطأ المعياري للوغاريتم معدل الأرجحية بالعلاقة:

$$SE(\log_e(or)) = \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}}$$

وبالتالي يمكننا أن نجد 95% مجال ثقة. من أجل الجدول (4.13) يُعطى اللوغاريتم بالشكل

$$\log_e(2.297\ 18) = 0.874\ 29 \text{، بخطأ معياري قدره:}$$

$$SE(\log_e(or)) = \sqrt{\frac{1}{26} + \frac{1}{44} + \frac{1}{247} + \frac{1}{1002}} = \sqrt{0.06624} = 0.25736$$

وإذا افترضنا أن العينة المدروسة كبيرة بقدر كاف عندها يمكننا اعتبار قيم اللوجيت تأخذ

توزيعاً طبيعياً، وبالتالي يُعطى 95% مجال ثقة بالعلاقة:

$$0.874\ 29 + 1.96 \times 0.247\ 36 \text{ إلى } 0.874\ 29 - 1.96 \times 0.247\ 36$$

$$\text{أو من } 0.369\ 86 \text{ إلى } 1.378\ 72$$

وللحصول على مجال ثقة لمعدل الأرجحية نستعمل اللوغاريتم العكسي فنجد:

$$3.97 \text{ إلى } 1.45 \text{ أو من } e^{0.369\ 86} \text{ إلى } e^{1.378\ 82}$$

ويمكن استعمال معدل الأرجحية لتقدير الخطورة النسبية في دراسة الحالة الشاهد. إن

حساب الخطورة النسبية في الفقرة (6.8) يتوقف على حقيقة أننا نستطيع تقدير الخطورة.

ويمكننا فعل ذلك لأننا أمام دراسة مستقبلية وبالتالي نعلم عدد الأخطار التي تنشأ عن

التشخيص. وهذا لا يمكن أن يحدث لو أننا انطلقنا من النتائج، وفي هذه الحالة السعال في

العمر 14، والعمل على استرجاع عامل الخطورة مثل التهاب القصبات، كما في دراسة الحالة

الشاهد.

يوضح الجدول (11.13) معطيات دراسة الحالة الشاهد لسرطان الرئة والتدخين (انظر

الفقرة 8.3). سنبدأ بمجموعة حالات، مرضى مصابين بسرطان الرئة وبمجموعة شاهدة، هنا



مرضى من المشفى غير مصابين بسرطان الرئة. لا يمكننا هنا حساب الأخطار (لأن المجاميع العمودية لا معنى لها وقد تم حذفها)، ولكن يمكننا تقدير الخطورة النسبية.

لنفترض أن احتمال الإصابة بسرطان الرئة  $p$ ، والذي يجب أن يكون صغيراً، وأن الجدول بمائل للجدول (10.13). عندها يكون تقدير احتمال الإصابة بسرطان الرئة علماً أن المريض مدخن هو  $pa/(a+b)$  وكذلك احتمال أن يكون مدخناً دون أن يكون مصاباً بالسرطان هو  $(1-p)c/(c+d)$ . وبالتالي فإن احتمال أن يكون الشخص مدخناً هو  $pa/(a+b) + (1-p)c/(c+d)$  وهو احتمال أن يكون الشخص مدخناً ومصاباً بسرطان الرئة مضافاً إليه احتمال أن يكون مدخناً وغير مصاب بهذا المرض. وبما أن  $p$  أصغر بكثير من  $1-p$ ، يمكننا إهمال الحد الأول ويصبح احتمال أن يكون الشخص مدخناً هو  $(1-p)c/(c+d)$  على وجه التقريب.

ويمكن إيجاد الخطورة النسبية لإصابة المدخنين بسرطان الرئة بتقسيم احتمال أن يكون الشخص مدخناً ومصاباً بسرطان الرئة على احتمال أن يكون مدخناً:

$$\frac{pa/(a+b)}{(1-p)c/(c+d)}$$

وبشكل مشابه فإن احتمال أن يكون الشخص غير مدخن ومصاب بسرطان الرئة من الشكل  $pb/(a+b)$  واحتمال أن يكون غير مدخن دون أن يكون مصاباً بالسرطان هو  $(1-p)d/(c+d)$ . وبالتالي فإن احتمال أن يكون غير مدخن هو أيضاً  $pb/(a+b) + (1-p)d/(c+d)$ ، وبما أن  $p$  أصغر بكثير من  $1-p$ ، يمكننا إهمال الحد الأول ويصبح احتمال أن يكون الشخص غير مدخن هو  $(1-p)d/(c+d)$  على وجه التقريب. مما يؤدي لإعطاء صيغة تقريبية للخطر النسبي لإصابة غير المدخنين بمرض السرطان.

$$\frac{pa/(a+b)}{(1-p)d/(c+d)}$$

وبالتالي فإن الخطورة النسبية لسرطان الرئة عند المدخنين يُعطى بالشكل التقريبي التالي:



$$\frac{pa/(a+b)}{(1-p)c/(c+d)} \bigg/ \frac{pa/(a+b)}{(1-p)d/(c+d)} = \frac{ad}{bc}$$

الجدول 11.13 : المدخنون وغير المدخنين من خلال سرطان الرئة  
(Doll and Hill 1950)

المجموع	غير المدخنين	للمدخنين	
649	2	647	سرطان الرئة
649	27	622	الشاهد

والنتيجة الأخيرة تدلنا على معدل الأرجحية. وهكذا من أجل دراسات الحالة الشاهد تقرب الخطورة النسبية على شكل معدل الأرجحية. ويصح هذا حتى لو كان المرض نادراً، انظر (Rodrigues and Kirkwood, 1990).  
من أجل الجدول (11.13) لدينا:

$$\frac{ad}{bc} = \frac{647 \times 27}{2 \times 622} = 14.04$$

وهكذا فإن خطورة إصابة المدخنين بالسرطان أكبر بأربعة عشر مرة من إصابة غير المدخنين. وهذه النتيجة تدعو للمفاجأة حيث أنه من هذا الجدول الحاروي على عسدد قليل من غير المدخنين، ولكن التقدير المباشر حسب الدراسة الأتريبية الجدول (1.3) هو  $12.9 = 0.90/0.17$ ، وهي قيمة مماثلة كثيراً للسابقة. ويُعطى لوغاريتم معدل الأرجحية بـ 2.64210 والخطأ المعياري بالعلاقة:

$$SE(\log_e(or)) = \sqrt{\frac{1}{647} + \frac{1}{2} + \frac{1}{622} + \frac{1}{27}} = \sqrt{0.54019} = 0.73498$$

وبالتالي فإن 95% مجال ثقة للخطأ المعياري يعطى بالعلاقة:

من  $2.64210 - 1.96 \times 0.73498$  إلى  $2.64210 + 1.96 \times 0.73498$  أو من 1.20154 إلى 4.018265

و من أجل الحصول على مجال ثقة لمعدل الأرجحية نجد أن:

من 1.20154 إلى 4.08265 أو من 3.3 إلى 59.3

نلاحظ من مجال الثقة الأخير أن طوله كبير وهذا يعود لأن حجم عينة غير المدخنين والمصابين بسرطان الرئة صغير.



### 8.13 اختبار كاي - مربع للاتجاه العام

#### The chi-squared test for trend

نفترض أنه لدينا المعطيات المذكورة بالجدول (12.13). ونستعمل اختبار كاي - مربع المبين في الفقرة (1.13)، نستطيع اختبار الفرضية الابتدائية بأنه لا توجد علاقة بين سعال المريض وتدخينه مقابل الفرضية البديلة الدالة على وجود علاقة من نوع ما بين المتغيرين. تساوي إحصائية كاي - مربع 64.25 بدرجتين من الحرية بقيمة احتمالية قدرها  $P < 0.001$ . وبالتالي فإن المعطيات ليست متوافقة مع الفرضية الابتدائية.

والآن حصلنا على قيمة كاي - مربع مهما كان ترتيب الأعمدة. والاختبار تجاهل الترتيب الطبيعي للأعمدة، ولكن يجب استثناء ذلك إذا كان يوجد علاقة بين سعال المريض وتدخينه، حيث سيزداد احتمال حدوث سعال المريض بازدياد تدخينه. بشكل آخر، نبحث عن اتجاه انتشار السعال من إحدى نهايات الجدول إلى الأخرى. ولاختبار ذلك فإننا نستعمل اختبار كاي - مربع للاتجاه العام.

الجدول 12.13 : سعال ليلي أو نهاري وتدخين الأطفال في سن 14 (Bland et al. 1978)

المجموع	تدخين الأطفال					
	غير مدخن			مدخن باستمرار		
سعال	266	%20.4	393	%28.8	80	%46.5
بدون سعال	1 037	%79.6	977	%71.2	92	%53.5
المجموع	1 303	%100.0	1 372	%100.0	172	%100.0

أولاً سنعرف المتغيرين  $X$  و  $Y$ ، اللذين تعتمد قيمهما على فئات متغيرات الأسطر والأعمدة في الجدول. فعلى سبيل المثال، من الممكن أن نضع  $X = 1$  لأجل غير المدخنين و  $X = 2$  للأطفال قليلي التدخين و  $X = 3$  للمدخنين باستمرار، ونضع  $Y = 1$  للأطفال المصابين بالسعال و  $Y = 2$  للأطفال غير المصابين بالسعال. عندئذ من أجل طفل غير مدخن ويسعل، نجد أن كل من المتغيرين  $X$  و  $Y$  يأخذان القيمة 1. ومن الممكن أن يكون لكل من  $X$  و  $Y$  أكثر من فئتين، بشرط أن تكون المتغيرات مرتبة. إذا كان لدينا  $n$  وحدة إحصائية، فسيكون لدينا  $n$  زوجاً من المشاهدات  $(x_i, y_i)$ . فإذا كان يوجد اتجاه خطي عبر الجدول، فإنه سيوجد



انكفاء خطي بين المتغير  $Y$  والمتغير  $X$  والذي سيكون له ميل غير معلوم. غالباً ما نختط مستقيم الانكفاء الخطي  $Y = a + bX$  بحيث:

$$b = \frac{\sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$SE(b) = \sqrt{\frac{s^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}$$

بحيث تمثل  $s^2$  القيمة التقديرية لتباين المتغير  $Y$ . في الانكفاء الخطي كما هو موضح في الفصل الحادي عشر، غالباً ما نهتم بتقدير  $b$  ومدى دقتها. هنا سنقوم باختبار الفرضية الابتدائية الدالة على  $b = 0$ . وبفرض صحة الفرضية الابتدائية يكون التباين حول المستقيم مساوياً للتباين الكلي للمتغير  $Y$ ، ويكون للمستقيم الميل الصفري. نستعمل لذلك المقدّر:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum (y_i - \bar{y})^2$$

(نستعمل هنا في المقام  $n$  وليس  $n - 1$ ، لأن الاختبار مشروط بمجموع الأسطر والأعمدة كما هو مبين في الفقرة (A13). يوجد سبب جيد للقيام بذلك، ولكن لا يستحق البحث فيه هنا. وكما هو الحال في الفقرة (5.11) فإن الخطأ المعياري لـ  $b$  هو:

$$SE(b) = \sqrt{\frac{s^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n \sum (x_i - \bar{x})^2}}$$

وكما في الفقرة (5.11) فإن  $b$  هي مجموع لمتغيرات مستقلة ولها نفس توزيع المتغيرات العشوائية  $\sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$ ، وبالتالي فإن لها التوزيع الطبيعي باستخدام نظرية النهاية المركزية الفقرة (2.7). فإذا كانت  $n$  كبيرة، فيصلح  $SE(b)$  ليكون مقدراً للانحراف المعياري لهذا التوزيع. وهكذا إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة وكان  $b = 0$ ، وكان  $b/SE(b)$  مشاهدة لتوزيع طبيعي معياري. عندها سيأخذ مربع هذه النسبة توزيع كاي - مربع بدرجة واحدة من الحرية.



$$\frac{b^2}{SE(b)^2} = \left( \frac{\sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right)^2 \bigg/ \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n \sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \frac{n (\sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}))^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}$$

ومن أجل الحسابات العملية فإننا نستخدم الصيغ الأخرى للمجاميع والمربعات والجداءات:

$$\chi_1^2 = \frac{n \left( \sum y_i x_i - \frac{(\sum y_i)(\sum x_i)}{n} \right)^2}{\left( \sum x_i - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right) \left( \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} \right)}$$

لاحظ أن الصيغة السابقة لا تميز بين المتغيرين  $X$  و  $Y$ . يمكن إنجاز كل من مجاميع المربعات والجداءات بسهولة. فعلى سبيل المثال من أجل المتغير العمود  $X$  لدينا 1303 وحدة إحصائية لها القيمة  $X = 1$  و 1372 لها القيمة  $X = 2$  و 172 لها القيمة  $X = 3$ . من أجل معطياتنا هذه لدينا:

$$\sum x_i^2 = 1^2 \times 1303 + 2^2 \times 1372 + 3^2 \times 172 = 8339$$

$$\sum x_i = 1 \times 1303 + 2 \times 1372 + 3 \times 172 = 4563$$

$$\begin{aligned} \sum x_i y_i &= 1 \times 1 \times 266 + 2 \times 1 \times 395 + 3 \times 1 \times 80 \\ &\quad + 1 \times 2 \times 1037 + 2 \times 2 \times 977 + 3 \times 3 \times 92 \\ &= 7830 \end{aligned}$$

وبشكل مشابه نجد أن  $\sum y_i^2 = 9165$  و  $\sum y_i = 4953$ . وبالتالي نجد أن:

$$\chi_1^2 = \frac{2847 \times \left( 7830 - \frac{4563 \times 4953}{2847} \right)^2}{\left( 8339 - \frac{4563^2}{2847} \right) \left( 9165 - \frac{4953^2}{2847} \right)} = 59.47$$

فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فسيكون  $\chi_1^2$  مشاهدة لتوزيع كاي - مربع بدرجة واحدة من الحرية. نلاحظ أن القيمة 59.47 كبيرة من غير المحتمل أن تكون من هذا التوزيع والاتجاه أن الاختبار يعتد به.



يوجد العديد من النقاط التي يجب الإشارة إليها عند تطبيق هذه الطريقة. يتم اختيار قيم كل من  $X$  و  $Y$  بشكل اختياري. فعندما نضع  $X = 1$ ، 2 أو 3 فإننا نفترض أن الفروق بين المدخنين وغير المدخنين وقليلي التدخين متساوية. وهذا قد يكون غير محقق في الواقع. فعلى سبيل المثال، إذا وضعنا  $X = 1$ ، 2 أو 4 نجد أن الفرق بين المدخنين بانتظام والمدخنين بالمصادفة أكبر من الفرق بين هؤلاء وبين غير المدخنين، ونحصل على قيمة لـ  $\chi^2$  تساوي 64.22. والملاءمة مع المعطيات تكون أفضل نوعاً ما ولكن النتائج لم تتغير.

من الممكن أن يكون الاتجاه العام ذا اعتداد حتى لو كان جدول كاي - مربع الاحتمالي غير ذلك. هذا لأن اختبار الاتجاه أكبر قوة من اختبار كاي-مربع العادي. من جهة ثانية، إذا كان يوجد علاقة فتجد أن أولئك المدخنين بالمصادفة تظهر عليهم أعراض أكثر من غير المدخنين أو من المدخنين بانتظام فاختبار الاتجاه لن يكشف ذلك. إذا كانت الفرضية التي نود اختبارها تتضمن ترتيباً للصفات، فيجب استعمال اختبار الاتجاه فإن لم يكن، علينا استعمال اختبار الجدول الاحتمالية الفقرة (1.13). لاحظ أن إحصائية الاتجاه أقل دوماً من إحصائية توزيع كاي-مربع.

يعتمد توزيع إحصائية كاي-مربع للاتجاه على نموذج الانكفاء في العينة الكبيرة وليس على المفاهيم النظرية المعطاة في الفقرة (A13). لا يمكن أن يحقق الجدول قاعدة كوشران الفقرة (13.3) (Cochran) بالنسبة للاتجاه. وذلك لأنه يجب أن يكون لدينا على الأقل 30 مشاهدة حتى تكون قاعدة كوشران محققة بالنسبة للاتجاه. تقدم بعض البرامج الإحصائية العديد من الاختبارات المختلفة، كاختبار مانتل وهانزل (Mantel Haenszel) للاتجاه العام (يجب التمييز بين هذا الاختبار وطريقة مانتل وهانزل للجدول الاحتمالية (11.17)). ويتشابه هذا الاختبار مع ما بيناه في اختبار كاي-مربع، ويمكننا حساب معامل ارتباط كندل للرتب  $\tau_b$  بين  $X$  و  $Y$  الفقرة (5.12)، كبديل عن اختبار كاي-مربع للاتجاه. انطلاقاً من الجدول (12.13) نجد أن  $\tau_b = 0.136$  بخطأ معياري 0.018. ونحصل على إحصائية  $\chi^2$  بواسطة  $57.09 = (\tau_b / SE(\tau_b))^2$ . وهذه الصيغة مشابهة جداً للإحصائية  $\chi^2$  من أجل قيمة اتجاه عام 59.47.



### 9.13 اختبار ماكنيمار للعينات المتقابلة

#### McNemar's test for matched samples

يُمكننا اختبار كاي - مربع المين سابقاً من فحص فرضية تساوي نسبي (وسيطي) التوزيع الحداني لعيتين مستقلتين. ويمكننا باختبار عينة واحدة أو عيتين متجانستين. فعلى سبيل المثال، حصل كل من هولاند ومعاونه (Holland et al., 1978) على استبيانات حول أعراض التنفس عند أطفال المدرسة التي تتراوح أعمارهم بين 12 و 14 سنة. وكان أحد الأسئلة المطروحة لماذا يختلف عدد الإصابات بين العمرين السابقين. حيث أنه 26% من الأطفال في سن 12 قد أصيبوا بركام خلال السنة السابقة للاستبيان مقابل 34% عند الأطفال التي أعمارهم 14 سنة. هل يوجد تزايد حقيقي بين المجموعتين؟

وكما هو الحال في اختبار ستيودنت لعينة واحدة أو اختبار المزاوجة الفقرة (2.10)، نرغب في تحسين تحليلنا الإحصائي أخذين بعين الاعتبار حقيقة أن هذه العينة هي نفسها. يجب أن نتوقع مثلاً أن الأعراض في الحادثين مرتبطة و 707 لم يصابوا بأي من العمرين. والطريقة التي تُمكننا من القيام بذلك هو اختبار ماكنيمار، الذي يمكن اعتباره نسخة ثانية من اختبار الإشارة. نحتاج لمعرفة أن 212 طفل قد أصيبوا بالمرض في سن 12 وسن 14، وأن 144 طفل قد أصيبوا في سن 12 ودون أن يصابوا في سن 14، وأن 256 طفل قد أصيبوا في سن 14 دون أن يصابوا في سن 12. انظر الجدول (13.13) الذي يبين المعطيات السابقة.

الجدول 13.13 : الركام الشديد المسجل في عمرين لطلاب مدرسة

(Holland et al. 1978) Kent

المجموع	الركام الشديد بعمر 14		الركام الشديد بعمر 12
	لا	نعم	
مجموع	144	212	356
لا	707	256	963
المجموع	851	468	1319

إن الفرضية الابتدائية هي أن نسبة المصريحين بوجود زكام لديهم في العمرين هي نفسها، أما البديلة فإنها تشير لعدم التساوي. نلاحظ أن الفرضية هذه حول الأسطر والأعمدة مختلفة تماماً عن فرضية الجداول الاحتمالية التي نستعمل لها اختبار كاي- مربع. فإذا كانت



الفرضية الابتدائية صحيحة فإننا نتوقع أن تكون التكرارات المقابلة إلى "نعم، لا" و"لا، نعم" متساوية. قارن ذلك مع اختبار الإشارة الفقرة (2.9). فإذا رمزنا لهذه التكرارات بـ  $f_{nn}$  و  $f_{nn}$  عندئذ فإن التكرارات المستثناة تعطى بالعلاقة  $(f_{nn} + f_{nn})/2$ . ونحصل على إحصائية الاختبار بالعلاقة:

$$\sum \frac{(O - E)^2}{E} = \frac{\left(f_{nn} - \frac{f_{nn} + f_{nn}}{2}\right)^2}{\frac{f_{nn} + f_{nn}}{2}} + \frac{\left(f_{nn} - \frac{f_{nn} + f_{nn}}{2}\right)^2}{\frac{f_{nn} + f_{nn}}{2}}$$

وتتبع هذه الإحصائية توزيع كاي - مربع بشرط أن تكون القيم المتوقعة كبيرة بشكل كاف. يوجد تكرارين مشاهدين وشرط واحد والذي يتمثل في تساوي مجموع التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة. وهكذا يوجد درجة واحدة من الحرية. ويمكن تبسيط إحصائية الاختبار إلى:

$$\chi^2 = \frac{(f_{nn} - f_{nn})^2}{f_{nn} + f_{nn}}$$

من الجدول (13.13) لدينا:

$$\chi^2 = \frac{(f_{nn} - f_{nn})^2}{f_{nn} + f_{nn}} = \frac{(144 - 256)^2}{144 + 256} = 31.4$$

وبالرجوع إلى الجدول (3.13)، مع ملاحظة أنه لدينا درجة حرية واحدة، فإن هذه القيمة ذات دلالة اعتدال عالٍ وضوحاً. وبالتالي يوجد فرق بين العمرين. وبما أن الأعراض المدروسة الأخرى لم تتبدل فإننا نعتقد أن هذا مرده إلى وباء حمى الجهاز التنفسي قبل القيام بالاستبيان الثاني.

يوجد هنا أيضاً تصحيح للاستمرار منسوب إلى ياتس (Yates). إذا تزايد التكرار المشاهد  $f_{nn}$  بمقدار 1 فإن المقدار  $f_{nn}$  سينتقص بمقدار 1 وبالتالي فإن المقدار  $f_{nn} - f_{nn}$  سيزداد بمقدار 2. وهكذا يكون نصف الفرق بين القيمتين المتجاورتين مساوياً للواحد، وبجعل الفرق الملاحظ



أقرب إلى الفرق المتوقع (وهو الصفر) بمقدار 1. عندئذ يعطى تصحيح الاستمرار لإحصائية الاختبار بالعلاقة:

$$\chi^2 = \frac{(|f_{ym} - f_{ny}| - 1)^2}{f_{ym} + f_{ny}}$$

حيث  $|f_{ym} - f_{ny}|$  القيمة المطلقة للفرق. من الجدول (13.13) نجد أن:

$$\chi^2 = \frac{(|f_{ym} - f_{ny}| - 1)^2}{f_{ym} + f_{ny}} = \frac{(|144 - 256| - 1)^2}{144 + 256} = \frac{(112 - 1)^2}{400} = 30.8$$

يوجد فرق بسيط وذلك لأن القيم المتوقعة كبيرة جداً، أما إذا القيم المتوقعة صغيرة، أقل من 20 مثلاً فينصح بالتصحيح. فمن أجل العينات الصغيرة، فإنه يمكننا أن نأخذ  $f_{ny}$  كملاحظة من التوزيع الخلفاني باحتمال قدره  $p = \frac{1}{2}$  و  $n = f_{ym} + f_{ny}$  ونطبق بعدها اختبار الإشارة الفقرة (2.9).

ويمكننا أن نجد أيضاً مجال ثقة للفرق بين النسبتين لعينة كبيرة. يُعبر عن الفرق المقدر بالعلاقة  $p_1 - p_2 = (f_{ym} - f_{ny})/n$  وكذلك الخطأ المعياري بالعلاقة:

$$SE(p_1 - p_2) = \sqrt{\frac{f_{ym} + f_{ny}}{n^2} - \frac{(f_{ym} - f_{ny})^2}{n^3}}$$

فعلى سبيل المثال،  $p_1 - p_2 = (144 - 256)/1319 = -0.085$  ويعبر عن الخطأ المعياري بالعلاقة:

$$SE(p_1 - p_2) = \sqrt{\frac{144 + 256}{1319^2} - \frac{(144 - 256)^2}{1319^3}} = 0.015$$

يعطى 95% مجال ثقة للفرق بين النسبتين من  $-0.11 = -0.085 - 1.96 \times 0.015$  إلى  $+0.06 = -0.085 + 1.96 \times 0.015$ . نجد أن تقدير نسبة الإصابة بالزكام اعتماداً على المعادلة



الأول أقل من تلك المقدرة اعتماداً على المعادلة الثانية ويقع هذا الفرق ضمن المجال 0.06، 0.11.

في بعض الأحيان نرغب في مقارنة توزيع متغير بثلاث فئات أو أكثر مستعملين العييات المتقاربة. فإذا كانت الفئات مرتبة، كمتجربة التدخين في الجدول (12.13)، فإننا غالباً ما نبحث عن التغير بين طرفي التوزيع، وعندما يمكننا استعمال اختبار الإشارة الفقرة (2.9)، عن طريق عد الإشارات الموجبة عندما يتزايد التدخين، والإشارات السالبة عند تناقصه وصفر عندما تبقى الفئة كما هي. أما عندما تكون الفئات غير مرتبة كما هو الحال في الجدول (1.13) يوجد اختبار منسوب لستوروات (1955) والموضح في (Maxwell, 1970). إن هذا الاختبار صعب التطبيق والحالة المدروسة غير اعتيادية ولهذا قررت أن أحذف التفاصيل.

### 10.13 جودة اختبار كاي - مربع للملاءمة

#### The chi-squared goodness of fit test

أحد الاستعمالات الأخرى لتوزيع كاي- مربع هو اختبار جودة ملائمة الاختبار. هنا نقوم باختبار الفرضية الابتدائية التي تعتمد على كون التكرار يأخذ توزيعاً ما من التوزيعات الاحتمالية النظرية كتوزيع بواسون أو الطبيعي. يبين الجدول (14.13) توزيعاً تكرارياً. وسنختبر الفرضية القائلة بأن هذا التوزيع هو توزيع بواسون أي أن الحمل عند المرأة هو حدث عشوائي من خلال محسوبيتها.

الجدول 14.13 : يبين توزيع 125 امرأة تنتظر الفحص السريري قبل الولادة في مستشفى سان جورج، مع حساب إحصائية كاي- مربع لجودة الاختبار

$\frac{(O-E)^2}{E}$	تكرار الفئ	احتمال بواسون	التكرار	التوزيع
0.281	65.275	0.442 20	59	0
0.027	45.104	0.360 83	44	1
1.053	18.402	0.147 22	14	2
6.219	5.005	0.040 04	3	3
	1.021	0.008 17	4	4
	0.167	0.001 33	1	5
	0.026	0.000 21	0	>5
2.997	125.000	1.000 00	125	الكل



سنقدر أولاً وسيط التوزيع البواسونسي، أي متوسطه  $\mu$ ، في مثالنا 0.816. يمكننا بعد ذلك حساب احتمال أي قيمة يأخذها المتغير العشوائي من خلال صيغة بواسون الفقرة (7.6).

$$\frac{e^{-\mu} \mu^r}{r!}$$

نبحث أن  $r$  هو عدد الأحداث. تعطى الاحتمالات في الجدول (14.13). يمكننا إيجاد احتمال أن يتجاوز المتغير القيمة 5 بطرح الاحتمالات الموافقة لـ 0، 1، 2، 3، 4، 5 من الواحد. وبعدها نضرب هذه الاحتمالات بعدد المشاهدات 125. وذلك للحصول على التكرارات المتوقعة من 125 مشاهدة تخضع لتوزيع بواسون ذي المتوسط 0.816.

لدينا الآن مجموعة من التكرارات للمشاهدة والمتوقعة، فيمكننا حساب إحصائية كاي - مربع بالطريقة المعروفة. ونريد أن تكون جميع التكرارات المتوقعة أكبر من 5 إذا كان ذلك ممكناً. وبممكننا إنجاز ذلك هنا من خلال دمج كل الفئات التي يكون فيها التوزيع أكبر مما من 3. بعدئذ نقوم بجمع المقادير  $(O - E)^2/E$  لجميع الفئات للحصول على الإحصائية  $\chi^2$ . وبممكننا الآن إيجاد درجة الحرية حيث تساوي عدد الفئات ناقص عدد الوسطاء (تساوي 1 في مثالنا). وبالتالي فإنه لدينا  $2 = 4 - 1 - 1$  درجة حرية. من الجدول (3.13)، نجد أن قيمة  $\chi^2$  المشاهدة 2.99 توافق القيمة  $P > 0.10$  والحيود عن توزيع بواسون لا يعند به وضوحاً.

الجدول 15.13 : زمن البدء لـ 534 جولة دماغية (wore et al, 1992)

تكرار	الزمن	تكرار	الزمن
34	14.00 - 12.01	21	02.00 - 00.01
59	16.00 - 14.01	16	04.00 - 02.01
44	18.00 - 16.01	22	06.00 - 04.01
51	20.00 - 18.01	104	08.00 - 06.01
32	22.00 - 20.01	95	10.00 - 08.01
10	24.00 - 22.01	66	12.00 - 10.01

يمكننا استعمال نفس الاختبار للملائمة لأي توزيع. فعلى سبيل المثال، درس wroe ورفاقه (1992) التغير اليومي في بدء السككات. يعطي الجدول (15.13) التوزيع التكراري لعدد مرات السككات. فإذا كانت الفرضية الابتدائية تشير لعدم وجود تغير يومي حقيقي.



فإن أزمة حدوث السمكات تتوزع توزيعاً منتظماً. الفقرة (2.7). ويكون لدينا نفس التكرار المتوقع في كل مجال زمني. يوجد لدينا بشكل إجمالي 554 حالة، وبالتالي فإن التكرار المتوقع لكل زمن  $554/12 = 46.167$ . وسنحسب المقدار  $(\chi^2 - E)/E$  لكل مجال زمني ثم نجمع هذه القيم للحصول على إحصائية كاي-مربع. في حالتنا نجد أن  $\chi^2 = 218.8$ . مع وجود قيد واحد، هو أن المجموع الكلي للتكرارات 554 مع العلم أننا لم نقدر أي وسيط. وبالتالي فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فإننا نحتاج لمشاهدة واحدة لتوزيع كاي-مربع بـ  $11 = 12$  درجة من الحرية تعتبر القيمة المحسوبة 218.8 غير متوقعة قيمة احتمالية  $P < 0.001$  من الجدول (3.13) وبالتالي فإن المعطيات غير متوافقة مع الفرضية الابتدائية.

### 13 أ ملحق: لماذا يعمل اختبار كاي-مربع؟

لقد ذكرنا بعض خواص توزيع كاي - مربع في الفقرة (A7). وبشكل خاص، بأنه مجموع مربعات مجموعة من المتغيرات العشوائية الطبيعية المعيارية فإذا اتخذنا مجموعة من القيم معرفة بعلاقات خطية مستقلة بين هذه المتغيرات، فنخسر درجة حرية واحدة لكل قيد. ونجد أن توزيع كاي-مربع يعتمد على هاتين الخاصتين.

لنفترض أنه ليس لدينا حجم ثابت في بداية الدراسة في الجدول (1.13)، ولكن نراقب المختبرين عندما يتسلمون المنازل. عندئذٍ في أي مجال زمني معطى، يتوزع العدد في كل خلية من خلايا الجدول توزيعاً بواسونياً، ومتغيرات بواسون المقابلة لتكرارات الخلايا مستقلة بعضها عن بعض. يمثل الجدول (1.13) واحدة من العينات المأخوذة من توزيعات بواسون. ومع ذلك فإننا لا نعلم القيم المتوقعة لهذه التوزيعات بفرض صحة الفرضية الابتدائية، ولكننا نعلم فقط قيمها المتوقعة إذا كان للجدول الجامع السطرية والعمودية التي شاهدناها. سنأخذ مجموعة جزئية من نتائج هذه المتغيرات التي لها الجامع السطرية والعمودية المشاهدة. عندئذٍ نكون أمام اختبار كاي-مربع مشروطاً بالجامع السطرية والعمودية.

إن متوسط توزيع بواسون وتفاوته متساويان حسب الفقرة (6.7) فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، عندها ستكون المتوسطات لهذه المتغيرات مساوية للتكرار المتوقع المحسوب



في الفقرة (1.13). وهكذا يكون التكرار المشاهد  $O$  في كل خلية يتبع توزيع بواسون بمتوسط  $E$ ، ويكون التكرار المتوقع في الخلية والانحراف المعياري  $\sqrt{E}$ ، بشرط أن يكون  $E$  كبيراً بشكل كاف، وتوزيع بواسون هذا سيكون طبيعياً على وجه التقريب، وبالتالي يتبع المقدار  $(O - E) / \sqrt{E}$  التوزيع الطبيعي المعياري فإذا كتبنا:

$$\sum \left( \frac{O - E}{\sqrt{E}} \right)^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

فإنه يمثل مجموعاً لمربعات متغيرات طبيعية معيارية وبالتالي سيكون لهذا المجموع توزيع  $\chi^2$  الفقرة (A7).

الجدول 13.16: تمثيل رمزي

جدول  $2 \times 2$

الكلية			
$f_{11}$	$f_{12}$	$r_1$	
$f_{21}$	$f_{22}$	$r_2$	
الكلية		$c_1$	$c_2$

سنبحث الآن عن درجة الحرية المقابلة للمجموع السابق، وبالرغم من أن المتغيرات المدروسة مستقلة، فسنقتصر على المجموعة الجزئية المعرفة بالمجموع السطرية والمجموع العمودية. لننظر إلى الجدول (16.13)، يمثل كل من  $f_{11}$  و  $f_{22}$  التكرارات المشاهدة و  $r_1$  و  $r_2$  المجاميع السطرية و  $c_1$  و  $c_2$  المجاميع العمودية و  $n$  المجموع الكلي للملاحظات. لنرمز بـ  $e_{11}$  و  $e_{22}$  للتكرارات المتوقعة. عندئذ يوجد ثلاثة قيود خطية على التكرارات:

$$f_{11} + f_{12} + f_{21} + f_{22} = n$$

$$f_{11} + f_{12} = r_1$$

$$f_{11} + f_{21} = c_1$$

ويمكن الحصول على أي قيد آخر من القيود الثلاثة السابقة. على سبيل المثال، لدينا:

$$f_{21} + f_{22} = r_2$$



يمكننا الوصول لهذا القيد من طرح المعادلة الثانية من الأولى. إن القيود الخطية السابقة بالنسبة لكل من  $f_{11}$  و  $f_{22}$  هي خطية أيضاً بالنسبة إلى  $(f_{11} - e_{11})/\sqrt{e_{11}}$  على  $(f_{22} - e_{22})/\sqrt{e_{22}}$  لأن  $e_{11}$  ثابتة. وسيكون لدينا أربعة تكرارات مشاهدة وبالتالي أربعة متغيرات عشوائية من الشكل  $(O - E)/\sqrt{E}$  بثلاثة قيود. ونحسر درجة حرية واحدة لكل قيد، أي يصبح لدينا  $1 = 4 - 3$  درجة من الحرية.

إذا كان لدينا  $r$  سطراً و  $c$  عموداً، عندها سيكون لدينا قيد واحد وهو مجموع التكرارات مساو لـ  $n$ . وبالتالي سيكون لدينا  $c - 1$  قيد على الأعمدة و  $r - 1$  قيد على الأسطر. ولدينا هنا  $rc$  تكراراً عندئذ تكون درجة الحرية من الشكل:

$$rc - 1 - (r - 1) - (c - 1) = rc - 1 - r + 1 - c + 1 = rc - r - c + 1 = (r - 1)(c - 1)$$

وبالتالي فإن درجة الحرية هي جداء عدد الأسطر ناقص 1 بعدد الأعمدة ناقص 1.

### B 13 ملحق: صيغة اختيار فيشر الدقيق

إن اشتقاق صيغة فيشر تقص أولئك الذين يملكون عقلية جبرية. لتذكر أن عدد الطرق التي يمكننا من خلالها اختبار  $r$  عنصراً من  $n$  عنصراً. الفقرة (A6) يساوي  $n!/r!(n - r)!$ . لنفترض الآن أن لدينا جدولاً من الشكل  $2 \times 2$  والمشكل من  $n$  عنصراً كما هو مبين في الجدول (16.13). نتساءل أولاً ما هي عدد الطرق الممكنة لترتيب  $n$  عنصراً حتى نحصل على مجاميع هامشية  $r_1, r_2, c_1, c_2$ . ويمكننا ترتيب ذلك ضمن أعمدة في  $n!/c_1!c_2!$  طريقة، وكذلك يمكننا اختبار  $c_1$  عنصراً من  $n$  وترتيبها في أسطر بـ  $n!/r_1!r_2!$  طريقة. (تذكر أن  $n = c_2 - c_1 = r_2 - r_1$ ) وهكذا يمكننا ترتيب العناصر في الجدول بـ:

$$\frac{n!}{c_1!c_2!} \times \frac{n!}{r_1!r_2!} = \frac{n!n!}{c_1!c_2!r_1!r_2!}$$

طريقة. فعلى سبيل المثال، تكون المجاميع بالشكل:

$$\begin{array}{ccc} & 4 & \\ & 4 & \\ 5 & 3 & 8 \end{array}$$

والتي يمكن أن تحدث بـ:



$$\text{طريقة } \frac{8!}{5! \times 3!} \times \frac{8!}{4! \times 4!} = 56 \times 70 = 3620$$

كما رأينا في الفقرة (4.13)، يمكن للأعمدة أن ترتب بـ 70 طريقة ونسأل الآن ما هو عدد الطرق منها التي يمكننا من إنشاء جدول معين؟ سنقسم الآن  $n$  إلى أربع مجموعات حجمها  $z_1, z_2, z_3, z_4$  يمكننا اختيار المجموعة الأولى بـ  $\frac{n!}{f_{11}!(n-f_{11})!}$  طريقة، كما فعلنا سابقاً. بعد اختيار المجموعة الأولى سيبقى لدينا  $n-f_{11}$  عنصراً وهكذا نستطيع اختيار  $z_2$  بـ  $\frac{(n-f_{11})!}{f_{12}!(n-f_{11}-f_{12})!}$  طريقة. بعد اختيار المجموعتين الأولى والثانية يبقى لدينا  $n-f_{11}-f_{12}$  عنصراً يمكننا اختيار  $z_3$  بـ  $\frac{(n-f_{11}-f_{12})!}{f_{21}!(n-f_{11}-f_{12}-f_{21})!}$  طريقة. وبعد اختيار المجموعة الثالثة ويبقى لدينا  $n-f_{11}-f_{12}-f_{21}$  وهو يساوي طبعاً  $z_4$  وهكذا فإن عدد طرق اختيار  $z_4$  تعطى بطريقة واحدة وبالتالي سيكون عدد الطرق مجتمعة.

$$\begin{aligned} & \frac{n!}{f_{11} \times (n-f_{11})!} \times \frac{(n-f_{11})!}{f_{12} \times (n-f_{11}-f_{12})!} \times \frac{(n-f_{11}-f_{12})!}{f_{21} \times (n-f_{11}-f_{12}-f_{21})!} \\ &= \frac{n!}{f_{11}! \times f_{12}! \times f_{21}! \times (n-f_{11}-f_{12}-f_{21})!} \\ &= \frac{n!}{f_{11}! \times f_{12}! \times f_{21}! \times f_{22}!} \end{aligned}$$

لأن  $f_{22} = n - f_{11} - f_{12} - f_{21}$  وعندئذ انطلاقاً من:

$$\frac{n! \times n!}{c_1! \times c_2! \times r_1! \times r_2!}$$

جدولاً يمكننا، تظهر الجداول المعطاة بـ:

$$\frac{n!}{f_{11}! \times f_{12}! \times f_{21}! \times f_{22}!}$$

طريقة. ويكون احتمال ظهور هذا الجدول بالمصادفة هو:



$$\frac{n!}{f_{11}! \times f_{12}! \times f_{21}! \times f_{22}!} \bigg/ \frac{c_1! \times c_2! \times r_1! \times r_2!}{n! \times n!} = \frac{n! \times f_{11}! \times f_{12}! \times f_{21}! \times f_{22}!}{c_1! \times c_2! \times r_1! \times r_2!}$$

### C 13 ملحق: الخطأ المعياري للوغاريتم معدل الأرجحية

هذه الفقرة لدارسي الرياضيات. سنبدأ من نتيجة عامة تتعلق بالتحويلات اللوغاريتمية. إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً بمتوسط  $\mu$ ، يعطى التفاوت التقريبي لـ  $\log_e(X)$  بالعلاقة

$$\text{VAR}(\log_e(X)) = \frac{\text{VAR}(X)}{\mu^2}$$

فإذا كان الانحراف المعياري للمتغير متناسباً مع متوسطه، وهذا يكافئ أن التفاوت متناسب مع مربع المتوسط، فإن التحويل اللوغاريتمي يجعل التفاوت مستقلاً عن المتوسط. وسننظر الآن في حالتين خاصتين هامتين في الحالة الأولى. يعطي تفاوت توزيع الاعتيان للوغاريتم تقدير وسيط التوزيع الحداني  $p$  بالعلاقة التقريبية:

$$\text{VAR}(\log_e(\hat{p})) = \frac{\text{VAR}(\hat{p})}{p^2} = \frac{p(1-p)/n}{p^2} = \frac{1-p}{n p}$$

وهكذا يكون الخطأ المعياري للوغاريتم  $\hat{p}$  (تقدير وسيط المجتمع الحداني) هو:

$$\text{SE}(\log_e(\hat{p})) = \sqrt{\frac{1-p}{n p}}$$

وباستخدام  $\hat{\mu}$  كمقدار لمتوسط بواسون  $\mu$ ، يعطي التفاوت التقريبي بالعلاقة:

$$\text{VAR}(\log_e(\hat{\mu})) = \frac{\text{VAR}(\hat{\mu})}{\mu^2} = \frac{\mu}{\mu^2} = \frac{1}{\mu}$$

فإذا وقع حدث ما  $a$  مرة ولم يقع  $b$  مرة، فإن لوغاريتم الأرجحية يكون  $\log_e(ab) = \log_e(a) - \log_e(b)$  والتكراران  $a, b$  متفرعان بواسونيان مستقلان، بمتوسطين



يقدران بـ  $a$  و  $b$  على الترتيب. وبالتالي فتفاوتهما يقدران أيضاً بـ  $1/a$  و  $1/b$  على الترتيب. ويعطى تفاوت لوغاريتم الأرجحية بالعلاقة:

$$\begin{aligned}\text{VAR}(\log_e(o)) &= \text{VAR}(\log_e(a/b)) = \text{VAR}(\log_e(a) - \log_e(b)) \\ &= \text{VAR}(\log_e(a)) + \text{VAR}(\log_e(b)) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\end{aligned}$$

ويكتب الخطأ المعياري عندئذ:

$$\text{SE}(\log_e(o)) = \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

ولوغاريتم معدل الأرجحية هو الفرق بين لوغاريتمي الأرجحية.

$$\log_e(o_1/o_2) = \log_e(o_1) - \log_e(o_2)$$

ويكون تفاوت لوغاريتم معدل الأرجحية هو مجموع تفاوتات لوغاريتمات الأرجحية، وفي حالة جدول  $2 \times 2$  لدينا:

$$\text{VAR}(\log_e(or)) = \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right)$$

والخطأ المعياري هو الجذر التربيعي لهذا التفاوت:

$$\text{SE}(\log_e(or)) = \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}}$$

M 13 أسئلة الاختيار من متعدد من 67 إلى 74

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

67. في اختبار كاي - مربع لجدول احتمالية  $5 \times 3$ :

أ - يجب أن تكون المتغيرات جميعها كمية

ب - يتم مقارنة التكرارات المشاهدة مع التكرارات المتوقعة

ج - يوجد 15 درجة حرية



- د - يجب أن تكون القيم المتوقعة لـ 12 خلية على الأقل أكبر من 5  
هـ - يجب أن تكون جميع القيم للمشاهدة أكبر من 1

الجدول 17.13 : السعال في بداية كل صباح في  
مجموعتين من أطفال المدارس وفق ما يصرح به الطفل من  
جهة وما يصرح به والده، آخذين بعين الاعتبار حال  
الطفل وكذلك حالة والديه (Bland et al, 1979)

المجموع	تقرير الأطفال		تقرير الوالدين
	لا	نعم	
133	104	29	نعم
5269	5097	172	لا
5402	5201	201	المجموع

68. في الجدول (17.13):

- أ - يمكن اختبار العلاقة بين تقرير الوالدين وبين تقرير الأطفال باستعمال اختبار كاي - مربع  
ب - يمكن اختبار الفرق بين انتشار الأعراض حسبما يقره كل من الأطفال والديهم وفق اختبار ماكسيمار  
ج - إذا كان اختبار ماكسيمار يُعتقد به احصائياً، فإننا نستنتج عدم صلاحية اختبار كاي - مربع.  
د - لاختبار كاي - مربع على جدول احتمالي درجة واحدة من الحرية  
هـ - من المهم استعمال تصحيح الاستمرار في اختبار كاي - مربع لجدول احتمالي.

69. يظهر الجدول (18.13) نتائج دراسة حالة - شاهد لحمج *Campylobacter jejuni*:

- أ - يمكن استخدام اختبار كاي - مربع لاختبار الفرضية الابتدائية الدالة على أن خطر المرض لا يتزايد بازدياد عدد هجمات الطيور  
ب - يعني الرمز (OR) معدل الأرجحية  
ج - يبين اختبار الاعتداد لتوزيع كاي - مربع أن خطر المرض يزداد بازدياد عدد هجمات الطيور



د - يزودنا (OR) بتقدير الخطورة النسبية للجمع بـ (Campylobacter jejuni)  
هـ - يمكننا استخدام معامل ارتباط كاندل الرتبسي ,  $\tau_b$  , لاختبار الفرضية الابتدائية بأن خطورة المرض لا تزداد مع ازدياد عدد هجمات الطيور  
الجدول 13.18 : هجمات الطيور على زجاجات الحليب المصاح ١٤ من قبل الحالات والشواهد للجمع بـ Campylobacter jejuni وحالات شاهدة (Southern ورفاقه 1990)

عدد أيام الأسبوع التي تحدث فيها للهجمات	عدد حالات		OR
	الحالة	الشاهد	
0	3	42	1
3-1	11	3	51
5-4	5	1	70
7-6	10	1	140

70. اختبار فيشر التام لجدول احتمالي:

- أ - يطبق هذا الاختبار على جدول احتمالي  $2 \times 2$   
ب - يعطي هذا الاختبار عادةً احتمال أكبر من ذلك الاحتمال الذي يعطيه اختبار كاي - مربع  
ج - يعطي هذا الاختبار احتمالاً مساوياً تقريباً لذلك الاحتمال الذي يعطيه اختبار كاي - مربع حسب تصحيح ياتس  
د - يكون ملائماً في حالة كون التكرارات المتوقعة صغيرة  
هـ - يصعب حساب إحصائية هذا الاختبار عندما تكون التكرارات المتوقعة كبيرة  
71. لا يمكن أن يكون اختبار كاي - مربع المعباري لجدول احتمالي  $2 \times 2$  صحيحاً إلا إذا:  
أ - جميع التكرارات المتوقعة أكبر من 5  
ب - جميع المتغيرات مستمرة  
ج - يجب أن يتوزع واحد من المتغيرات على الأقل توزيعاً طبيعياً  
د - جميع التكرارات المشاهدة أكبر من 5  
هـ - العينة المدروسة كبيرة جداً



72. يمكن أن يستعمل اختبار ماكنيمار:

- أ - لمقارنة عدد المدخنين بين الحالات المصابة بالسرطان، وبين الشواهد غير المصابة المماثلة لها في العمر والجنس
- ب - لفحص التغير في انتشار أعراض الجهاز التنفسي لمرضى الربو من الشتاء إلى الصيف
- ج - في معرفة العلاقة بين التدخين والأعراض التنفسية لمرضى الربو
- د - لفحص التغير من PEFr لمرضى الربو من الشتاء إلى الصيف
- هـ - لمقارنة عدد المدخنين بين الحالات المصابة بالسرطان وبين عينة عشوائية من المجتمع العام

73. في دراسة بعض الملاكين، أجريت صور طبقية محورية لظهور ضمور الدماغ لـ 3 ملاكين محترفين من أصل 6 ولي ملاكم واحد من أصل 8 هواة (Kaste et al. 1982). يمكن مقارنة هذه الزمر باستعمال:

- أ - اختبار فيشر التام
- ب - اختبار كاي - مربع
- ج - اختبار كاي - مربع مع إجراء تصحيح ياتس
- د - اختبار ماكنيمار
- هـ - اختبار ستودنت لعينتين

74. عندما يحسب معدل الأرجحية من جدول  $2 \times 2$ :

- أ - يقيس معدل الأرجحية قوة العلاقة بين متغيرات الأسطر ومتغيرات الأعمدة
- ب - لن تتغير قيمة معدل الأرجحية إذا عكسنا ترتيب كل من الأسطر والأعمدة
- ج - يمكن لمعدل الأرجحية أن يأخذ أية قيمة موجبة
- د - تنعكس قيمة معدل الأرجحية إذا تغير ترتيب الأعمدة
- هـ - يعرف معدل الأرجحية بأنه معدل نسب المشاهدات في السطر الأول للعمودين.



### E 13 تمرين: القبولات في المشفى عند موجة حر شديدة

في هذا التمرين سننظر في بعض المعطيات المشابهة لاختبار الفرضية الدالة على وجود تزايد ملحوظ في عدد القبولات في قسم المسنين (geriatric) خلال موجات الحر الشديد. يبين الجدول (19.13) عدد القبولات في قسم المسنين أسبوعياً في العام 1982 والذي يميز صيفه باعتدال واضح ولعام 1983 والذي يميز صيفه بارتفاع واضح في الحرارة. وكذلك يبين هذا الجدول معدل درجات الحرارة العظمى اليومية لكل أسبوع.

الجدول 19.13: المتوسط الأسبوعي لدرجات الحرارة العظمى اليومية من شهر أيار إلىيلول لعامي 1982 و 1983 مع قبولات المسنين في Wandsworth (1985, Fish)

الأسبوع		متوسط حرارة درجة الحرارة °C		القبولات		متوسط حرارة درجة الحرارة °C		القبولات	
1983	1982	1983	1982	1983	1982	1983	1982	1983	1982
25	11	25.0	21.7	12	20	24	15.3	12.4	1
22	6	27.3	22.5	13	17	22	14.4	18.2	2
26	10	22.9	24.7	14	21	21	15.5	20.4	3
12	13	24.3	23.6	15	17	22	15.6	18.8	4
33	19	26.5	20.4	16	22	24	19.6	25.3	5
19	13	25.0	19.6	17	23	15	21.6	23.2	6
21	17	21.2	20.2	18	20	23	18.9	18.6	7
28	10	19.7	22.2	29	16	21	22.0	19.4	8
19*	16	16.6	23.3	20	24	18	21.0	20.6	9
13	24	18.4	18.1	21	21	21	26.5	23.4	10
29	15	20.7	17.3	22	20	17	30.4	22.8	11

1. متى نظن أن موجة الحر قد بدأت وانتهت؟
2. كم عدد القبولات في المشفى خلال موجة حر ما؟ وفي الفترة المقابلة من عام 1982؟ هل هذا دليل كاف لنستنتج أن موجة الحر أدت لزيادة في عدد القبولات؟
3. يمكننا استخدام الفترات التي تسبق وتلي موجة الحر كمينة شاهدة للتغيرات التي تطرأ على عوامل أخرى بين السنوات. لنقسم السنة إلى ثلاث فترات قبل، خلال وبعد موجة الحر ولننشأ جدولاً بمدخلين لبيان أعداد القبولات خلال الفترة وخلال السنة.
4. يمكننا استخدام هذا الجدول لاختبار تأثير موجات الحر. لنضع الفرضية الابتدائية ونحسب التكرارات المتوقعة إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة.



5. اختبر الفرضية الابتدائية ماذا تستنتج؟

6. ما هي المعلومة الإضافية التي يجب أن تستعملها لاختبار العلاقة بين موجات الحر وقبولات المسنين في المشفى؟



## اختيار الطريقة الإحصائية

### Choosing the statistical method

---

#### 1.14 تعليم طريقة موجهة ومشكلة موجهة

##### Method oriented and problem orient teaching

يعتمد اختيار طريقة تحليل مسألة ما على المقارنة التي تجري والمعطيات التي تستخدم. لقد رتبنا الطرق الإحصائية في الفصول من الثامن إلى الثالث عشر بحسب المعطيات، وكمبر حجم العينات، وتوزيعها الطبيعي، عينات مرتبة، أو عينات عشوائية، إلخ. سندرس في هذا الفصل كيفية اختيار الطريقة الملائمة في ثلاث من أكثر المسائل الإحصائية شيوعاً في الاستدلال الإحصائي.

- مقارنة مجموعتين مستقلتين، على سبيل المثال، مجموعتين من المرضى قد أعطيت علاجين مختلفين.
  - مقارنة استجابة مجموعة تبعاً لشروط مختلفة، كما هو الحال في تجربة العبور التقاطعي أو أزواج المختبرين المتقابلة، وكذلك في دراسات الشاهد والحالة.
  - البحث في العلاقة بين متغيرين مقياسين على العينة نفسها من المختبرين.
- يمثل هذا الفصل مخططاً للطرق المشروحة في الفصول من الثامن إلى الثالث عشر حيث تتضمن بعض الفصول طرقاً لمسائل خاصة في الطب السريري، دراسة عوامل متعددة في آن معاً، واختيار حجم العينة.



وكما تمّ النقاش في الفقرة (7.12)، فإنه يوجد العديد من الطرق المختلفة حتى في المسائل الإحصائية البسيطة. إن الطرائق الموصوفة هنا والتي ينصح بها في بعض أنواع الأسئلة، ويمكن ألا تكون الطرائق الوحيدة، وكذلك لا يمكن اعتبارها الأفضل بشكل عام. وكما هو حال الأطباء فإن الإحصائيين عرضة لعدم الاتفاق حول الطرق واستعمالها. ومع ذلك، يمكننا اعتبار أن الطرق المقترحة كافية وصحيحة.

## Types of data

## 2.14 أنواع المعطيات

يعتبر تصميم الدراسة أحد العوامل التي تحدد طريقة التحليل الإحصائي، وهذا يعتمد أيضاً على المتغير الإحصائي الذي نود تحليله. ولذلك سنصنف المتغيرات إلى الأنواع التالية:

**مقاييس متناسبة:** إن لتناسب كميتين معنى، ولهذا يمكننا أن نقول أن مشاهدة ما هي ضعف مشاهدة أخرى. وبالتالي فإن طول الإنسان هو مقياس تناسبي.

**مقاييس مجالية:** إن المجال أو المسافة بين نقطتين على المقياس لها معنى محدداً، حيث أن أي تغير مقداره الوحدة على أحد المقاييس يساوي تغير مقداره الوحدة على المقياس الآخر. على سبيل المثال، إن درجة الحرارة متغير ذو مقياس مجال، لا يمكن اعتبار نتائج القلق النفسي لدى إنسان ما متغيراً ذا مقياس مجال. وكذلك بالنسبة لدرجة الحرارة المقيسة بالستيفراد فلا يمكن اعتبارها متغيراً ذا مقياس مجال لأن الصفر اختياري. وجميع مقاييس النسب هي مقاييس مجالية.

**مقياس ترتيبسي:** يمكننا هذا المقياس من ترتيب المختبرين من القيمة الصغرى إلى القيمة الكبرى. وأي تكرار في القيم والذي لا يساعدنا في ترتيب القيم يمكن افتراضه ناشئاً عن دقة غير كافية في القياس.

**مقياس إسمي مرتب:** يمكننا تجميع المختبرين في مجموعات، لها ترتيب معين. على سبيل المثال، نسأل المريض فيما إذا كانت حالتهم أكثر تحسناً، متحسنة بشكل قليل، لا يوجد أي تغير، أكثر سوءاً بقليل أو سيئة جداً.

**مقياس إسمي:** يمكننا هنا تجميع المختبرين في مجموعات لا تحتاج إلى أي ترتيب. يتم قياس لون العين بمقياس إسمي.



مقياس إثنائي: في هذه الحالة يتم تجميع المختبرين في مجموعتين فقط. على سبيل المثال، متوفى أو على قيد الحياة. وهذه هي حالة خاصة من المقياس الاسمي. بشكل واضح، نجد أن هذا التقسيم متداخل حيث أن أي مقياس مجالي يمكن اعتباره مقياس ترتيبي. لذلك من المفيد تطبيق طرق تلامس المستوى الأدنى للمقياس، متجاهلين بذلك بعض التعليمات.

تسمح لنا المقاييس المتناسبة والمجالية بحساب المتوسطات والتفاوتات وإيجاد الأخطاء المعيارية ومجالات الثقة. على سبيل المثال، في مقارنة مجموعتين يمكننا إيجاد الفرق بين المتوسطات وتقدير حدود هذه المتوسطات في المجتمع الإحصائي من خلال العينة الإحصائية المدروسة. من أجل العينات الكبيرة، لا يشكل حساب مجال الثقة أي مشكلة رياضية، وذلك لأن للمتوسطات توزيع طبيعي وكذلك التفاوتات هي تقدير جيد لقيمها في المجتمع الإحصائي أما من أجل العينات الصغيرة، فإنه يجب أن نفترض أن المعطيات نفسها مأخوذة من توزيع طبيعي. تحقق العديد من المقاييس المجالية شرط التوزيع الطبيعي وإذا لم تكن كذلك فإنه بواسطة تحويل مناسب نغير توزيعها لتوزيع طبيعي. إن الطرق التي تحقق شرط التوزيع الطبيعي أكثر قوة من تلك التي لا تحقق. أما إذا كانت فرضيات التوزيع الطبيعي غير قابلة للتحقق فيمكننا استخدام الطرائق الترتيبية. أما من أجل البيانات الترتيبية والمستويات الدنيا للقياسات، تزودنا التحليلات البسيطة باختبارات اعتداد فقط وهي أقل كفاءة.

### 3.14 مقارنة مجموعتين Comparing two groups

تلخص الطرق المستعملة لمقارنة مجموعتين في الجدول (1.14).  
المعطيات المجالية: لقد ذكرنا أنه يجب أن تكون العينات كبيرة، لنقل أكثر من 50 في كل مجموعة، عندها تعطى مجالات الثقة للمتوسطات باستخدام التقريب الطبيعي الفقرة (5.8). أما من أجل العينات الصغيرة، فيمكننا إيجاد مجالات الثقة للمتوسطات عن طريق توزيع ستودنت  $t$  أو يمكننا إجراء تحويل ما على المعطيات للوصول إلى توزيع طبيعي. أما إذا لم تتحقق هاتان الحالتان، فإن اختبار مان ويتني (اختبار -  $U$ ) محل المشكلة الفقرة (2.12). وهذا مفيد جداً عندما تكون المعطيات مراقبة، أي أنه، يوجد قيم صغيرة جداً وكبيرة



للقياس. وهذا الأمر يحدث عندما تكون التركيزات المقيسة صغيرة جداً وغير قابلة للملاحظة (غير ملحوظة). وإذا تأكدنا أن المعطيات تتوزع توزيعاً طبيعياً فإنه من الممكن مقارنة التباينات للمجموعات المدروسة مستعملين بذلك اختبار فيشر F الفقرة (8.10).  
الجدول 1.14 : الطرق المستعملة لمقارنة مجموعتين

نوع المعطيات	حجم العينة	الطريقة المستعملة
جمالية	أكثر من 50 لكل عينة	توزيع طبيعي للمتوسطات الفقرة (5.8)، (7.9)
	أقل من 50 لكل عينة مع توزيع طبيعي وتباين منتظم	اختبار ستودنت الفقرة (3.10)
	أقل من 50 وكل عينة لا تتبع التوزيع الطبيعي	اختبار مان - ويتني (اختبار - U) الفقرة (2.12)
مرتبة	أياً كان العدد	اختبار مان - ويتني الفقرة (2.12)
ترميزية مرتبة	حجم العينة أكثر من 30	اختبار كاي - مربع للاتجاه الفقرة (8.13)
ترميزية غير مرتبة	حجم العينة كبير بحيث أن جميع التكرارات للفئة أكثر من 5	اختبار كاي - مربع الفقرة (1.13)
	حجم العينة صغير، أكثر من 20% من التكرارات للفئة أقل من 5	تطبيق عدد الفئات بعد دمجها أو إبعادها هو اللازم منها الفقرة (3.13)
للمقطعة	حجم العينة كبير وجميع التكرارات للفئة أكثر من 5	مقارنة نسبتي الفقرة (6.8)، (9.8) اختبار كاي - مربع الفقرة (1.13) تناسب الفرض الفقرة (7.13)
	حجم العينة صغير، واحدة على الأقل من التكرارات للفئة أقل من 5	اختبار كاي - مربع مع تصحيح ياتس الفقرة (5.13) اختبار فيشر التام الفقرة (4.13)

المعطيات الترتيبية: يُجرى اختبار الاتجاه بأن تزيد عناصر مجموعة ما على مجموعة أخرى باستخدام اختبار مان ويتسني (اختبار - U) الفقرة (2.12).

معطيات إسمية مرتبة: يمكن التعبير عن هذه المعطيات بجدول ثنائي يكون فيه أحد المتغيرات دالاً على المجموعات المدروسة والآخر على المعطيات الإسمية المرتبة. تختبر إحصائية كاي - مربع الفقرة (1.13) الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود علاقة بين المجموعة والمتغير، والذي لا تأخذ بعين الاعتبار الترتيب. إما إذا أردنا أخذ ذلك بعين الاعتبار فإننا



نستخدم اختبار كاي - مربع للاتجاه والذي يراعي الترتيب ويعطي اختباراً أقوى الفقرة (8.13).

**معطيات إسمية:** يعبر عن هذه المعطيات بجدول ثنائي كما هو مذكور سابقاً. يعتبر اختبار كاي - مربع ملائماً للدراسة مثل هذه الجداول الفقرة (1.13). وإن شرط صحة هذا الاختبار هو أن يكون على الأقل 80% من التكرارات المتوقعة أكبر من 5 وإلا فإنه يجب علينا دمج أو حذف بعض الصفات بشكل مناسب الفقرة (3.13). أما إذا أمكننا أن نحول الجدول المدرس إلى جدول من الشكل  $2 \times 2$  بدون وضع الشرط السابق نطبق اختبار فيشر التام.

**معطيات إثنائية:** من أجل العينات الكبيرة، يمكننا التعبير عن المعطيات في هذه الحالة على شكل نسبتي عندها نستخدم التقريب الطبيعي لإيجاد مجالات ثقة للفرق بينهما الفقرة (6.8). أو كتابة هذه البيانات في جدول  $2 \times 2$ ، ثم نستخدم اختبار كاي - مربع الفقرة (1.13). إن هاتين الطريقتين متكافئتان، يمكننا حساب معدل الأرجحية الفقرة (7.13). أما إذا كان حجم العينة صغيراً فإنه يمكننا استعمال توزيع كاي - مربع مع تصحيح Yates له الفقرة (5.13). وكذلك يمكننا استعمال اختبار فيشر التام الفقرة (4.13).

## 4.14 عينة واحدة وعينات الأزواج

### One sample and paired samples

تتلخص طرق تحليل عينات الأزواج في الجدول (2.14).

**المعطيات المجالية:** يتم الاستدلال على الفروق بين قيم المتغير للمشاهدة من خلال شرطين. فمن أجل العينات الكبيرة، أي  $n > 100$ ، يمكننا إيجاد مجال لمتوسط الفروق باستخدام التوزيع الطبيعي المقرب الفقرة (3.8). أما في العينات الصغيرة فيمكننا استعمال اختبار  $t$  - ستودنت بشرط انتماء الفروق للتوزيع الطبيعي الفقرة (2.10). إن هذه الفرضية معقولة حيث يتم حذف معظم التغيرات بين الأفراد ولا يبقى سوى الخطأ العشوائي. أكثر من ذلك، إن الخطأ هنا هو نتيجة لخطأ في قياس وبالتالي فإنه سيتبع التوزيع الطبيعي. أما إذا لم يتحقق ذلك، فإننا نقوم بتحويل المعطيات الأصلية بهدف جعل الفروق تتوزع توزيعاً طبيعياً الفقرة (4.10) أما



إذا لم يمكن الوصول للحالتين الأخيرتين، فإننا نطبق اختبار ويلكوكسن الرتبي للأزواج المتقابلة الفقرة (3.12).

الجدول 2.14 : طرق لاختبار الفروق في عينة واحدة وعينات الأزواج

نوع المعطيات	حجم العينة	الطريقة المستعملة
عالية	كبيرة > 100	توزيع طبيعي الفقرة (3.8)
	صغيرة > 100 لفروق طبيعية	اختبار ستودنت t للأزواج
	صغيرة > 100 وللفروق غير طبيعية	اختبار الأزواج لويلكوكسن الفقرة (3.12)
رتبسي	أيًا كان حجم العينة	اختبار الإشارة الفقرة (2.9)
اسمية مرتبة	أيًا كان حجم العينة	اختبار الإشارة الفقرة (2.9)
اسمية	أيًا كان حجم العينة	اختبار ستوروت الفقرة (9.13)
إثباتي	أيًا كان حجم العينة	اختبار ستوروت الفقرة (9.13)

إنه من النادر أن نسأل فيما إذا كان يوجد فرق في التفرقة في المعطيات المزاوجة. وهذا يمكن اختباره عن طريق إيجاد الفروق بين الشرطين والمجموعين المقابل لحما. فإذا لم يوجد أي تغير في التفاوت فإن توقع معامل الارتباط بين الفرق والمجموع يساوي الصفر (اختبار بيتان). وهذا الأمر غير بديهي ولكنه صحيح.

**المعطيات الترتيبية:** إذا لم تشكل المعطيات مقياساً مجالياً، كما هو مشار إليه في الفقرة (2.14) فإن الفرق بين الشرطين سيكون مهماً. ومع ذلك، فإنه يمكننا التحدث عن اتجاه هذا الفرق، ويمكننا فحص هذا باختبار الإشارة الفقرة (2.9).

**المعطيات الإسمية المرتبة:** نستعمل اختبار الإشارة، بحيث تمثل التفرقات باتجاه ما بالإشارة + والتفرقات بالاتجاه الآخر بالإشارة - فإذا لم يكن ثمة تغير فبالصفر الفقرة (2.9). **المعطيات الإسمية:** إذا كان لدينا أكثر من فئتين فإنه من الصعب القيام بذلك، ونستعمل عندها تعميم ستوروت لأكثر من فئتين في اختبار ماكسيمار الفقرة (9.13).

**المعطيات الإثنائية:** نقارن هنا بين نسبتي المفردات الاحصائية في حالة ما ضمن الشرطين. إن الاختبار الملالم لمثل هذه المعطيات هو اختبار ماكسيمار الفقرة (9.13).



## 5.14 العلاقة بين متغيرين

### Relationship between two variables

تلخص الطرق التي تدرس العلاقات بين عدة متغيرات في الجدول (3.14) أما بالنسبة للعلاقات بين المتغيرات الإثنائية فيمكن أن تدرس كفرق بين مجموعتين الفقرة (3.14)، حيث تُعرف المجموعتان بمحالي المتغير الإثنائي. لقد تم استبعاد المعطيات الإثنائية من هذه الفقرة، ولكنها متضمنة في الجدول (3.14).

معطيات محالية مع معطيات محالية: يمكننا استعمال طريقتين: الانكفاء والارتباط. من المفضل استعمال الانكفاء الخطي الفقرتان (2.11) و (5.11) لأنه يُعطينا معلومات حول طبيعة العلاقة وكذلك حول وجودها. يقيس الارتباط الفقرة (9.11) شدة العلاقة بين المتغيرين. كما أن المتغيرات حول مستقيم الانكفاء يجب أن تتوزع توزيعاً طبيعياً بتفاوت منظم. من أجل التقدير، يتطلب معامل الارتباط أن يتبع المتغيران المدرسان التوزيع الطبيعي، ولكن لاختبار الفرضية الابتدائية يكفي أن يتبع واحد من المتغيرين التوزيع الطبيعي. أما إذا كان توزيع كل من المتغيرين للمدرسين غير طبيعي فعندئذٍ نستعمل ارتباط الرتب الفقرة (4.12 و 5.12).

معطيات محالية مع معطيات ترتيبية: معامل ارتباط الرتب الفقرة (4.12 و 5.12). معطيات محالية مع معطيات اسمية مرتبة: يمكننا دراسة مثل هذه العلاقة بمعامل ارتباط الرتب، معامل كندل  $\tau$  الفقرة (5.12) لأنه يتجاوز مشكلة الأعداد الكبيرة للقيم المتساوية أكثر من معامل سبيرمان  $\rho$ ، أو باستعمال تحليل التفاوت كما هو مشروح في العلاقة بين المعطيات المحالية والمعطيات المرتبة. ويتطلب تحليل التفاوت فرضية التوزيع الطبيعي والتفاوت المنتظم للمتغير المحالي. ويجب أن نلاحظ أن هاتين الطريقتين غير متكافئتين.

معطيات محالية ومعطيات اسمية: إذا توزعت المعطيات المحالية توزيعاً طبيعياً فإننا نستعمل تحليل التفاوت وحيد التصنيف الفقرة (9.10)، مع الافتراض أن المتغير المحالي داخل الفئات يتوزع توزيعاً طبيعياً بتفاوت منظم أما إذا كانت هذه الفرضية غير محققة فإننا نلجأ إلى تحليل كروسكال واليس للتفاوت باستخدام الرتب الفقرة (2.12).



الجدول 3.14 : الطرق الإحصائية لدراسة العلاقات بين المتغيرات.

تربيعية	عجالية (غير طبيعية)	عجالية (طبيعية)	عجالية طبيعية
الارتباط الرئيسي الفقرة (4.12، 5.12)	التكثاف الفقرة (2.11) الارتباط الرئيسي الفقرة (4.12، 5.12)	التكثاف الفقرة (2.11) الارتباط الفقرة (9.11)	
الارتباط الرئيسي الفقرة (4.12، 5.12)	الارتباط الرئيسي الفقرة (4.12، 5.12)	التكثاف الفقرة (2.11) الارتباط الرئيسي الفقرة (4.12، 5.12)	عجالية (غير طبيعية)
الارتباط الرئيسي الفقرة (4.12، 5.12)	الارتباط الرئيسي الفقرة (4.12، 5.12)	الارتباط الرئيسي الفقرة (4.12، 5.12)	ترتبية
الارتباط الرئيسي لكندل الفقرة (5.12)	الارتباط الرئيسي لكندل الفقرة (5.12)	الارتباط الرئيسي لكندل الفقرة (5.12)	إسمية مرتبة
احتبار كروسكال واكيس الفقرة (2.12)	احتبار كروسكال واكيس الفقرة (2.12)	تحليل التباين الفقرة (9.10)	إسمية
احتبار مان ويتسي (U) - احتبار الفقرة (2.12)	من أجل عينات كبيرة احتبار الطبيعي الفقرة (5.8، 7.9) احتبار مان ويتسي (U) - احتبار الفقرة (2.12)	احتبار ستودنت t الفقرة (3.10) احتبار الطبيعي الفقرة (7.9)، (5.8)	إشائية
التأهية	إسمية	إسمية مرتبة	عجالية (طبيعية)
احتبار ستودنت t الفقرة (3.10) احتبار الطبيعي الفقرة (7.9)، (5.8)	تحليل التباين الفقرة (9.10)	ارتباط الرتب الفقرة (5.12)، (4.12)	
من أجل عينات كبيرة احتبار طبيعي الفقرة (7.9)، (5.8) احتبار مان ويتسي (U) - احتبار الفقرة (2.12)	احتبار كروسكال واكيس الفقرة (2.12)	ارتباط الرتب لكندل الفقرة (5.12)	عجالية (غير طبيعية)
احتبار مان ويتسي (U) - احتبار الفقرة (2.12)	احتبار كروسكال واكيس الفقرة (2.12)	ارتباط الرتب لكندل الفقرة (5.12)	ترتبية
احتبار كاي - مربع للاتجاه العام الفقرة (8.13)	احتبار كاي - مربع الفقرة (1.13)	احتبار كاي - مربع للاتجاه العام الفقرة (8.13)	إسمية مرتبة
احتبار كاي - مربع الفقرة (1.13)	احتبار كاي - مربع الفقرة (1.13)	احتبار كاي - مربع الفقرة (1.13)	إسمية
احتبار كاي - مربع للاتجاه العام الفقرة (5.13)، (1.13) احتبار عشر التام الفقرة (4.13)	احتبار كاي - مربع الفقرة (1.13)	احتبار كاي - مربع للاتجاه العام الفقرة (8.13)	إشائية



معطيات ترتيبية مع معطيات ترتيبية: نستعمل في مثل هذه الحالات معامل ارتباط الرتب، معامل سبيرمان  $\rho$  الفقرة (4.12) أو معامل كندل  $\tau$  الفقرة (5.12). يعطي كلا المعاملين أحوبة ونتائج متشابهة لاختبار الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود علاقة بغياب القيم المتساوية. أما بالنسبة للمعطيات بقيم متساوية فإننا نفضل استخدام معامل كندل  $\tau$  لقياس شدة العلاقة.

معطيات ترتيبية مع إسمية مرتبة نستعمل معامل ارتباط كندل  $\tau$  الفقرة (5.12).

معطيات ترتيبية مع إسمية نستعمل معامل ارتباط كندل أيضاً الفقرة (2.12).

معطيات إسمية مرتبة ومعطيات إسمية مرتبة نلجأ إلى اختبار كاي مربع للاتجاه العام الفقرة (8.13).

معطيات إسمية ومعطيات إسمية نستعمل اختبار كاي مربع لجدول احتمالي بمدخلين الفقرة (1.13).

معطيات إسمية مع معطيات إسمية نستعمل اختبار كاي - مربع لجدول ذي مدخلين الفقرة (1.13)، بشرط أن تكون القيم المتوقعة كبيرة بشكل كاف. وإلا فإننا نستعمل تصحيح باتس الفقرة (5.13) أو اختبار فيشر التام الفقرة (4.13).

#### M14 أسئلة الاختيار من متعدد من 75 إلى 80.

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

75. المتغيرات التالية ذات مقياس بحالي:

أ - الطول

ب - وجود أو عدم وجود الربو

ج - قيم (Apgar)

د - العمر

هـ - حجم الزفير القسري

76. يبين الجدول (4.14) عدد العوارض المرفوضة والتي تلي عملية زرع قلب في زمرتين من المرضى:



أ - يمكن مقارنة معدلات الرفض في المجتمعين الإحصائيين باستعمال اختبار U مان- ويتني.

ب - يمكن مقارنة معدلي الرفض في المجتمعين الإحصائيين باستعمال اختبار t ستودنت

ج - يمكن مقارنة معدلي الرفض في المجتمعين الإحصائيين باستعمال اختبار كاي - مربع للاتجاه العام

د - لا يطبق اختبار كاي مربع على جدول  $2 \times 4$

هـ - يمكن اختبار الفرضية القائلة بأن عدد العوارض يتبع توزيع بواسون باستعمال اختبار كاي - مربع لجودة الملازمة

الجدول 4.14 : عدد العوارض المرفوضة خلال 16 أسبوع

بعد عملية زرع قلب في زمرتين من المرضى

عدد العوارض	الزمرة A	الزمرة B	الكلي
0	10	8	18
1	15	6	21
2	4	0	4
3	3	0	3
عدد المرضى الكلي	32	14	46

77. أعطي عشرون مريضاً مسكناً جديداً للألم أو أسبرين بشكل عشوائي خلال عدة أيام متتالية. وتم قياس شدة الكريب لدى المرضى. فالطرق الناجعة التي تستخدم في استقصاء التأثير العلاجي تتضمن:

أ - اختبار U مان- ويتني

ب - اختبار المزاوجة لـ t ستودنت

ج - اختبار الإشارة

د - مجالات الثقة الطبيعية للفرق بين المتوسطين

هـ - اختبار ويلكوكسن للأزواج المتقارنة (اختبار الرتب).

78. يمكن أن تستخدم الطرائق التالية لاستقصاء العلاقة بين متغيرين مستمرين:

أ - اختبار المزاوجة لـ t - ستودنت



ب - معامل الارتباط  $r$

ج - انكفاء خطي بسيط

د - معامل كندل  $\tau$

هـ - معامل سبيرمان  $\rho$ .

79. عندما نقوم بتحليل متغيرين فئويين فإننا نستعمل الطرق الاحصائية التالية:

أ - انكفاء خطي بسيط

ب - معامل الارتباط  $r$

ج - اختبار المزاوجة لـ  $\tau$  ستودنت

د - معامل كندل  $\tau$

هـ - اختبار كاي - مربع.

80. لمقارنة مستويات متغير مستمر في مجموعتين، فإن الطرق الممكنة لذلك هي:

أ - اختبار U مان- ويتني

ب - اختبار فيشر التام

ج - اختبار  $\tau$  - ستودنت

د - اختبار ويلكوكسن للأزواج المتقاربة (اختبار الرتب)

هـ - اختبار الإشارة.

#### 14 تمرين: اختيار طريقة إحصائية

1. في تجربة العبور التقاطعي، نريد مقارنة نوعين من الأجهزة الطباقية الفموية لـ 14 مريضاً قد وضع لهم أولاً النظام A، فبين أن 5 منهم قد فضلوا النظام A و9 النظام B ولم يد أي مريض عدم تفضيله لأحد النظامين. من بين المرضى الذين وضع لهم النظام B أولاً فضل 7 منهم النظام A، وفضل 5 النظام B و4 لم يفضلوا نظاماً على آخر كيف يمكننا أن نقرر فيما إذا كان أحد العلاجين أفضل من الآخر؟ وكيف يمكننا أن نقرر فيما إذا كان ترتيب العلاج يؤثر على الاختبار؟



2. اختر (Burr ورفاقه 1976) طريقة لإزالة غبار البيت العالق من أسرة البالغين والمصابين بالربو وذلك لبيان تأثير ذلك على آلية عمل الرئة والتي تم قياسها بالمتغير PEFR. يتضمن الاختبار فترتين في تصميم العبور التقاطعي، العلاج الشاهد والعلاج الغفل من خلال الغبار المزال من غرفة الجلوس. تعطى المتوسطات والانحرافات المعيارية للمتغير PEFR لـ 32 مُختبراً بالشكل:

SE = 19.6 لـ 335 لـ/دقيقة، لـ/د

العلاج النشط

SE = 20.8 لـ 329 لـ/دقيقة، لـ/د

العلاج الغفل

SE = 5.05 لـ 6.45 لـ/دقيقة، لـ/د

الفروق بين المختبرين (المعالجة - الغفل)

كيف يمكننا أن نقرر فيما إذا كان العلاج سيجسّن PEFR؟

3. في تجربة تقصي ومعالجة الضغط الشرياني الخفيف قام (ريدلر ورفاقه 1980)، بدراسة 1138 مريضاً قد خضعوا لعلاج فعال وقد توفي منهم 8 مرضى وكذلك درسوا 1080 مريضاً قد خضعوا لغفل وقد توفي منهم 19 مريض. بعد ذلك انسحب 583 مريضاً من العلاج الفعال وقد توفي منهم 6 مرضى وكذلك انسحب 626 مريض من الغفل وقد توفي منهم 16 خلال فترة التجربة. كيف يمكنك أن تقرر فيما إذا كان التقصي أو العلاج يقلل من خطر الوفاة؟

الجدول 5.14 : تركيز pH في السائل المعدني وتركيز النترات في البول لـ 26 عنقراً

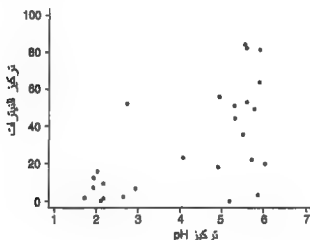
(Hall and Northfield, private communication)

pH	تركيز هيدرات	pH	تركيز هيدرات	pH	تركيز هيدرات	pH	تركيز هيدرات
1.72	1.64	2.64	2.33	5.29	50.6	5.77	48.9
1.93	7.13	2.73	52.0	5.31	43.9	5.85	3.28
1.94	12.1	2.94	6.53	5.50	35.2	5.90	63.4
2.03	18.7	4.07	22.7	5.55	83.8	5.91	81.2
2.11	0.19	4.91	17.8	5.59	52.5	6.03	19.5
2.17	1.48	4.94	55.6	5.59	81.8		
2.17	9.36	5.18	0.0	5.71	21.9		

4. يبين الجدول (5.14) تركيز pH في عينات من السائل المعدني وتركيز النترات البولي لـ 26 مريض. يبين الشكل (1.14) المبيان التبشري للعلاقة بين تركيز pH وتركيز النترات. كيف يمكن إثبات وجود علاقة بين pH وتركيز النترات؟



5. لقد تم قياس وظائف الرئة لعينة من 79 طفلاً في سوابقها دخول المشفى لإصابتها بالسعال الديكي، ولعينة من 178 طفلاً ليس في سوابقها قصة دخول مشفى لإصابتها بالسعال الديكي. إن متوسط زمن المرور بالنسبة لمصاب في سعال ديكي هو 0.49 ثانية وبانحراف معياري 0.145، أما بالنسبة للشواهد فإن الزمن المقرر  $s = 0.47$  بانحراف معياري  $(s.d = 0.11s)$ ، (Johnston et al. 1983). كيف يمكنك تحليل الفرق بين وظائف الرئة للأطفال المصابين سابقاً بالسعال الديكي والذين لم يصابوا بهذا المرض سابقاً؟ مع العلم أن لكل حالة شاهدان يقابلانها. وإذا كان لدينا جميع المعطيات، كيف يمكننا استخدام هذه المعلومات؟



الشكل 1.14: علاقة تركيز pH المعدي وتركيز النسريت

6. يبين الجدول (6.14) بعض المعطيات من دراسة لمرضى مصابين بالسعال قبل المعالجة وبعدها. يمثل العدد الثاني لتغير الرؤية قياس الحرف الذي يمكن أن يقرأه المريض على بعد 6 أمتار، ولذلك تشير الأرقام العالية لهذا التغير إلى ضعف في الرؤية. أما من أجل اختبار الحساسية المتبادلة والذي يعتبر كمقياس لهذه الحالة تشير الأعداد الكبيرة في هذا التغير إلى الرؤية الجيدة. ما هي الطريقة التي يمكن استعمالها لاختبار الفرق في الرؤية



وكذلك اختبار الحساسية المتباينة قبل وبعد العمل الجراحي؟ ما هي الطريقة التي يمكن

استعمالها لدراسة العلاقة بين الرؤية الحادة والحساسية المتباينة بعد العمل الجراحي؟

الجدول 6.14 : الرؤية الحادة ونتائج اختبار الرؤية بالحساسية المتباينة

قبل وبعد إجراء عمل جراحي لمرض الساد

الحالة	حدة الرؤية		اختبار الحساسية المتباينة	
	قبل	بعد	قبل	بعد
1	6/9	6/9	1.35	1.50
2	6/9	6/9	0.75	1.05
3	6/9	6/9	1.05	1.35
4	6/9	6/9	0.45	0.90
5	6/12	6/9	1.05	1.35
6	6/12	6/9	0.90	1.20
7	6/12	6/9	0.90	1.05
8	6/12	6/12	1.05	1.20
9	6/12	6/12	0.60	1.05
10	6/18	6/9	0.75	1.05
11	6/18	6/12	0.90	1.05
12	6/18	6/12	0.90	1.50
13	6/24	6/18	0.45	0.75
14	6/36	6/18	0.15	0.45
15	6/36	6/36	0.45	0.60
16	6/60	6/9	0.45	1.05
17	6/60	6/12	0.30	1.05

7. يبين الجدول (7.14) العلاقة بين العمر الذي أصيب عنده الطفل بمرض الربو وبين عمر

والدته أثناء حملها بهذا الطفل. كيف يمكنك اعتبار فيما إذا كان يوجد علاقة بين العمرين

السابقين؟ إذا أخذنا بعين الاعتبار جميع الأطفال المولودين في نفس الأسبوع من شهر آذار

عام 1958، ما هي الأمور الممكنة الأخرى في هذا الجدول بغض النظر عن أن الأمهات

صغيرة السن تنجب أطفالاً مصابين بالربو؟

الجدول 7.14 : الربو الولادي أو الوزير بحسب عمر الأم

(Anderson et al. 1986)

عمر الأم عند ولادتها لطفلها	مصاب بالربو	
	لو الوزير	غير مصاب
+30	2146	4017
29-20	261	103
19-15	487	984
11 و 8	95	189
12 و 16	67	157

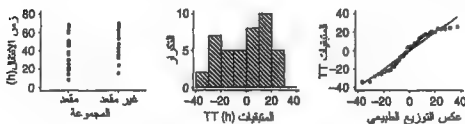


8. في دراسة هرمون الغدة الدرقية للأطفال خدج. نريد دراسة العلاقة بين T3 الحر المتيسر خلال أوقات متعددة على سبعة أيام مع عدد الأيام التي يحتاج إليها الخدج للأوكسجين المساعد. يموت غالباً بعض الأطفال خلال الأيام الأولى من الولادة. والبعض الآخر يذهب للمنزل ويبقى معتمداً على الأوكسجين وبدون متابعة من قبل الباحثين الطبيين. كيف يمكنك التعبير عن سلاسل قياسات T3 على الأطفال بمتغير واحد؟ كيف يمكنك اختيار العلاقة بين الزمن واعتماد الطفل على الأوكسجين؟

الجدول 14.8 : زمن آلية عمل الكولون (ساعات) لـ مجموعتين لمقعدين وغير مقعدين لمرضى كبار السن معطيات لـ (Michael O'Connor)

المرضى المقعدون					المرضى غير المقعدين				
8.4	21.6	45.5	62.4	68.4	15.6	38.8	54.0	63.6	69.6
14.4	25.2	48.0	66.0		24.0	42.0	54.0	64.8	
19.2	30.0	50.4	66.0		24.0	43.2	57.6	66.0	
20.4	36.0	60.0	66.0		32.4	47.0	58.8	67.2	
20.4	38.4	60.0	67.2		34.8	52.8	62.4	69.6	
$n_1 = 21, \bar{x}_1 = 42.57, s_1 = 20.58$					$n_2 = 21, \bar{x}_2 = 49.63, s_2 = 18.39$				

9. يبين الجدول (8.14) زمن آلية عمل الكولون لمجموعة من المرضى المسنين والمقعدين وكذلك زمن آلية عمل الكولون لمجموعة من المرضى المسنين وغير المقادين على التحرك بشكل مستقل. يبين الشكل (2.14) المبيان التبعثري، المنسج والاحتطاط الطبيعي للمتبقيات لهذه المعطيات. ما هي الطرق الإحصائية التي يجب استخدامها هنا؟ وأي واحدة منها تفضل ولماذا؟



الشكل 2.14 : المبيان التبعثري، المنسج، والاحتطاط الطبيعي لزمن آلية عمل الكولون للجدول (8.14)







## Clinical measurement      القياسات السريرية

---

### 1.15 إجراء القياسات      Making measurements

سننظر في هذا الفصل في عدد من المسائل التي لها علاقة بالقياسات السريرية. منها ما يتعلق بكيفية إجراء القياسات بدقة، وكيف يمكننا المقارنة بين مختلف طرائق القياس، ثم كيف نتمكن من استخدام القياسات في التشخيص، وأخيراً كيف نتعامل مع القياسات غير الكاملة للقياس.

عندما يجري قياساً ما وبخاصة قياساً حيوياً، فالعدد الذي نحصل عليه هو نتاج لعدة أمور، القيمة الحقيقية للكمية المراد قياسها، التفرد الحيوي، وأداة القياس نفسها، موقع الشخص للختبر بالإضافة لخبرة المراقب وأهليته وتوقعاته. حتى العلاقة بينه وبين للختبر. وبعض هذه العوامل تقع خارج مجال تحكم المراقب كالتغيرات الداخلية للشخص المختبر، وبعضها الآخر ليست كذلك، مثل الموقع. والشئ الهام هو معايرة هذه العوامل. ولعل أكثر العوامل خضوعاً للتحكم هو الدقة التي نقرأ بها تدريجات سلم القياس وتسجيل النتائج. فلدى قياس ضغط الدم مثلاً، يسجل بعض المجرئين النتائج بتقريب 5 مم زئبقي، وبعضهم الآخر بتقريب 10 مم زئبقي، كما يمكن أن يسجل بعض المجرئين الضغط الانبساطي عند سماع الصوت الرابع لـ (Korotkov) وآخرون عند الصوت الخامس. وبما أن ضغط الدم هو متغير كمي فالأخطاء في تسجيل القياسات، حسب رأي المراقبين، ليست هامة. ولدى مراقبة مريض بمفرده، فإن ضعف التماثل في النتائج يمكن أن يجعل التغيرات الظاهرية صعبة التفسير.



كما يمكن أن يكون للقياسات غير الدقيقة عواقب خطيرة في تفسير المعطيات، وقد تقود إلى نتائج خاطئة.

ما هي الدقة المطلوبة في تسجيل المعطيات؟ فبينما تعتمد هذه على الهدف الذي من أجله جمعت المعطيات، فإن أية معطيات تخضع للتحليل الإحصائي يجب أن تسجل بأكثر ما يمكن من الدقة. وجودة الدراسة تكون بمقدار جودة المعطيات، وجميع الإجراءات التي يجب أن تستخدم في القياسات يجب أن تقرر مقدماً وتثبت في الخطة، وهي الوثيقة المكتوبة التي تبين كيفية تنفيذ هذه الدراسة. وعلينا ألا ننسى أن الدقة في التسجيل تتوقف على عدد الأرقام المعنوية المسجلة حسب الفقرة (2.5) وليس على عدد الخانات المئوية.

فالمشاهدتان 0.15 و 1.66 من الجدول (6.15) مثلاً مسجلتان للمنزلة العشرية نفسها، ولكن 0.15 له رقمان معنويان، بينما 1.66 له ثلاثة أرقام معنوية فالمشاهدة الثانية أكثر دقة من الأولى. وتزداد أهمية هذا عندما نحلل للمعطيات، فالمعطيات في الجدول (6.15) لها توزيع متجانف، ونرغب أن نحري عليه التحويل اللوغاريتمي، إن علم الدقة في تسجيل المعطيات في النهاية الدنيا من التدرج يُضخم باستخدام هذا التحويل. أما الارتياح في القياسات فيوجد عادة في الرقم الأخير.

ويتخذ المخرّبون غالباً بعض القيم لهذا الرقم، ويختار أكثرهم هذا الرقم صفرًا عوضاً عن الرقم 9 أو 1 مثلاً. ويعرف هذا بالرقم المفضل. ولعل الميل لقراءة ضغط الدم لأقرب خمسة مم زبقي أو عشرة المذكورة أعلاه مثال على هذا. وتساعد الخبرة الشخصية للمخرّب وتدريبه على جعل الرقم المفضل أصغرياً. ويجب أن تؤخذ القراءات، إن أمكن، لعدد كافٍ من الأرقام المعنوية ليصبح الرقم الأخير غير ذي أهمية. ويصبح الرقم المفضل ذا أهمية خاصة عندما تكون الفروق في الرقم الأخير ذات تأثير في المخرجات كما هو الحال في الجدول (1.15) حيث تتعامل مع الفروق بين رقمين متماثلين. وبسبب هذا فمن الخطأ أن يأخذ قائل<sup>(1)</sup> ما قراءات ضمن جملة من الشروط، وقائس آخر ضمن شروط أخرى وذلك لأن درجة الرقم المفضل يمكن أن تختلف.

ومن المهم أيضاً الاتفاق على الدقة التي يجب أن تؤخذ بها المعطيات والتأكد من أن الأدوات لها تدرجات دقيقة بشكل كافٍ يناسب العمل الذي بين أيدينا.

(1) قائل: اسم فاعل من قال



## 2.15 قابلية الإعادة وخطأ القياس

### Repeatability and measurement error

ناقشت فيما سبق بعض العوامل التي تؤدي إلى تمييز في القياسات وذلك في الفقرات (7.2) و(8.2) و(6.3)، ولم أعنَ حتى الآن بإمكان التغير الحيوي الطبيعي في الشخص المختبر وفي طريقة القياس، والتي يمكن أن تقود إلى خطأ في القياس. إن كلمة خطأ (Error) مشتقة من الجذر اللاتيني الذي يعني (يطوف) واستخدامه في الإحصاء قريب من هذا المعنى كما جاء في الفقرة (2.11) على سبيل المثال. وهكذا فخطأ القياس يمكن أن يتضمن التغير الطبيعي المستمر لكمية حيوية، عندما تستخدم مشاهدة واحدة لتمييز الشخص المختبر. فمثلاً في قياس ضغط الدم، نتعامل مع كمية تتغير باستمرار ليس فقط من شخص لآخر بل من يوم ليوم، ومن فصل لفصل، وحتى أنها تتغير مع جنس القائس. ثم إن القائس يبدى أيضاً تغيراً في القدرة على استيعاب الصوت، وقراءة مقياس الضغط. وبسبب هذا فمعظم القياسات السريعة لا يمكن اعتمادها دون النظر إلى أخطائها.

الجدول 1.15 : يمثل قراءتين لـ 17 متطوعاً صحيحاً باستخدام جهاز

Wright Meter

المحرم	PEFR (لتر/د)		المحرم	PEFR (لتر/د)	
	الأول	الثاني		الأول	الثاني
1	484	490	10	433	420
2	395	397	11	417	420
3	516	512	12	556	533
4	434	401	13	287	275
5	475	470	14	478	492
6	557	511	15	178	165
7	413	415	16	423	372
8	442	431	17	427	421
9	550	538			

إن تحديد قياس الخطأ ليس صعباً من حيث المبدأ. وللقيام بذلك نحتاج إلى مجموعة من القياسات المتكررة، نحصل عليها بإجراء عدة قياسات لكل من الأفراد المختبرين. ونستطيع بعدئذٍ تقدير الانحراف المعياري للقياسات المتكررة للشخص المختبر ذاته. يبين الجدول (1.15) بعض القياسات المتكررة لمعدل تدفق الهواء الزفيري الأقصى وفق مقياس



(Wright Peak Flow) (راجع الفقرة 2.10). ونستطيع إيجاد الانحراف المعياري للأفراد المختبرين بتحليل التفاوت باتجاه واحد حسب الفقرة (9.10). ويمثل الجدول (2.15) مجموعات المختبرين في الفقرة (9.10)، التفاوت فيما بين المختبرين هو متوسط المربعات المتبقي في تحليل جدول التفاوت، والانحراف المعياري  $s_w$  هو الجذر التربيعي له. من الجدول (2.15) نجد أنه يساوي  $15.3 = \sqrt{234.3} = s_w$  لـ/د.

الجدول 15.2 : تحليل التفاوت لمعطيات PPEFR في الجدول (1.15)

مصدر التغير	درجة الحرية	مجموع للمربعات	متوسط للمربعات	التفاوت للمعدل (F)	الاحتمال
المجموع	33	445 581.5			
بين المختبرين	16	441 598.5	27499.9	117.8	P < 0.0001
المتبقي (داخل المختبرين)	17	3 983.0	234.3		

يوجد عدد من الطرائق يمكن بها تقليم خطأ القياس للمتتبعين هذه القياسات. فيمكن أن يُعطى على شكل الانحراف المعياري المحسوب أعلاه، أو حسب التوصية المقدمة من المعهد البريطاني للمقاييس (BSI, 1979) وهي القيمة التي يقع دولها الفرق بين قياسين باحتمال 95% بشرط أن تتوزع قياسات الأخطاء وفق التوزيع الطبيعي، وتقدر هذه القيمة وفق  $1.96 \times \sqrt{2s_w^2} = 2.77s_w$ . وقد نصحت BSI (1979) بالكمية  $2.88s_w = 2 \times \sqrt{2s_w^2}$ . ومن الواضح أن 2.77 أكثر دقة، ولكن هذا لا يشكل فرقاً من الوجهة العملية. وسأستعمل في هذا الفصل الانحرافين معيارين عوضاً عن 1.96 انحرافاً معيارياً على كل طرف من طرفي المتوسط للتبسيط.

يمكن أن يعبر عن خطأ القياس أيضاً بمعامل التغير بين المختبرين وهو حاصل قسمة الانحراف المعياري على المتوسط. وغالباً نضربه بـ 100 ليُعطى كنسبة مئوية. وفي مثالنا متوسط PEFr هو 447.9 لـ/د، ويصبح معامل التغير هو  $0.034 = 15.3/447.9$  أو 3.4%. إن الفرق بين القيمة المشاهدة، ويدخل فيها خطأ القياس، والقيمة الحقيقية لا يتعدى انحرافين معيارين باحتمال 95%. ونعني هنا بالقيمة الحقيقية القيمة الوسطية التي نحصل عليه من عدد كبير من القياسات. ويمكن أن يعبر عن  $0.068 = 2 \times 15.3/447.9$  أو ما يساوي 7%.



الجدول 3.15 : تحليل التفاوت لمعطيات FEFE المحولة لوغاريتمياً (الأساس e) للجدول (1.15)

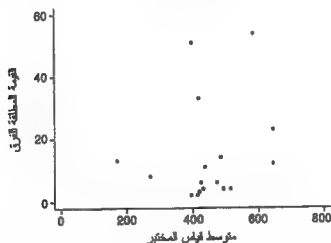
مصدر التغير	درجة الحرية	مجموع التريعات	متوسط التريعات	التفاوت للمدل (F)	الاحتمال
المجموع	33	3.160 104			
بين المجموعين	16	3 139 249	0.196 203	159.9	P < 0.0001
المباقي (داخل المجموعين)	17	0.020 855	0.001 227		

والأشكال في التعبير عن الخطأ كنسبة مئوية في هذا المثال، هو أن 7% من الملاحظة الصغرى وهي 165 لتر يساوي 12 لتر/ فقط، بينما 7% من الملاحظة الكبرى وهي 656 لتر يساوي 46 لتر/د. وهذه ليست طريقة جيدة إذا كان المجال كبيراً بالمقارنة مع حجم الملاحظة الصغرى، والخطأ لا يتوقف على قيمة القياس. بينما تكون جيدة إذا كان الانحراف المعياري متناسباً مع المتوسط. وفي تلك الحالة يمكن أن يستخدم التحويل اللوغاريتمي الفقرة (4.10). من جهة أخرى لا يوجد مسوغ لتطبيق التحويل اللوغاريتمي على معطيات الجدول (1.15)، إنما قمت بذلك لمجرد الإيضاح. يعطي الجدول (3.15) الانحراف المعياري بين الأفراد وفق التدرج اللوغاريتمي بالمقدار  $s_w = \sqrt{0.001227} = 0.0350$ . ليس لهذا الانحراف المعياري الواحد نفسا التي للمعطيات الأصلية، إنما هو عدد مجرد. فإذا قمنا بالتحويل العكسي باستخدام التابع الأسّي (antilog) نجد  $\exp(0.0350) = 1.036$ . وهو لا يساوي الانحراف المعياري وفق تدرجات PEFR. والسبب في هذا أنه للحصول على  $s_w$  علينا أن نطرح لوغاريتم عدد من لوغاريتم آخر، أي نطرح المتوسط وفق التدرج اللوغاريتمي من الملاحظات وفق هذا التدرج ونعلم أن الفرق بين لوغاريتمي عددين هو لوغاريتم نسبتتهما. وهذا يعني أن عملية الطرح وفق التدرج اللوغاريتمي، تقابل عملية تقسيم وحدة من PEFR على أخرى ويكون الناتج نسبة لا أبعاد لها. وهكذا فإن التابع المعاكس لللوغاريتم  $s_w$  هو نسبة المتوسط مضافاً إليه انحراف معياري واحد إلى المتوسط. فإذا طرحنا 1 من هذه النسبة، نحصل على النسبة بين الانحراف المعياري والمتوسط وهي تمثل معامل التغير. وفي مثالنا هذا يساوي  $1 - 1.036 = 0.036$  أو 3.6% وهي قريبة جداً من 3.4% التي حصلنا عليها بالطريقة المباشرة. عندما يتناسب الانحراف المعياري مع المتوسط،



نحصل على طريقة لتقدير معامل التغير، ومنها يمكننا تقدير الانحراف المعياري للقياسات المتكررة في أية نقطة داخل مجال القياسات.

سننظر الآن فيما إذا كان الخطأ يتوقف على قيمة القياس، وعادة يكون الخطأ أكبر كلما كانت القيم أكبر. ولإيضاح هذا، نخطط المبيان التبعثري للقيم المطلقة للفروق بدلالة متوسط المشاهدين فنحصل على الشكل (1.15). فمن أجل معطيات PEFR لا توجد علاقة واضحة بين المتغيرين. ويمكننا اختبار هذا بحساب معامل الارتباط الفقرة (9.11) أو معامل الارتباط الرتبى الفقرة (4.12) و(5.12). ففي الشكل (1.15) لدينا  $r = 0.17$  و  $P = 0.3$  وهذا يعني إمكان وجود علاقة ضعيفة بين خطأ القياس وحجم الـ PEFR. لذا فمعامل التغير لا يمثل خطأ القياس بالدرجة ذاتها الذي يمثله الانحراف المعياري داخل القيم. وفي معظم القياسات السريرية، يكون الانحراف المعياري إما مستقلاً عن القياسات أو متناسباً معها. وهكذا يمكننا استخدام واحدة من هاتين الطريقتين.



الشكل 1.15 : الفرق بالقيمة المطلقة بدلالة مجموع قراءتين لذروة التدفق على جهاز Wright Meter

يمكن أن يمثل خطأ القياس كمعامل الارتباط بين أزواج القراءات، وقد يسمى هذا أحياناً موثوقية القياس، وغالباً ما يستعمل في القياسات النفسية باستخدام الروايات الاستبائية. ومع ذلك يتوقف الارتباط على حجم التغير بين الأفراد المختبرين. فإذا تعمدا اختيار الأفراد بقصد الحصول على مجموعة واسعة الانتشار من القيم الممكنة، فالارتباط سيكون أقوى مما لو



أخذنا عينة عشوائية من الأفراد. لذا فعلينا ألا نستخدم هذه الطريقة إلا إذا كانت لدينا عينة تمثل الأفراد الذين نهتم بدراستهم. إن معامل الارتباط ما بين الفئات وهو صيغة خاصة لا تأخذ في الحسبان الترتيب الذي تؤخذ به المشاهدات، والتي يمكن أن تؤخذ فيها أكثر من مشاهدتين لكل مختبر، مفضل في هذا التطبيق.

### 3.15 مقارنة طريقتين في القياس

#### Comparing two methods of measurement

في القياسات السريرية، معظم الأشياء التي نرغب في قياسها، مثل القلب، والرئة والكبد. وغيرها هي أعضاء توجد في عمق الجسم الحي ولا يمكن الوصول إليها. وهذا يعني أن كثيراً من الطرائق التي نستخدم في قياسها هي غير مباشرة، وفي هذه الحالة لا يمكننا أن نعرف مدى دقة هذه القياسات. عندما نستخدم طريقة جديدة في القياس، فعوضاً أن نقارن مخرجاتها مع مجموعة من القيم المعروفة، يتحتم علينا أن نقارنها مع طريقة أخرى أيضاً غير مباشرة. وهذه طريقة عامة في الدراسة، وهي غالباً ما تنجز بشكل سيئ. (Altman و Bland 1986، Bland و Altman 1983).

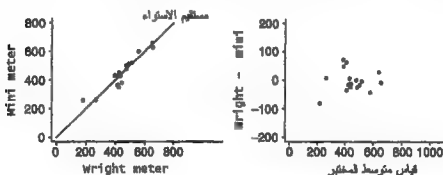
الجدول 4.15 : مقارنة بين قياس PEFR ليتر/د بطريقتين

رقم للحم	PEFR (ليتر/د)		الفرق Wright - mini
	Wright meter	Mini meter	
1	494	512	-18
2	395	430	-35
3	516	520	-4
4	434	428	6
5	476	500	-24
6	557	600	-43
7	413	364	49
8	442	380	62
9	550	558	-8
10	433	445	-12
11	417	432	-15
12	556	526	30
13	287	260	7
14	478	477	1
15	178	259	-81
16	423	350	73
17	427	451	-24
للمجموع			-36
لتوسط			2.1
S.d.			38.8



يبين الجدول (4.15) قياسات الـ PEFR بطريقتين مختلفتين: تمثل إحداها قياسات (Wright meter) مأخوذة من الجدول (1.15). وسأستخدم للتبسيط قياساً واحداً فقط لكل طريقة. وفي حالة مجموعتين من القياسات يمكننا أخذ معدل كل زوج أولاً، ولكن هذا يضيف مرحلة جديدة في الحساب. وقد قدم (Altman وBland 1986).

تفصيلات حول ذلك، إن الخطوة الأولى في هذه الدراسة هي تمثيل للمعطيات وفق المبيان التبصري الشكل (2.15). إذا رسمنا مستقيم الإستواء، فعلى امتداد هذا المستقيم يتساوى القياسان، وهذا يعطينا فكرة عن المجال الذي تتوافق فيه الطريقتان. ولكن هذه الطريقة ليست المفضلة للنظر في معطيات من هذا النمط، لأن معظم أجزاء المستقيم خالية، والنقط المهمة تتراكم حوالى المستقيم. أما الطريقة المفضلة هنا فهي إنشاء عخطط الفروق بين نواتج الطريقتين بدلالة مجموع القياسين أو متوسطهما، وإشارة الفرق هنا مهمة، إذ من الممكن أن تعطي إحدى الطريقتين قيمة أعلى من الأخرى وهذه يمكن أن ترتبط بالقيم الحقيقية التي نحاول أن نقيسها. وهذا الاختطاط مبين أيضاً في الشكل (2.15).

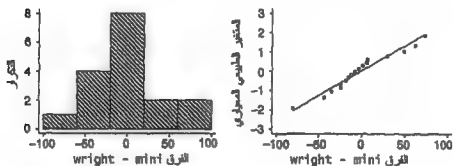


الشكل 2.15 : قياس PEFR بطريقتين: mini meter بدلالة wright meter وفرق القياسين بدلالة متوسط القياسين

تتوافق طريقتان في القياس، إذا كان الفرق بين مشاهدتين للمختبر ذاته بتطبيق الطريقتين هو من الصغر بحيث يمكن للمبالغة بينهما. أما مقدار صغر هذا الفرق، فيعتمد على القياس، وعلى الهدف الذي يوضع له. وهذا قرار سريري وليس قراراً إحصائياً. سنحدد الفروق وذلك بتقدير التحيز، الذي هو متوسط الفروق، كما نحدد النهايات التي تقع ضمنها



معظم الفروق، وتقدر هذه النهايات من للتوسط والانحراف المعياري للفروق. ونلاحظ من الشكل (4.15) أنه ليس ثمة دليل واضح على وجود علاقة بين الفرق والمتوسط. ويمكننا أن نتفحص هذا باختبار الاعتدال لمعامل الارتباط، ونحصل على  $r = 0.19$  و  $P = 0.5$ . إن متوسط الفروق قريب من الصفر، وهذا يعني وجود دليل ضعيف على تحيز إجمالي. ويمكننا تعيين مجال الثقة لمتوسط الفروق كما هو موصوف في الفقرة (2.10). فمتوسط الفروق يساوي  $-2.1$  لتر/د وانحرافها المعياري هو  $38.8$ ، ويكون الخطأ المعياري للمتوسط إذن:  $2.1/\sqrt{17} = 38.8/\sqrt{17} = 9.4$  لتر/د. وقيمة  $t$  الموافقة لـ  $16$  درجة من الحرية هي  $2.12$ . وهكذا فإن مجال الثقة للتحيز باحتمال  $95\%$  هو  $-2.12 \pm 2.1$  أو ما بين  $-22$  و  $18$  لتر/د. وبناءً على هذه المعطيات، وجدنا تحيزاً يبلغ  $22$  لتر/د، وهذه النتيجة هامة سريرياً. وقد ذكر (Oldham ورفاقه 1979) أن طرائق المقارنة الأولى باعتماد هذه الأجهزة قد استخدمت عينات أكبر حجماً، فوجد أن التحيز كان صغيراً جداً.

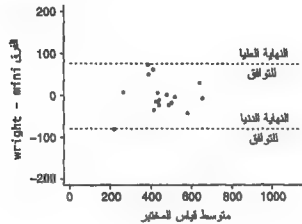


الشكل 3.15 : توزع الفروق بين قياسي PEFR بطريقتين

إن الانحراف المعياري للفروق بين القياسات المأخوذة بالطريقتين يقدم لنا دليلاً جيداً على قابلية المقارنة بين هاتين الطريقتين. فإذا أمكننا تقدير المتوسط والانحراف المعياري بمقدار معقول من الثقة، أي بأخطاء معيارية صغيرة، استطعنا عندها أن نقول أن الفرق بين الطريقتين سيكون على الأكثر بانحرافين معياريين على كل جانب من جانبي المتوسط لـ  $95\%$  من المشاهدات. نسمي هاتين القيمتين  $2s \pm \bar{x}$  للفرق، حدي التوافق باحتمال  $95\%$ . فإذا عدنا إلى معطيات PEFR نجد أن الانحراف المعياري للفروق هو  $38.8$  لتر/د. والمتوسط



الحسابي -2 ل/تر/د. ومجموع انحرافين معيارين هو 78 ل/تر/د تقريباً. ويُتوقع أن تكون قراءة الـ (mini meter) الدنيا 80 والعليا 78 لمعظم الأفراد المختبرين. وهذان الحدان يمثلان بمستقيمين أفقيين في الشكل (4.15). ويعتمد هذا الحساب على افتراض أن توزيع الفروق يقارب التوزيع الطبيعي، ويمكن أن نستشف هذا من المنسج والاختطاط الطبيعي في الشكل (3.15) حسب الفقرة (5.7).



الشكل 4.15 : الفرق بدلالة مجموع قياسي PEFr بطريقتين

وعلى أرضية هذه المعطيات لا يمكننا استخلاص أن الطريقتين قابلتان للمقارنة أو أنه يمكننا أن نستبدل الـ (mini meter) بـ (Wright peak flow meter) بقدر من الثقة. وكما أشرنا في الفقرة (2.10) فإن هذا للقياس يلقي قبولاً جيداً. عندما توجد علاقة بين الفرق والمتوسط نحاول أن نتخلص منها باستخدام أحد التحويلات، ويستخدم عادة التحويل اللوغاريتمي. ويقود هذا إلى تفسير للنهايات مماثل لما هو موصوف في الفقرة (2.15) وقد ذكر (Altman and Bland 1986) تفاصيل هذه الدراسة.

## 4.15 الحساسية والنوعية Sensitivity and specificity

إن أحد الأسباب الرئيسية لإجراء القياسات السريرية هو المساعدة في تشخيص المرض. ويمكن لهذا القياس أن يحدد لنا واحداً من التشخيصات المتعددة والممكنة للمريض، أو أن



نكتشف مصابين بمعرض خاص في مجتمع من الأصحاء ظاهرياً. والسبب الآخر هو ما يعرف بالمسح الصحي. ففي كل حالة يزودنا القياس باختبار يمكننا من تصنيف الأفراد في مجموعتين، واحدة من الممكن أن تكون مصابة بالمرض الذي نتم بدراسته، والأخرى غير مصابة به. وعندما نقوم بهذا الاختبار نحتاج إلى مقارنة نتيجة الاختبار مع التشخيص الحقيقي. وقد يبنى الاختبار على متغير مستمر، فيكون المرض موجوداً إذا كان هذا المتغير فوق مستوى معين أو دونه. وقد يكون الاختبار مشاهدة كمية، كالإصابة مثلاً بورم في الخلايا على اللطاخة الرقبية. سادعو الاختبار في كل حالة موجباً إذا كان يشير إلى وجود المرض وسالباً إذا لم يكن كذلك، كما يكون المرض موجباً إذا تأكد وجوده في النهاية وسالباً في الحالة الأخرى.

كيف نقيس فعالية الاختبار؟ بين الجدول (5.15) ثلاثة مجموعات افتراضية لمعطيات الاختبار والمرض. وسنأخذ كمؤشر على فعالية الاختبار، نسبة التشخيص الصحيح للاختبار. ففي الاختبار الأول في مثالننا، تساوي النسبة 94%. نأخذ الآن الاختبار الثاني الذي يعطي دائماً نتيجة سلبية، وسوف لا يكشف هذا الاختبار أية حالات للمرض. ونحن الآن على حق فيما يتعلق بـ 95% من المختبرين. من جهة ثانية، الاختبار الأول مفيد فهو يكشف بعض حالات المرض، بينما الثاني ليس كذلك ولذا فهو مؤشر ضعيف وضوحاً.

لا يوجد مؤشر واحد بسيط يمكننا من مقارنة مختلف الاختبارات في جميع الطرائق التي نرغب فيها. والسبب في هذا أنه يوجد شيان نحتاج لقياسهما: جودة الاختبار عندما يكون المرض إيجابياً، أي الحالات التي تتحقق الشروط وجودة الاختبار عند استبعاد الحالات السلبية للمرض أي الحالات التي لا تتحقق الشروط. والصيغ المصطلح عليها لحساب هذا هي:

$$\begin{aligned} \text{الحساسية} &= \frac{\text{عدد الحالات التي يكون فيها المرض إيجابياً والاختبار إيجابياً}}{\text{عدد الحالات التي يكون فيها المرض إيجابياً}} \\ \text{النوعية} &= \frac{\text{عدد الحالات التي يكون فيها المرض سلبياً والاختبار سلبياً}}{\text{عدد الحالات التي يكون فيها المرض سلبياً}} \end{aligned}$$



وبكلمات أخرى: الحساسية هي نسبة إيجابية المرض لمن كان اختباراً إيجابياً، والنوعية هي نسبة سلبية المرض لمن كان اختباراً سلبياً. ولدى دراسة الاختبارات الثلاثة في الجدول (5.15) نجد:

الشكل 5.15 : بعض الاختبارات الافتراضية، ومعطيات التشخيص

الاختبار 1	المرض		المجموع
	موجب	سالب	
موجب	4	5	9
سالب	1	90	91
المجموع	5	95	100

الاختبار 2	المرض		المجموع
	موجب	سالب	
موجب	0	0	0
سالب	5	95	100
المجموع	5	95	100

الاختبار 3	المرض		المجموع
	موجب	سالب	
موجب	2	0	2
سالب	3	95	98
المجموع	5	95	100

	الحساسية	النوعية
الاختبار 1	0.80	0.95
الاختبار 2	0.00	1.00
الاختبار 3	0.40	1.00

نلاحظ أن الاختبار الثاني يفتقد جميع حالات المرض الإيجابية، ويكتشف جميع حالات المرض السلبية. ونقول إن جميع الحالات سلبية. ثم إن الفرق بين الاختبار الأول والثالث هو أن الحساسية في الأول أكبر، بينما النوعية في الثالث أكبر. وعندما نقارن الاختبارات وفق البعدين، يمكننا أن نرى أن الاختبار الثالث أفضل من الثاني لأن الحساسية في الثالث أكبر منها في الثاني، بينما لها النوعية ذاتها، من جهة ثانية من الصعب أن نرى فيما إذا كان الاختبار الثالث هو أفضل من الأول. ويتوجب علينا أن نتوصل إلى اجتهد مبني على



الأهمية النسبية للحساسية والنوعية لكل حالة بمفردها. نضرب عادة الحساسية والنوعية بالعدد 100 للحصول على نسبة مئوية. من جهة ثانية فكل منهما يمثل وسيطاً في التوزيع الحدائسي (إذ أن كل منهما هو نسبة)، وهذا يمكننا من إيجاد الأخطاء المعيارية ومجالات الثقة كما هو موضح في الفقرة (4.8)، أما حجم العينة الذي يتطلبه تقديرهما في حدود الثقة المطلوبة يمكن حسابه كما هو مبين في الفقرة (2.18).

عندما يُبنى الاختبار على متغير مستمر، يمكننا تغيير الحساسية والنوعية بتغير نقطة القطع. فإذا كانت القيم العليا تشير إلى المرض، فرفع نقطة القطع. يعني تناقص الحالات التي سنكتشف وبالتالي ستتناقص الحساسية، وبالإضافة لذلك توجد حالات إيجابية زائفة أقل، أي إيجابية وفق الاختبار ولكنها لا تمثل حالة مرضية حقيقية، وستزداد بالتالي النوعية. من جهة أخرى إذا خفضنا نقطة القطع سنكتشف حالات أكثر والحساسية ستزداد، ولكن سيكون لدينا حالات زائفة أكثر والنوعية ستتناقص.

وكمثال عملي لاحظ (Maxwell ورفاقه 1983) أن عدداً لا يستهان به من الكحوليين تبين أن لديهم، بعد التصوير بأشعة x، كسوراً متقدمة للأضلاع. وتساءل فيما إذا كانت هذه الظاهرة لها أية قيمة في كشف "الكحولية" بين المرضى. فمن بين 74 مريضاً مصاباً بمرض الكبد الكحولي، دل التصوير الشعاعي للمصدر أن 20 منهم وُجد لديهم كسر متقدم واحد على الأقل و11 منهم لديهم كسران أو أكثر. بينما في المجموعة الشاهدة رُقب 181 مريضاً غير مصابين بمرض الكبد الكحولي أو بأية اضطرابات معدية معوية، فدل الفحص الشعاعي على وجود كسر واحد على الأقل عند 6 وكسران أو أكثر عند اثنين.

إذا اتخذنا الكسور كاختبار "للكحولية" نجد الحساسية تساوي  $20/74 = 0.27$  والنوعية  $181/(181 - 6) = 0.97$ . وفي حالة كسرين أو أكثر نجد الحساسية  $11/74 = 0.15$  والنوعية  $181/(181 - 2) = 0.99$ . وعلى هذا فللاختبارين نوعية كبيرة، وقليل من غير الكحوليين سيصنفوا ككحوليين، من جهة ثانية ليس لأي منهما حساسية كبيرة، فكثر من الكحوليين لم يصنفوا ككحوليين. وكما كنا نتوقع فالاختبار الخاص بوجود كسرين أو أكثر بالكسور الثنائية كان ذا نوعية أكبر وحساسية أقل من الاختبار للكسر الواحد.



ويمكننا أيضاً تقدير القيمة التنبؤية الموجبة، وهي احتمال أن يكون المرض إيجابياً في حال كون الاختبار إيجابياً (أي أن الشخص المختبر مريض. حقيقة ويصنف بشكل صحيح). كما يمكن تقدير القيمة التنبؤية السالبة وهي احتمال أن يكون المرض سلبياً في حال كان الاختبار سلبياً (أي أن الشخص المختبر غير مريض ويصنف بشكل صحيح). وهذه القيم تتوقف على انتشار المرض " $p_{prev}$ " كما تتوقف على الحساسية " $p_{sens}$ " والنوعية " $p_{spec}$ " فاحتمال كون المرض إيجابياً والاختبار إيجابياً هو  $p_{prev} \times p_{sens}$  واحتمال كون المرض سلبياً والاختبار إيجابياً هو  $(1 - p_{prev}) \times (1 - p_{spec})$ ، وعلى هذا فاحتمال أن يكون الاختبار إيجابياً هو:  $p_{prev} \times p_{sens} + (1 - p_{prev}) \times (1 - p_{spec})$ ، والقيمة الموجبة المتوقعة هي:

$$PPV = \frac{p_{prev} p_{sens}}{p_{prev} p_{sens} + (1 - p_{prev}) (1 - p_{spec})}$$

وبالمثل، فالقيمة التنبؤية السالبة تكون:

$$NPV = \frac{(1 - p_{prev}) p_{spec}}{(1 - p_{prev}) p_{spec} + p_{prev} (1 - p_{sens})}$$

إن تقصي الحالات المرضية يفيد أن الانتشار غالباً ما يكون صغيراً وأن الكمية PPV منخفضة. نفرض الآن أن لدينا اختباراً ذا حساسية  $p_{sens} = 0.95$  ونوعية  $p_{spec} = 0.90$  وانتشار المرض  $p_{prev} = 0.01$  إذن.

$$PPV = \frac{0.01 \times 0.95}{0.01 \times 0.95 + (1 - 0.01) \times (1 - 0.90)} = 0.088$$

$$NPV = \frac{(1 - 0.01) \times 0.90}{(1 - 0.01) \times 0.90 + 0.01 \times (1 - 0.95)} = 0.999$$

وهكذا فإن 8.8% فقط بمن كان اختبارهم إيجابياً، هم مرضى فعلاً، ولكن جميع الذين كان اختبارهم سلبياً تقريباً هم في الحقيقة غير مرضى. إن معظم حالات التقصي تتناول حالات انتشار أقل بكثير من هذه. وهذا يعني أن معظم الاختبارات الإيجابية، هي إيجابية زائفة.



## 5.15 المدى الطبيعي أو المجال المرجعي

### Normal range or reference interval

كان اهتمامنا في الفقرة (4.15) منصباً على تشخيص مرض معين، وفي هذه الفقرة سننظر إليه بطريقة أخرى. ولتساءل ما هي قيم القياسات التي من المحتمل أن يأخذها الشخص الطبيعي في مجتمع الأصحاء. ثمة صعوبات في القيام بذلك. فمن هو الشخص الطبيعي؟ إن كل شخص تقريباً في المملكة المتحدة مثلاً لديه عوزون كبير من المواد الدسمة في شرايينه الإكليلية تؤدي إلى موت الكثير منهم. بينما قليل جداً من الإفريقيين يملكون ذلك، فهم يموتون بأسباب أخرى. وهكذا فمن الطبيعي في المملكة المتحدة أن نجد هذه الصفة غير الطبيعية ونعبر عن ذلك بقولنا إن الأشخاص الطبيعيين في مجتمع ما هم الأشخاص الأصحاء ظاهرياً في مجتمعهم. ويمكننا سحب عينة من هؤلاء كما أوضحنا في الفصل الثالث وإجراء القياسات عليها.

السؤال الثانية هي تقدير مجموعة هذه القيم. فإذا أخذنا مدى للمشاهدات أي الفرق بين القيمتين الحديتين لها، فإننا على ثقة أنه إذا كررنا سحب العينات فسنجد مشاهدات جديدة تقع خارج هذا المدى. وسنحصل على مدى أكبر فأكثر حسب الفقرة (7.4) ولتجنب هذا سنستخدم مدى محصوراً بين كُميين الفقرة (7.4) ونختارهما عادة المئين 2.5 والمئين 97.5 وندعوه المدى الطبيعي، وهو يحوي 95% من قياسات الأفراد الأصحاء ظاهرياً. ويسمى أيضاً المدى المرجعي باحتمال 95% أو المجال المرجعي باحتمال 95%. وهذا يترك 5% من المشاهدات خارج المجال.

أما الصعوبة الثالثة فتأتي من الخلط بين لفظ "طبيعي" المستعمل في الطب، وتوزيع طبيعي المستعمل في الإحصاء، وهذا يدعو بعضهم إلى القول إن جميع المعطيات التي لا تتوافق مع المنحني الطبيعي هي غير طبيعية. ولكن مثل هذه الأفكار غير معقولة، فلا يوجد سبب لافتراض أن جميع المتغيرات تتبع التوزيع الطبيعي الفقرة (4.7) والفقرة (5.7). إن العبارة "المجال المرجعي" التي أصبحت تستخدم على نطاق واسع تفيد في تجنب هذا الخلط، مع أن أكثر الطرائق استخداماً في الحساب تفترض أن المتغير يتبع التوزيع الطبيعي.



لقد رأينا آنفاً أنه في الحالة العامة تقع معظم المشاهدات في مجال بطول انحرافين معيارين على كل طرف من طرفي المتوسط. وفي حالة التوزيع الطبيعي فإن 95% من المشاهدات تقع بين هاتين النهايتين حيث تقع 2.5% منها تحت النهاية الدنيا و2.5% فوق النهاية العليا. فإذا قدرنا المتوسط والانحراف المعياري لمعطيات ما مأخوذة من مجتمع طبيعي، يمكننا تقدير المجال المرجعي بالشكل  $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$ .

لنعد الآن إلى معطيات FEV1 في الجدول (5.4)، ونقتر المجال المرجعي لـ FEV1 لدى طلاب الطب الذكور، فقد كان لدينا 57 مشاهدة بلغ متوسطها 4.06 وانحرافها المعياري 0.67 لتر. ويصبح المجال المرجعي: (5.4 و 2.7) لتر. ونرى من الجدول (4.4) أن طالباً واحداً فقط (أي 2%) يقع خارج المجال، بالرغم من أن العينة في الواقع صغيرة.

وبما أننا فرضنا للمشاهدات من التوزيع الطبيعي، فمن السهل إيجاد الأخطاء المعيارية ومجالات الثقة الموافقة لهاتين النهايتين. إن تقديري  $\bar{x}$  و  $s$  مستقلان حسب الفقرة (A7) والخطأ المعياري لهما على الترتيب هو  $\sqrt{s^2/n}$  و  $\sqrt{s^2/2(n-1)}$  حسب الفقرتين (2.8) و (7.8). إن  $\bar{x}$  يتبع التوزيع الطبيعي، كما أن  $s$  توزيعاً يقارب التوزيع الطبيعي، إذن  $(\bar{x} - 2s)$  يتبع التوزيع الطبيعي بتفاوت:

$$\text{VAR}(\bar{x} - 2s) = \text{VAR}(\bar{x}) + \text{VAR}(2s) = \text{VAR}(\bar{x}) + 4\text{VAR}(s)$$

$$= \frac{s^2}{n} + 4 \times \frac{s^2}{2(n-1)} = s^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{2}{n-1} \right)$$

وبشرط صحة الافتراضات الطبيعية، فالخطأ المعياري لنهايتي المجال المرجعي هو:

$$\sqrt{s^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{2}{n-1} \right)}$$

وإذا كانت  $n$  كانت كبيرة، فيصبح على وجه التقريب  $\sqrt{3s^2/n}$  وهو يساوي من أجل معطيات FEV1:  $\sqrt{3 \times (0.67)^2 / 57} = 0.15$  ويصبح مجالاً الثقة باحتمال 95% لهاتين النهايتين هما  $5.4 \pm 1.96 \times 0.15$  و  $2.7 \pm 1.96 \times 0.15$  أو بين (3، 2.4) و (5.1، 5.7) لتر.



لنتخذ قياسات مصول الشحوم الثلاثية في الجدول (6.15)، وكما لا حظنا سابقاً الفقرة (4.7) فإن هذه المعطيات متحاففة جداً، ولا يمكننا استخدام طريقة التوزيع الطبيعي بشكل مباشر. فإذا فعلنا ذلك نجد أن النهاية الدنيا ستكون 0.07 وهي دون جميع المشاهدات، والنهاية العليا ستكون 0.94، وتقع فوقها 0.05 من المشاهدات، فمن الممكن في هذه المعطيات أن نحصل على نهاية دنيا سالبة.

يبين الشكل (11.7) التحويل اللوغاريتمي العشري للمعطيات، التي تعطي توزيعاً متناظراً مثرياً فيه  $(s=0.171, \bar{x}=0.331)$ . وتكون النهاية الدنيا في المعطيات المحولة هي  $-0.67$  الموافقة للمستوى 0.21 للشحوم الثلاثية، ويقع دون هذه القيمة 2.1% من المشاهدات. وتكون النهاية العليا 0.01 وهي توافق 1.02 ويقع فوقها 2.5% من المشاهدات فالتوافق مع المعطيات المحولة لوغاريتمياً ممتاز. أما الخطأ المعياري للنهاية المرجعية فهو  $\sqrt{3 \times (0.171)^2 / 282}$ . ويصبح بحال الثقة باحتمال 95% هما  $0.0176 \pm 1.96$  و  $0.673 - 1.96 \times 0.0176 \pm 0.011$  أو  $(-0.639, 0.707)$  و  $(-0.045, -0.023)$ . وهذا يقابل في المعطيات غير المحولة المجالين:  $(0.230, 0.196)$  و  $(1.109, 0.948)$  على الترتيب. ونحسب ذلك بأخذ التحويل المعاكس (antilog). ويمكن لحدي الثقة هذين أن يحولا إلى التوزيع الأصلي، ولا تقع هنا في الإشكالات التي صادفتنا في الفقرة (4.10) لأنه لا يوجد طرح للمتوسطات هنا.

وبسبب أن بعض المعطيات لا تحقق شروط التوزيع الطبيعي، ينصح بعض المؤلفين بالتقدير المثني مباشرة حسب الفقرة (5.4)، دون أية افتراضات تتعلق بالتوزيع. نريد الآن أن نعرف النقطة التي يوجد دوها 2.5% من القيم. نبدأ بترتيب المشاهدات ثم نحدد موقع النقطة التي يقع دوها 2.5% من هذه المشاهدات. وكمثال على ذلك، قيست كمية الشحوم الثلاثية في عينة من الأطفال حجمهما 282 طفلاً، وسوجد المئين 2.5 والمئين 97.5 كما يلي. لحساب المئين 2.5، نوجد  $i = q(n+1) = 0.025 \times (282+1) = 7.08$ ، ونوجد المئين 97.5 كما يلي. لحساب المئين 97.5، نوجد  $i = q(n+1) = 0.975 \times (282+1) = 274.925$ ، ونوجد المئين 97.5 كما يلي. تقدير المئين 2.5 كما يلي:  $0.211 = 0.21 + (0.22 - 0.21) \times (7.08 - 7)$  وبطريقة ماثلة نجد المئين 97.5 يساوي 1.039.



الجدول 6.15 : قياسات مصل التريفليريد في الدم لـ 282 طفلاً

0.15	0.29	0.34	0.36	0.41	0.46	0.52	0.56	0.64	0.60
0.16	0.30	0.34	0.38	0.41	0.46	0.52	0.56	0.64	0.60
0.20	0.30	0.34	0.38	0.41	0.46	0.52	0.56	0.65	0.62
0.20	0.30	0.34	0.39	0.42	0.46	0.52	0.57	0.66	0.62
0.20	0.30	0.34	0.39	0.42	0.47	0.52	0.57	0.66	0.62
0.20	0.30	0.34	0.39	0.42	0.47	0.52	0.58	0.66	0.62
0.21	0.30	0.34	0.39	0.42	0.47	0.52	0.58	0.66	0.63
0.22	0.30	0.35	0.39	0.42	0.47	0.53	0.58	0.66	0.64
0.24	0.30	0.35	0.40	0.42	0.47	0.54	0.58	0.67	0.64
0.25	0.30	0.35	0.40	0.44	0.48	0.54	0.59	0.67	0.64
0.26	0.31	0.35	0.40	0.44	0.48	0.54	0.59	0.68	0.66
0.26	0.31	0.35	0.40	0.44	0.48	0.54	0.59	0.70	0.67
0.26	0.32	0.35	0.40	0.44	0.48	0.54	0.59	0.70	0.68
0.27	0.32	0.36	0.40	0.44	0.48	0.54	0.60	0.70	0.68
0.27	0.32	0.36	0.40	0.44	0.48	0.55	0.60	0.70	0.68
0.27	0.32	0.36	0.40	0.44	0.48	0.55	0.60	0.72	0.69
0.26	0.32	0.36	0.40	0.44	0.48	0.55	0.60	0.72	0.69
0.28	0.32	0.36	0.40	0.44	0.48	0.55	0.60	0.74	0.69
0.28	0.32	0.36	0.40	0.45	0.48	0.55	0.60	0.75	1.01
0.28	0.32	0.36	0.40	0.45	0.48	0.55	0.60	0.75	1.02
0.28	0.33	0.36	0.40	0.45	0.48	0.55	0.60	0.75	1.02
0.28	0.33	0.36	0.40	0.45	0.49	0.55	0.61	0.76	1.04
0.25	0.33	0.37	0.40	0.45	0.49	0.56	0.62	0.78	1.06
0.26	0.33	0.37	0.40	0.45	0.49	0.56	0.62	0.78	1.11
0.29	0.33	0.37	0.41	0.46	0.50	0.56	0.63	0.76	1.20
0.29	0.33	0.37	0.41	0.46	0.50	0.56	0.64	0.78	1.28
0.29	0.33	0.36	0.41	0.46	0.50	0.56	0.64	0.78	1.64
0.29	0.33	0.36	0.41	0.46	0.50	0.56	0.64	0.78	1.66
0.29	0.34								

تعطينا هذه الطريقة تقديراً غير متحيز مهما كان التوزيع. كما أن التحويل اللوغاريتمي لهذه المعطيات يعطينا النتائج نفسها تماماً. سننظر الآن في مجال الثقة باحتمال 95%، أي مجال الثقة للكُميم  $q$  وهنا  $q$  تساوي 0.025 أو 0.975، ويقدر من المعطيات مباشرة بتطبيق التوزيع الحدائسي حسب الفقرتين (4.6) و(6.6) انظر (Conover, 1980). إن عدد المشاهدات التي تقل عن الكُميم  $q$  هو متغير حدائسي وسيطاه  $n$  و  $q$  يكون متوسطه  $nq$  وانحرافه المعياري  $\sqrt{nq(1-q)}$  لنحسب  $j$  و  $k$ .

$$j = nq - 1.96\sqrt{nq(1-q)}$$

$$k = nq + 1.96\sqrt{nq(1-q)}$$



ندور قيمتي  $r$  و  $k$  للعدد الطبيعي الذي يليه. وهكذا فإن مجال الثقة بمستوى 95% يقع بين المشاهدات ذات الرقم  $r$  والمشاهدة ذات الرقم  $k$  في المعطيات المرتبة. وفي مثال الشحوم الثلاثية لدينا من أجل النهاية الدنيا.

$$j = 282 \times 0.025 - 1.96 \sqrt{282 \times 0.025 \times 0.975}$$

$$k = 282 \times 0.025 + 1.96 \sqrt{282 \times 0.025 \times 0.975}$$

وهذا يعطي  $r = 1.9$  و  $k = 12.2$  ويدوران إلى  $r = 2$  و  $k = 13$ . والمشاهدة الثانية في معطيات الشحوم الثلاثية أي الموافقة لـ  $z = 2$  هي 0.16 والمشاهدة 13 هي 0.26. ويصبح مجال الثقة بمستوى 95% للنهاية المرجعية الدنيا هو (0.16، 0.26). ويعطي الحساب الموافق لـ  $q = 0.975$ :  $q = 270$  و  $r = 281$ .  $k = 281$ . والمشاهدة 270 هي 0.96 كما أن المشاهدات 281 هي 1.64، ويكون مجال الثقة للنهاية المرجعية العليا هو (0.96، 1.64). وهذان المجالان أوسع مما وجدناه بطريقة التوزيع الطبيعي، وبخاصة في حالة ذيلين طويلين. هذه الطريقة في تقدير المقنيات في حالة ذيلين طويلين غير دقيقة نسبياً.

## Survival data

## 6.15 معطيات البُقيا

تمثل المعطيات التي لدينا غالباً الأزمنة بدءاً من واقعة ما حتى الموت. كالزمن منذ تشخيص المرض أو بدءاً من تجربة سريرية، ولكن دراسة البُقيا لا تكون بالضرورة حول الموت. ففي الدراسات السرطانية يمكننا استخدام تحليل البُقيا لأزمة انتشار المرض أو إعادة توضع، وفي دراسة الإرضاع الطبيعي يمكننا أن ننظر إلى العمر الذي يتوقف عنده الإرضاع، أو متى نقدم للطفل أول زجاجة حليب اصطناعي، وفي دراسة معالجة عدم الإخصاب يمكننا اتخاذ الزمن من بدء المعالجة حتى الحمل كمعطيات للبُقيا. ونشر عادة للحادثة النهائية، الموت، الحمل... نقطة النهاية أو الأجل (endpoint).

والمشكلة التي نواجهها في قياسات البُقيا هي أنه لا نعلم بالضبط أزمنة البُقيا لكل أشخاص الاختبار. وسبب ذلك أن بعض المختبرين ما يزالون على قيد الحياة عند تحليل المعطيات، وعندما نُدخل "حالات" في الدراسة في أزمنة مختلفة، فإن بعض "الحالات" الحديثة



يمكن أن تبقى على قيد الحياة، وقد روقت فقط لمدة قصيرة. فآزمنة مراقبة بُقياهم يمكن أن تقل عن تلك الحالات التي قبلت مبكراً والتي حدثت لها الوفاة منذ ذلك الحين. إن طريقة إعداد منحنيات البقاء الموصوفة لاحقاً تأخذ هذا في الحسبان. إن المشاهدات التي تزيد عن قيمة معينة هي مراقبة يمينية (Right censored) أو اختصاراً "مراقبة". نحصل على معطيات مراقبة يسارية عندما لا يمكن لطريقة القياس أن تكشف أي شيء دون قيمة مقطعية ما. وتسجل المشاهدات "غير قابلة للكشف". والطرائق الرتبية في الفصل الثاني عشر مفيدة لمثل هذه المعطيات.

الجدول 7.15 : زمن البقاء بالسنوات لمرضى سرطان الثدي من بدء التشخيص

الأحياء	الوفيات
<1	<1
<1	2
1	6
1	6
4	7
5	9
6	9
8	11
10	14
10	
17	

يبين الجدول (7.15) بعض معطيات البقاء لمرضى سرطان الثدي. وقد سجلت أزمدة البقاء لعدد صحيح من السنوات، فالمرضى الذي يعيش ست سنوات وبعدها يموت، يمكن أن يسجل بأنه حي لمدة ست سنوات ثم مات في السابقة. بعد السنة الأولى من التشخيص، توفي أحد المرضى، وروقت مريضان خلال جزء فقط من هذه السنة وعاش 17 إلى السنة التالية. والمريضان اللذان روقيا خلال جزء من السنة فقدوا من المتابعة أو بشكل أدق خرجوا من الدراسة ولكن معظم هؤلاء الأفراد لا زالوا أحياء ومدى بقائهم على قيد الحياة غير معروف. ولا توجد أية معلومات عن بقاء هؤلاء بعد السنة الأولى. لأنها لم تحدث بعد. ويخشى أن يموت هؤلاء المرضى أثناء السنة ولا يمكننا القول عندما أن 1 من 20 قد ماتوا إذ يمكن أن تحدث وفيات أخرى في السنة الأولى. ويمكننا القول أن أمثال هؤلاء المرضى



يمخاطرون بنصف سنة وسطياً. وهكذا فإن عدد المرضى قيد المخاطرة في السنة الأولى 18 (17 الذين بقوا على قيد الحياة و1 الذي مات) مضافاً إليهم نصفان يرافقان أولئك الذين خرجوا من المراقبة فيكون المجموع 19. ويكون احتمال الوفاة في السنة الأولى  $1/19$  واحتمال البقاء  $1 - \frac{1}{19}$ . يمكننا حساب هذا لكل سنة حتى تصل المعطيات إلى نهايتها. وهكذا نتابع البقاء لهؤلاء المرضى، وذلك بتقدير احتمال الوفاة أو البقاء في كل سنة، كما نحسب الاحتمال التراكمي للبقاء لكل سنة. هذه القائمة من الاحتمالات تسمى جدول الحياة.

الجدول 8.15 : جدول الحياة لثقيا المصابين بسرطان الثديقات

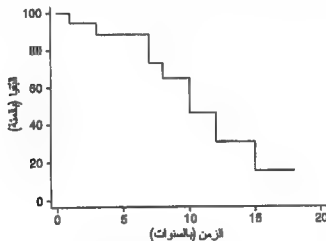
السنه	العدد في البدء	عدد المتسرين خلال العام	عدد من هم قيد للمخاطرة	الوفيات	احتمال الوفاة	احتمال البقاء من السنة $x$	الاحتمال التراكمي للبقاء من السنة $x$
$x$	$n_x$	$w_x$	$r_x$	$d_x$	$q_x$	$p_x$	$P_x$
1	20	2	18	1	0.0526	0.9474	0.9474
2	17	2	16	0	0	1	0.9474
3	15	0	15	1	0.0667	0.9333	0.8842
4	14	0	14	0	0	1	0.8842
5	14	1	13.5	0	0	1	0.8842
6	13	1	12.5	0	0	1	0.8842
7	12	1	11.5	2	0.1739	0.8261	0.7304
8	9	0	9	1	0.1111	0.8889	0.6493
9	8	1	7.5	0	0	1	0.6493
10	7	0	7	2	0.2857	0.7143	0.4638
11	5	2	4	0	0	1	0.4638
12	3	0	3	1	0.3333	0.6667	0.3092
13	2	0	2	0	0	1	0.3092
14	2	0	2	0	0	1	0.3092
15	2	0	2	1	0.5000	0.5000	0.1546
16	1	0	1	0	0	1	0.1546
17	1	0	1	0	0	1	0.1546
18	1	1	0.5	0	0	1	0.1546

$$r_x = n_x - 1/2w_x, \quad q_x = d_x/r_x, \quad p_x = 1 - q_x, \quad P_x = p_x P_{x-1}.$$

لإجراء هذا الحساب، نبدأ بافتراض أن عدد الأفراد الأحياء في بداية كل سنة  $x$ ، هو عدد الأحياء في بداية السنة  $x$ ، وعدد للمتسرين (أي الذين خرجوا من الدراسة) أثناء السنة  $w_x$ ، وعدد الأفراد قيد المخاطرة  $r_x$ ، أما عدد من مات فهو  $d_x$ . وبين الجدول (8.15) نتائج هذه الدراسة. نلاحظ أن العدد في بداية السنة الأولى كان 20، وعدد المتسرين 2 أما من هم قيد المخاطرة فهو  $20 - \frac{1}{2} \times 2 = 19$ .  $r_1 = n_1 - \frac{1}{2} w_1 = 20 - \frac{1}{2} \times 2 = 19$ . وبما أن عدد المتسرين 2 وعدد المتوفى 1 فالعدد في بداية العام الثاني هو 17، نحسب احتمال الوفاة



في كل سنة للمرضى الذين أدرِكوا بدايتها وهو  $q_x = d_x / r_x$  ويكون احتمال البقاء إلى العام التالي  $p_x = 1 - q_x$ . ثم نحسب الاحتمال التراكمي للبقاء: ففي السنة الأولى يكون الاحتمال التراكمي هو نفسه احتمال البقاء في هذه السنة أي  $P_1 = p_1$ . في السنة الثانية يكون احتمال البقاء حتى بداية السنة الثانية. يساوي جداء  $P_1$  باحتمال البقاء في هذه السنة  $p_2$  أي  $P_2 = p_2 P_1$ . وبالطريقة ذاتها نحسب احتمال البقاء لثلاث سنوات وهو  $P_3 = p_3 P_2$  وهكذا... ويمكننا تقدير معدل البقاء من جدول الحياة هذا لخمس سنوات. وهذا القياس مفيد في التكهن بالسرطان. ففي مثال سرطان الثدي يكون معدل البقاء لخمس سنوات هو 0.8842 أو 88%. ويمكننا أن نرى أن تشخيص هذا المرض جيد جداً. فإذا عرفنا ميقات الوفاة بالضبط أو التسرب (الخروج من الدراسة) لكل فرد مختبر، فعندها نتخذ  $x$  الميقات المضبوط عوضاً عن استخدام الحالات الزمنية في كل سطر من أسطر الجدول، الموافق لأزمة حدوث "الأجل" أو التسرب. وعندئذ يكون  $r_x = n_x$  وتحذف الخطوة  $r_x = n_x - \frac{1}{2} w_x$ .

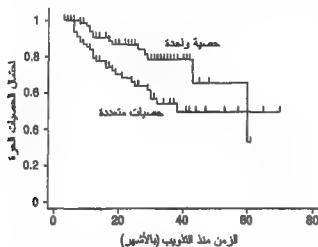


الشكل 5.15 : منحنى البقاء لمرضى سرطان الغدة الدرقية (جنب الدرقية)

ويمكننا إنشاء مرسوم (graph) الاحتمال التراكمي للبقاء أو ما يسمى بمنحني البقاء. وينشئ هذا عادة خطوة بخطوة تبعاً للتغيرات المفاجئة للاحتمال حسب الشكل (5.15). وتؤكد هذه الطريقة على التقدير الضعيف نسبياً لنهايات البقاء على طول المنحنى، حيث القيم الصغيرة للخطورة (at risk) تؤدي إلى قفزات كبيرة. وفي الحالة التي تُعرف بمواقيت



الوفاة ومواقيت التسرب بدقة، يُدعى هذا المنحني. **منحني البقيا لـ Kaplan-Meier**. يمكن تمثيل مواقيت التسرب بخطوط شاقولية صغيرة فوق منحني البقيا الشكل (6.15)، أما العدد المتبقي قيد الخطورة فيمكن أن يكتب في مجالات ملالمة تحت محور الزمن.



الشكل 6.15 : البقيا للحصيات الحرة بعد تلويب حصية واحدة، أو حصيات متعددة

ويمكن إيجاد الخطأ المعياري، وبحال الثقة لاحتمالات البقيا، انظر Armitag و Berry (1987) وهذه مفيدة لتقدير معدل البقيا لخمس سنوات. ولكنها لا تزودنا بطريقة جيدة لمقارنة منحنيات البقيا، لأنها لا تتضمن جميع المعطيات، فهي تستخدم منها فقط ما كان منذ بدء الدراسة وحتى الزمن المختار. فمنحنيات البقيا تبدأ جميعاً من البقيا 100%، ويمكن أن تتباعد، ولكنها جميعاً تنتهي أخيراً إلى الصفر. وهكذا تتوقف المقارنة على الزمن المختار. يمكن مقارنة منحنيات البقيا وفق اختبارات اعتداد مختلفة، وأفضل المعروف منها اختبار لوغاريتم الرتب (logrank). وهو اختبار غير وسيطي، ويستخدم معطيات البقيا كلها دون وضع أية افتراضات حول شكل منحني البقيا.

يبين الجدول (9.15) زمن عودة تشكل الحصيات المرارية بعد تلويبها بمعالجتها بالحمض الصفراوي أو تفتيتها. سنقارن هنا بين المجموعة التي لدى أفرادها حصية واحدة وبين المجموعة التي لدى أفرادها حصيات متعددة باستخدام لوغاريتم الرتب. وسننظر في الفقرة (9.17) فسي متغيرين: قطر الحصية وزمن الانحلال بالأشهر.



الجدول 9.15 : زمن عودة الحصى بعد تلويها، سواء كانت الحصى المراقبة السابقة

متعددة أو ذات قطر أعظمي، والأشهر التي استغرقتها قبل أن تلوي

الترتيب	القطر	العدد	عودة الشكل	الترتيب	القطر	العدد	عودة الشكل
3	No	Yes	4	10	13	No	No
3	No	No	18	3	13	No	No
3	No	Yes	5	27	13	No	No
4	No	Yes	4	4	13	Yes	Yes
5	No	No	19	20	14	No	Yes
6	No	Yes	3	10	14	No	No
6	No	Yes	4	6	14	No	No
6	No	Yes	4	20	16	Yes	Yes
6	Yes	Yes	5	8	16	Yes	Yes
6	Yes	Yes	3	18	16	No	No
6	Yes	Yes	7	9	17	No	No
6	No	No	25	9	17	No	Yes
6	No	Yes	4	6	17	No	Yes
6	Yes	Yes	10	38	17	Yes	No
6	Yes	Yes	8	15	17	No	Yes
6	No	Yes	4	13	18	Yes	No
7	Yes	Yes	4	15	18	Yes	Yes
7	No	Yes	3	7	18	No	Yes
7	Yes	Yes	10	48	19	No	No
8	Yes	Yes	14	29	19	No	Yes
8	Yes	No	18	14	19	Yes	Yes
8	Yes	Yes	6	6	20	No	No
8	No	No	15	1	20	No	No
8	No	Yes	1	12	20	No	No
8	No	Yes	5	6	21	No	Yes
9	No	Yes	2	15	21	No	Yes
9	Yes	Yes	7	6	21	No	Yes
9	No	No	19	8	22	No	No
10	Yes	Yes	14	8	22	No	No
11	No	Yes	8	12	23	No	No
11	No	No	18	15	24	No	No
11	Yes	No	5	8	24	No	Yes
11	No	Yes	3	6	24	No	No
11	Yes	Yes	5	12	24	Yes	Yes
11	No	Yes	4	6	25	No	No
11	No	Yes	4	3	25	Yes	Yes
11	No	Yes	13	18	25	No	No
11	Yes	No	7	8	26	No	No
12	Yes	Yes	5	7	26	No	Yes
12	Yes	Yes	8	12	26	Yes	No
12	No	Yes	4	6	28	No	No
12	No	Yes	4	8	28	Yes	No
12	Yes	Yes	7	19	29	No	No
12	Yes	No	7	3	29	Yes	No
12	No	Yes	5	22	29	Yes	Yes
12	Yes	No	5	1	29	No	Yes
12	No	No	6	6	30	No	Yes
12	No	No	25	4	30	No	No
13	No	Yes	5	6	30	Yes	Yes
13	No	No	13	6	30	Yes	Yes



الجدول 9.15 : تابع

التدوين			التدوين			التدوين			التدوين		
عدد عودة التشكل فرم			عدد عودة التشكل فرم			عدد عودة التشكل فرم			عدد عودة التشكل فرم		
31	No	Yes	5	6	38	No	No	10	18		
31	No	No	28	3	38	Yes	Yes	5	10		
31	No	No	7	24	38	No	No	7	4		
32	Yes	Yes	10	12	40	No	No	23	1		
32	No	Yes	5	6	41	No	No	16	2		
32	No	No	4	6	41	No	No	4	14		
32	No	No	18	10	42	No	No	15	43		
33	No	No	13	9	42	No	Yes	16	6		
34	No	No	15	8	42	No	Yes	9	11		
34	No	No	20	30	43	No	Yes	14	9		
34	No	Yes	15	8	43	Yes	No	4	17		
34	No	No	27	8	44	No	Yes	7	6		
35	No	No	6	12	44	No	Yes	10	8		
36	No	No	18	5	45	No	No	12	17		
36	No	Yes	6	16	47	No	Yes	4	3		
36	No	Yes	5	6	48	No	No	21	12		
36	No	Yes	8	17	48	No	No	9	10		
36	No	No	5	4	53	No	Yes	6	9		
37	No	Yes	5	7	60	Yes	No	15	15		
37	No	No	19	4	61	No	No	10	11		
37	No	Yes	4	4	65	No	Yes	5	3		
37	No	Yes	4	12	70	No	Yes	7	12		

يبين الجدول (6.15) زمن عودة تشكل الحصيات للأفراد الذين كانت لديهم في البدء حصية واحدة وأولئك الذين كان لديهم عدة حصيات. وتكون الفرضية الابتدائية: لا يوجد فرق في زمن عودة تشكل الحصيات، في زمن يُقياً مفتوح. أما الفرضية البديلة فهي: يوجد مثل هذا الفرق. وقد سجلت حسابات اختبار لوغارتيم الرتب في الجدول (10.15). ففي هذا الجدول نجد مقابل كل ميقات، عدد المشاهدات في كل من مجموعتي الدراسة  $n_1$  و  $n_2$ ، وعدد التكررات  $d_1$  و  $d_2$  ( $d$  ترمز للوفاة) وعدد المتسربين  $w_1$  و  $w_2$  ( $w$  ترمز للتسرب). نحسب، لكل ميقات، احتمال التكرار:  $p_d = (d_1 + d_2)/(n_1 + n_2)$  الموافق لكل فرد مختبر إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. ومنه عدد التكررات المتوقعة للمجموعتين هو على الترتيب  $e_1 = p_d \times n_1$  و  $e_2 = p_d \times n_2$ . ثم نحسب عدد من هم قيد الخطورة في الميقات التالي:  $w_1 - d_1 - n_1$  و  $w_2 - d_2 - n_2$ . ونفعل هذا لكل ميقات، ثم نضيف العمود  $d_1$  إلى  $d_2$  فنحصل على أعداد التكررات المشاهدة ونفعل الشيء ذاته في العمودين  $e_1$  و  $e_2$  للحصول على التكررات المتوقعة إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة.



الشكل 10.15 : حساب لوغاريتم رتبة الاختبار

فرس	$n_1$	$d_1$	$w_1$	$n_2$	$d_2$	$w_2$	$p_d$	$e_1$	$e_2$
3	65	0	1	79	0	2	0.000	0.000	0.000
4	64	0	0	77	0	1	0.000	0.000	0.000
5	64	0	1	76	0	0	0.000	0.000	0.000
6	63	0	1	76	5	5	0.036	2.266	2.734
7	62	0	0	66	2	1	0.016	0.989	1.031
8	62	1	1	63	2	2	0.024	1.488	1.512
9	60	0	1	59	1	1	0.006	0.504	0.496
10	59	0	0	57	1	0	0.009	0.509	0.491
11	59	2	1	56	1	5	0.026	1.539	1.461
12	56	2	2	50	3	3	0.047	2.842	2.358
13	52	0	4	44	1	1	0.010	0.542	0.458
14	48	0	2	42	0	1	0.000	0.000	0.000
16	46	0	1	41	2	0	0.023	1.087	0.943
17	45	1	1	39	0	3	0.012	0.538	0.464
18	43	1	0	36	1	1	0.026	1.089	0.911
19	42	0	1	34	1	1	0.013	0.553	0.447
20	41	0	3	32	0	0	0.000	0.000	0.000
21	38	0	0	32	0	3	0.000	0.000	0.000
22	38	0	2	29	0	0	0.000	0.000	0.000
23	36	0	1	29	0	0	0.000	0.000	0.000
24	35	0	2	29	1	1	0.016	0.547	0.453
25	33	0	2	27	1	0	0.017	0.550	0.450
26	31	1	1	26	0	1	0.018	0.544	0.456
28	29	1	1	25	0	0	0.019	0.537	0.463
29	27	1	1	25	1	1	0.038	1.038	0.962
30	25	0	1	23	2	1	0.042	1.042	0.958
31	24	0	2	20	0	1	0.000	0.000	0.000
32	22	0	2	19	1	1	0.024	0.537	0.463
33	20	0	1	17	0	0	0.000	0.000	0.000
34	19	0	3	17	0	1	0.000	0.000	0.000
35	16	0	1	16	0	0	0.000	0.000	0.000
36	15	0	2	16	0	3	0.000	0.000	0.000
37	13	0	1	13	0	3	0.000	0.000	0.000
38	12	0	2	10	1	0	0.045	0.645	0.455
40	10	0	1	9	0	0	0.000	0.000	0.000
41	9	0	2	9	0	0	0.000	0.000	0.000
42	7	0	1	9	0	3	0.000	0.000	0.000
43	6	1	0	6	0	0	0.083	0.500	0.500
44	5	0	0	4	0	2	0.000	0.000	0.000
45	5	0	1	4	0	0	0.000	0.000	0.000
47	4	0	0	4	0	1	0.000	0.000	0.000
48	4	0	2	3	0	0	0.000	0.000	0.000
53	2	0	0	3	0	1	0.000	0.000	0.000
60	2	1	0	2	0	0	0.250	0.500	0.500
61	1	0	1	2	0	0	0.000	0.000	0.000
65	0	0	0	2	0	1	0.000	0.000	0.000
70	0	0	0	1	0	1	0.000	0.000	0.000
المجموع	12			27			20.032	18.968	

$$P_b = (d_1 + d_2) / (n_1 + n_2) \quad e_1 = p_d n_1 \quad e_2 = p_d n_2$$



ويكون لدينا التكرار المشاهدان  $d_1$  و  $d_2$ ، والمتوقعان  $e_1$  و  $e_2$  ومن الواضح أن  $e_1 + e_2 = d_1 + d_2$ . ونحتاج فقط لحساب  $e_1$  كما في الجدول (10.15) ثم يحسب  $e_2$  بسهولة. تصلح هذه الطريقة في حالة مجموعتين فقط، بينما طريقة الجدول (10.15) صالحة لأي عدد من المجموعات. لنختار الفرضية التالية: إن خطورة عودة تشكل الحصيات (في أي شهر) متساو في المجتمعين. باستخدام اختبار كاي مربع. لدينا:

$$\sum \frac{(d_i - e_i)^2}{e_i} = \frac{(12 - 20.032)^2}{20.032} + \frac{(27 - 18.968)^2}{18.968} = 6.62$$

ويُوجد قيد واحد وهو مجموع التكرارين المشاهدين، يساوي مجموع التكرارين المتوقعين (يساوي المجموع الكلي للتكرارات). وبذا نخسر درجة واحدة من الحرية وهذا يعطي  $2-1=1$  درجة من الحرية، والاحتمال المقابل لهذه القيمة بحده في الجدول (3.13) وهو يساوي 0.01. تعالج بعض الكتب هذا الاختبار بشكل مختلف، وذلك باعتماد الفرضية الابتدائية التالية: نفرض  $d_1$  يتوزع توزيعاً طبيعياً بتوقع  $e_1$  وتفاوت  $e_1(e_1 + e_2)$ ، وهذا يتطابق جبرياً مع طريقة كاي - مربع، ولكن لا يصلح إلا في حالة مجموعتين فقط.

إن اختبار لوغارتيم الرتب هو اختبار غير وسيطي، لأننا لم نضع أية افتراضات تتعلق بتوزيع أزمنة البقاء، أو بأية فروق في معدلات عودة التشكل (التكرار). وهذا يتطلب أن تكون أزمنة البقاء أو التسرب مقلدة تماماً. وقد قدمت طريقة مماثلة في حالة بيانات مبهوة من قبل (Mantel, 1966) كما في الجدول (8.15).

## 7.15 التشخيص بمساعدة الحاسوب

### Computer aided diagnosis

إن المجالات المرجعية الواردة في الفقرة (5.15) هي واحدة من الطرائق الإحصائية التي تطبق مباشرة في التشخيص. أما استخدام الحاسوب في التشخيص فشيء آخر فهو من بعض الوجوه تمرين إحصائي. فلدينا شكلان من المساعدة الحاسوبية في التشخيص الشكل الأول الطرائق الإحصائية حيث ينسب التشخيص على مجموعة من المعطيات نحصل عليها من



حالات سابقة. والثاني اتخاذ القرار وفق طريقة الشجرة، وفيها نقتل طريقة تفكير الخبير الزراعي الذي يعمل في الحقل. وسنلقي نظرة موجزة على كل واحدة من هاتين الطريقتين. توجد عدة طرائق إحصائية نستخدم فيها الحاسوب في التشخيص. إحدى هذه الطرائق تستخدم التحليل المميز. وفيها نبدأ بمجموعة من المعطيات تتناول الأفراد المختبرين الذين لم يثبت تشخيصهم بعد، ثم نحسب واحداً أو أكثر من التوابع المميزة، التي لها الشكل:

$$\text{ثابت } 1 \times \text{المتغير } 1 + \text{ثابت } 2 \times \text{المتغير } 2 + \dots + \text{ثابت } n \times \text{المتغير } n$$

نحسب هذه الثوابت بحيث تكون قيم التوابع الموافقة لها مقارنة ما أمكن لعناصر المجموعة نفسها، ومختلفة ما أمكن عن عناصر المجموعات الأخرى. في حالة مجموعتين، لدينا تابع مميز واحد تكون قيم التابع له الموافقة للأفراد المختبرين في إحدى المجموعتين عالية بينما قيم التابع الموافقة للمختبرين في الأخرى منخفضة. فنحسب لكل مختبر جديد قيمة التابع المميز ونستخدم هذا الحساب في فرز المختبر إما إلى مجموعة التشخيص أو إلى المجموعة الأخرى. ويمكننا تقدير احتمال وقوع "المختبر في تلك المجموعة أو في الأخرى، إن كثيراً من أشكال التحليل المميز قد طورت لتحسين هذا الشكل من التشخيص الحاسوبي، ولكن لا يبدو أن لها فائدة كبيرة. كما يمكن استخدام طريقة الانكفاء النظري الوارد في الفقرة (8.17).

ثمة طريقة أخرى نستعمل التحليل البايزي (Bayesian)، وهو يعتمد على نظرية بايز (Bayes) التي تعطي احتمال أن يكون تشخيص ما  $A$  صحيحاً إذا تحققت المعطيات  $B$  ونكتب هذا بالشكل:

$$\text{احتمال (تشخيص } A \text{ بشرط تحقق للمعطيات } B) = \frac{\text{احتمال (تحقق المعطيات } B \text{ بشرط تشخيص } A) \times \text{احتمال (تشخيص } A)}{\text{احتمال (تحقق المعطيات } B)}$$

إذا كانت لدينا مجموعة واسعة من المعطيات التي تشخص أمراضاً معروفة، والأعراض والعلامات المرافقة لها. فيمكننا حساب احتمال تشخيص  $A$  بسهولة. وهو ببساطة نسبة المرات التي تشيتم فيها تشخيص  $A$  بشكل صحيح. إن مسألة إيجاد احتمال مجموعة خاصة من الأعراض والعلامات هي أكثر صعوبة. فإذا كانت جميعها مستقلة، فيمكننا القول إن احتمال ظهور عرض ما هو نسبة مرات حدوثه، واحتمال ظهور عرض ما لكل تشخيص يمكن



إيجاده بالطريقة ذاتها. أما احتمال أية مجموعة من الأعراض فيمكن إيجاده بضرب احتمالاتها معاً. وكما أوضحنا في الفقرة (2.6) فإن افتراض استقلال الأعراض والعلامات، قليل المصادفة من الناحية العملية، ويتطلب بالتالي دراسة معقدة للتعامل معها. من جهة ثانية فإن بعض النظم الحاسوبية المستخدمة في التشخيص قد أعدت لتعمل بكفاءة وبطريقة بسيطة.

أما النظم المبنية على الخبرة والمعرفة فتعمل بطريقة أخرى، فمعرفة الخبير هنا، أو مجموعة الخبراء، في حقل ما ترشده إلى سلسلة من قواعد اتخاذ القرار. فعلى سبيل المثال إذا كان للمريض كسور مثوية متقدمة في الأضلاع فهو كحولي، وإذا لم يكن له ذلك فليس كحولي. هذه النظم يمكن أن تعدل باستشارة خبراء آخرين لاختبار هذا النظام من خبراتهم الشخصية، واقتراح قواعد أخرى لاتخاذ القرار إذا فشل البرنامج. كما أنها تتميز بأن البرنامج يمكن أن يشرح السبب في اتخاذ القرار وذلك بجدولة سلسلة الخطوات التي تقود إليه. ويتكون معظم الفصل الرابع عشر من قواعد من هذا النموذج، بحيث يمكن العودة إلى نظام الخبرة في التحليل الإحصائي.

وبالرغم من وجود بعض الإنجازات المهمة في حقل التشخيص الحاسوبي، فهي إلى الآن لم تلق إلا قبولاً ضعيفاً في التدريب الطبي الروتيني. وبما أن الحواسيب أصبحت مألوفة أكثر للأطباء السريريين، وشائعة أكثر بين الجراحين، كما أضحت أقوى بما تملكه من المعطيات المخزونة، فإننا نتوقع استخداماً للحاسوب في التشخيص لا يقل عن استخدامه اليوم في التحليل الإحصائي.

### M15 أسئلة الاختيار من متعدد من 81 إلى 86

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

81. يمكن قياس دقة القياسات أو قابليتها للإعادة بـ

أ - معامل التغير للقياسات المتكررة

ب - الانحراف المعياري للقياسات بين الأشخاص المختبرين

ج - الانحراف المعياري للفرق بين أزواج القياسات

د - الانحراف المعياري للقياسات المتعددة فيما بين المختبرين



هـ - الفرق بين متوسطي مجموعتين من القياسات على مجموعة المختبرين نفسها

82. نوعية اختبار مرض ما

أ - لها خطأ معياري يستنتج من التوزيع الحدائسي

ب - تقيس مقدار جودة اختبار الكشف عن حالات المرض

ج - تقيس مقدار جودة الاختبار الذي يعيد المختبرين غير المرضى

د - يقيس غالباً مقدار صحة التشخيص الذي يعطيه الاختبار

هـ - هو كل ما نحتاج إليه ليختبرنا عن مقدار جودة الاختبار

83. إن مستوى قياس حمرة ما في الدم يستخدم كاختبار لتشخيص مرض ما، فالاختبار

يكون موجباً إذا كان تركيز الحمرة فوق قيمة حرجة ما. إن حساسية اختبار التشخيص:

أ - تساوي 1 مطروحاً منه النوعية

ب - هي قياس مقدار جودة الاختبار الكاشف لحالات المرض

ج - هي نسبة المرضى الذين يكون الاختبار من أجلهم موجباً

د - تزداد إذا انخفضت القيمة الحرجة

هـ - تقيس مقدار صحة استبعاد الأشخاص غير المرضى

84. المجال المرجعي بمستوى 95% أو المجال الطبيعي بمستوى 95%.

أ - يمكن أن يحسب بانحرافين معيارين على طرفي المتوسط

ب - يمكن أن يحسب مباشرة من التوزيع التكراري

ج - يمكن أن يحسب فقط إذا كانت المشاهدات تتبع التوزيع الطبيعي

د - يصبح أعرض كلما ازداد حجم العينة

هـ - يمكن أن يحسب من المتوسط والخطأ المعياري له

85. إذا كان المجال المرجعي لـ الهيماتوكريت (haematocrit) بمستوى 95% عند الرجال هو

من 43.2 إلى 49.2.

أ - كل شخص مقدار الـ الهيماتوكريت (haematocrit) عنده خارج هذا المجال، هو

غير طبيعي



ب - إذا كان مقدار الـ الهيماتوكريت (haematocrit) خارج هذين الحدين، فهذا

يعني وجود مرض

ج - إذا كان مقدار الـ الهيماتوكريت (haematocrit) عند شخص ما 46 فيجب أن يكون بصحة جيدة.

د - المرأة التي عندها الـ الهيماتوكريت (haematocrit) 48 فإن الـ الهيماتوكريت (haematocrit) في الحدود الطبيعية

هـ - الرجل الذي عنده الـ الهيماتوكريت (haematocrit) 42 يمكن أن يكون مريضاً

86. عندما يعين منحني البقاء من أزمنة بُقيا المتسربين

أ - تقدير نسبة البقاء على قيد الحياة تصبح أقل ثقة كلما ازداد زمن البقاء

ب - المتسربون خلال الفترة الزمنية الأولى يستبعدون من الدراسة

ج - يعتمد تقدير البقاء على افتراض أن معدل البقاء يبقى ثابتاً خلال مدة الدراسة

د - يمكن لمنحني البقاء ألا يصل إلى الصفر

هـ - إن معدل البقاء لخمس سنوات يمكن أن يحسب حتى إذا كان بعض المختبرين

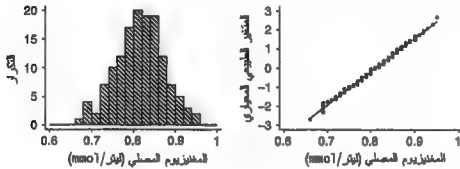
أقل مماثلة لما كانوا قبل خمس سنوات

### E 15 تمرين: المجال المرجعي

سنقدر في هذا التمرين أحد المجالات المرجعية. فقد قاس (Mather ورفاقه 1979) المغنيزيوم المصلي لدى 140 شخصاً يبدون طبيعيين في الظاهر، لمقارنتهم مع عينة من السكرين. فقد اختبرت العينة الطبيعية من ذوي الدم المغطى، ومن الملازمين لمراكز المسنين النهارية في ساحة مشفى (St.George) وكانوا 10 من الذكور و10 من الإناث في كل عقد من العمر (عشر سنوات) بدءاً من الفئة (15-24) وحتى الفئة 75 فما فوق. وقد استخدمت استبانات لهذا الغرض استبعد منها من يعانون من الإسهالات المتواصلة والمفرط في تعاطي الكحول ومن يتناول العقاقير بانتظام ماعدا المسكنات الخفيفة والأدوية المنومة للمسنين. وبين الشكل (7.15) توزيع المغنيزيوم المصلي، وفيه المتوسط  $0.810 \text{ mmol/litre}$  والانحراف المعياري  $0.057 \text{ mmol/litre}$ .



1. ما هي طريقة الاعتيان التي تفكر في تطبيقها؟ لماذا استخدم المختبرون من ذوي الدم المعطى ومن المسنين في مراكز الرعاية النهارية؟
2. لماذا استبعد بعض الأفراد من الدراسة؟ هل كانت هذه فكرة صائبة؟ لماذا سُمح بأدوية معينة للمسنين؟
3. هل يبدو أن المغنيزيوم المصلي يتبع التوزيع الطبيعي؟



الشكل 7.15 : توزيع المغنيزيوم المصلي في 140 شخصاً يندون في الظاهر طبيعيين

4. ما هو المجال المرجعي للمغنيزيوم المصلي، باستخدام طريقة التوزيع الطبيعي؟
5. أوجد مجالات الثقة لحدي المجال المرجعي
6. هل ثمة مشكلة إذا ازداد متوسط المغنيزيوم المصلي في الأشخاص الطبيعيين مع العمر؟ ما هي الطريقة التي يمكن تطبيقها في هذه الحالة لتحسين تقدير المجال المرجعي؟



## إحصاء الوفيات والبنية السكانية

### Mortality statistics and population structure

---

#### Mortality rates

#### 1.16 معدل الوفيات

إن إحصاء الوفيات هو أحد مصادرنا الرئيسية التي تزودنا بمعلومات حول تغير نمط الأمراض والأوبئة في البلد الواحد، وحول الاختلافات فيما بين الأمراض في البلدان المتعددة. إن حدوث أي وفاة في معظم البلدان المتطورة موثق من قبل الطبيب الذي عليه أن يسجل سبب وتاريخ ومكان الوفاة ومعلومات أخرى عن المتوفى. في بريطانيا على سبيل المثال، هذه المعلومات يجب أن تتضمن تاريخ الميلاد ومكان السكن وآخر عمل معروف للمتوفى. يقوم مكتب التخطيط الوطني بجمع كافة المعلومات السابقة والتي تشكل المادة الأولية في إحصاء الوفيات، ويسمى هذا المكتب في بريطانيا بمكتب المسح والتخطيط السكاني. وبعد ذلك يمكن أن نصف عدد الوفيات في جداول حسب سبب الوفاة والجنس والعمر ونوع العمل ومنطقة السكن والوضع العائلي. يبين الجدول (1.5) مثلاً عن هذه الجدولة وذلك حسب الجنس وسبب الوفاة.

ومن أجل سهولة وصحة للمقارنة يجب أن ننسب عدد الوفيات إلى عدد سكان المنطقة التي حصلت بها تلك الوفيات، ويتوفر لدينا معلومات دقيقة وذات موثوقية عالية حصلنا عليها من المكتب الوطني للمسح السكاني بمعدل مرة واحدة كل عشرة سنوات. يمكن



أن تقدر حجم وعمر ونوع جنس السكان فيما بين المناطق وذلك باستخدام سجلات المواليد والوفيات، حيث أن كل ولادة أو وفاة يجب أن تسجل لدى كاتب معتمد وبذلك يمكن أن نتبع تغيرات السكان. هناك بعض التغيرات التي تطرأ على عدد السكان بسبب الهجرة إلى داخل وخارج البلد، وإن إحصاء هذه الهجرة غير دقيق بشكل يجعل إحصائية المسح السكاني المقدمة من المكتب الوطني للإحصاء والتخطيط تقريبية. وهناك أيضاً بعض الإحصائيات لا تملك موثوقية عالية مثل عدد الوفيات بسبب العمل حيث أن تسجيلها لا يتم إلا لسنوات المسح.

إذا أخذنا عدد الوفيات خلال فترة محددة من الزمن وقسمناه على عدد السكان وعلى الفترة الزمنية فإننا نحصل على معدل الوفيات وعلى عدد الوفيات في وحدة الزمن لكل شخص. عادةً نأخذ عدد الوفيات خلال عام كامل، ولكن عندما يكون هذا العدد قليلاً فإننا نأخذ عدد الوفيات خلال عدة سنوات وذلك من أجل الزيادة في دقة بسط العملية الحسابية. وبما أن عدد السكان يتغير باستمرار فإننا نضع في مقام العملية الحسابية عدد السكان المقدر في منتصف الفترة الزمنية المدروسة. تكون الأرقام التي تعبر عن معدل الوفيات عادةً صغيرة جداً، لذلك نضربها عادةً بثابت مثل 1 000 أو 100 000 لكي نتخلص من سلسلة أصفار بعد الفاصلة العشرية.

عندما نحسب معدل الوفيات لكامل عدد السكان بغض النظر عن العمر فإننا نحصل على ما يسمى "معدل الوفيات الخام" crude mortality rate أو "معدل الموت الخام" death rate crude ويستعمل هذين التعبيرين بالتبادل. ونحسب معدل الوفيات الخام لسكان بلد ما بالشكل التالي:

$$1000 \times \frac{\text{الوفيات خلال فترة زمنية محددة}}{\text{عدد السكان للمقدر في منتصف هذه الفترة}} \times \text{الزمنية} \times \text{طول هذه الفترة الزمنية}$$

إذا كانت الفترة الزمنية مقدرة بالسنوات فإن العلاقة السابقة تعطي معدل الوفيات الخام كعدد الوفيات في السنة لكل 1 000 شخص.



لقد دعونا معدل الوفيات الخام كذلك (خام) لأنه لم يأخذ توزيع عمر السكان بعين الاعتبار، حيث تتم المقارنة بين فئات من السكان بأعمار مختلفة. فعلى سبيل المثال، في عام 1901 كان معدل الوفيات الخام للبالغين (فوق 15 سنة من العمر) الذكور في إنكلترا وويلز هو 15.7 في السنة لكل 1000 شخص، وكان في عام 1981 هو 15.6 في السنة لكل 1000 شخص. بالطبع تبدو هذه النتيجة غريبة حيث أنه مع التطورات التي طرأت على الطب والسكن والتغذية بين الفترتين الزمنيةتين المدروستين، لم يلاحظ إلا تحسن طفيف على معدل الوفيات الخام. ولكي نرى لماذا يجب علينا أن ننظر إلى معدل الوفيات لعمر محدد أي معدل الوفيات ضمن فئات ضيقة من العمر. حيث أن معدل الوفيات لعمر محدد يحسب عادة ضمن فئات لسنة واحدة أو خمسة سنوات أو عشرة سنوات. في عام 1901 كان معدل الوفيات المحدد للرجال بعمر من 15 إلى 19 سنة هو 3.5 وفاة في السنة لكل 1000 شخص، لكنه كان 0.8 لعام 1981. وكما يبين الجدول (1.16) فإن معدل الوفيات لعام 1901 هو أكبر منه لعام 1981 وذلك في جميع فئات الأعمار. وعلاوة على ذلك، في عام 1901 كان عدد الأشخاص في فئات الشباب ذات المعدل المنخفض للوفيات أكبر منه لعام 1981. بالمقابل فقد كان عدد الأشخاص في فئات الرجال المسنين ذات المعدل المرتفع للوفيات في عام 1901 أصغر منه لعام 1981. وعلى الرغم من أن معدل الوفيات في عام 1981 هو أصغر منه لعام 1901 في كافة فئات الأعمار لكن عدد المسنين الكبير في عام 1981 جعل عدد الوفيات للعامين 1901 و1981 متساوية تقريباً.

لحذف التأثيرات الناشئة عن بُنى عمرية مختلفة في المجتمعات التي نريد مقارنتها، يمكننا النظر في معدلات الوفاة في عمر معين. لكن هذه الطريقة قد تصبح صعبة ومتعبة إذا أردنا أن نقارن عدة مجتمعات، وقد يكون من الأسهل أن نستخدم رقماً واحداً لكل من هذه المجتمعات محسوباً من معدلات عمر معين. ويوجد العديد من الطرق لتحقيق ذلك، ومن هذه الطرق يوجد ثلاثة هي الأكثر استخداماً وهي: الطريقة للباشرة والطريقة غير المباشرة في تعيير الأعمار (جعل العمر معيارياً أو قياسياً) وطريقة جدول الحياة.



الجدول 1.16 : معدل الوفيات المحدد حسب فئات الأعمار وتوزيع السكان الذكور البالغين لعامي 1901 و 1981 في إنكلترا وويلز

فئات الأعمار (سنة)	معدل الوفاة في السنة لكل 1000 شخص		نسبة (%) البالغين من السكان في فئة العمر المحددة	
	1901	1981	1901	1981
19-15	3.5	0.8	15.36	11.09
24-20	4.7	0.8	14.07	9.75
34-25	6.2	0.9	23.76	18.81
44-35	10.6	1.8	18.46	15.99
54-45	18.0	6.1	13.34	14.75
64-55	33.5	17.7	8.68	14.04
74-65	67.8	45.6	4.57	10.65
84-75	139.8	105.2	1.58	4.28
+85	276.5	226.2	0.17	0.64

## 2.16 حساب العمر القياسي باستخدام الطريقة المباشرة

### Age standardization using the direct method

سنصف أولاً الطريقة المباشرة. نتخذ لذلك بنية لمجتمع قياسي ما أي توزيعاً لنسب السكان فيه وفق فئات عمرية معينة ثم نحسب معدل الوفاة الكلي للمجتمع الملاحظ بعد تعديل معدلات الوفاة له، وفقاً للمجتمع القياسي المفروض. لتتخذ المجتمع السكاني لعام 1901 كمجتمع قياسي ولنحسب معدل الوفاة لمجتمع 1981 إذا كان توزيع فئات الأعمار له هو نفسه كما في مجتمع 1901. ثم نحسب ذلك بضرب معدل الوفاة في كل فئة عمرية، بنسبة السكان في الفئة العمرية نفسها في المجتمع القياسي 1901 ثم نجمع النتائج. وهذا يعطينا المعدل الوسطي للوفاة للمجتمع بأكمله، وهذا ما ندعوه معدل الوفاة للعمر المعبر. فعلى سبيل المثال، إن معدل الوفاة لعام 1981 للفئة العمرية 15-19 هي 0.8 بالألف وتعطى النسبة في المجتمع القياسي لهذه الفئة العمرية بـ 15.36% أو 0.1536. وعندها تعطى مساهمة هذه الفئة العمرية بـ  $0.1229 = 0.8 \times 0.1536$  وبين الجدول (2.16) كافة الحسابات التابعة لهذا المثال.

إذا استخدمنا في هذه الحسابات نسب السكان الخاصة بفئات العمر التابعة للعام المدروس (1981) فإننا سوف نحصل على معدل الوفيات الختام. بما أننا اخترنا عام 1901 كمجتمع



قياسي فإن معدل الوفيات الخام لهذا العام 15.7 هو نفسه معدل وفيات العمر القياسي. إن معدل وفيات العمر القياسي لعام 1981 هو 7.3 في السنة لكل 1000 شخص. نلاحظ أن معدل وفيات العمر القياسي لعام 1901 هو أكبر بكثير منه لعام 1981 وهذا يعكس الفروق في معدلات الوفيات الخاصة بفئات العمر المحددة.

الجدول 2.16 : حساب معدل وفيات العمر القياسي باستخدام الطريقة المباشرة

فئة العمر (سنة)	عدد النفقات من المجموع العام في التوزيع القياسي (a)	معدل الوفيات في السنة لكل 1000 شخص في التوزيع للدروس (b)	(a) × (b)
19-15	0.1536	0.8	0.1229
24-20	0.1407	0.8	0.1126
34-25	0.2376	0.9	0.2138
44-35	0.1846	1.8	0.3323
54-45	0.1334	6.1	0.8137
64-55	0.0868	17.7	1.5364
74-65	0.0457	45.6	2.0839
84-75	0.0158	105.2	1.6622
+85	0.0017	226.2	0.3845
المجموع			7.2623

### 3.16 حساب العمر القياسي باستخدام الطريقة غير المباشرة

#### Age standardization by the indirect method

إن الطريقة المباشرة تعتمد على معدل الوفيات فئات العمر المحددة التابعة للسكان أو للشعب المدروس. ولكن إذا كان عدد الوفيات قليلاً جداً فإن حساب معدل الوفيات لفئات العمر سوف يكون غير مجد، ويحدث هذا عادة في دراسة فئات العمر التابعة للشباب الصغار لدرجة أننا لا نلاحظ وفيات على الإطلاق. ونلاحظ هذه الحالة عند دراسة الوفيات التي تحدث نتيجة لأسباب معينة، أو في فئات صغيرة من العمر، مثل الوفيات التي تحدث بسبب العمل. وتستخدم الطريقة غير المباشرة للمقارنة في مثل هذه المعطيات. نحسب أولاً عدد الوفيات التي نتوقع حدوثها في المجتمع المراقب، إذا علمت معدلات وفيات فئات الأعمار في



المجتمع القياسي. وبعدها نقارن عدد الوفيات المتوقع (المحسوب آنفاً) مع عدد الوفيات الذي يحدث فعلياً.

سوف نأخذ كمثال على ذلك عدد الوفيات الحاصلة بسبب تشمع الكبد عند الأطباء الذكور في إنكلترا وويلز، والتي تم إحصاؤها في عام 1971. لقد وجد أن هناك 14 وفاة من بين 43570 طبيباً أعمارهم أقل من 65 سنة، أي بمعدل وفيات خام قدره  $14/43570 = 321$  وفاة لكل مليون طبيب، بالمقارنة مع 1423 من أصل 15247980 من البالغين الذكور (العمر 15-64 سنة) أو 93 وفاة لكل مليون. إن معدل الوفيات بين الأطباء يبدو مرتفعاً، لكن معدل الأعمار عند الأطباء يمكن أن يكون أعلى منه عند الذكور من عامة الناس، حيث أن عدد الأطباء الذين أعمارهم أقل من 25 سنة هو قليل جداً. كذلك فإن عدد الوفيات الحقيقي بين الأطباء هو قليل، وكل اختلاف لا يفسر عن طريق تأثير العمر يمكن أن يرد إلى المصادفة، والطريقة غير المباشرة يمكننا من اختبار ذلك. الجدول (3.16) يبين معدل وفيات الفئة العمرية بسبب مرض تشمع الكبد بين الرجال كافة الذين تنحصر أعمارهم بين 15 و 65 سنة، كما يبين هذا الجدول عدد الرجال في فئات الأعمار المحددة بعشرة سنوات للرجال بشكل عام وللأطباء. ويمكننا أن نلاحظ الفرق بين توزيعي الأعمار هذين.

الجدول 3.16 : معدلات الوفيات لمرض معين نتيجة لتشمع الكبد وتوزع العمر للرجال والأطباء في بريطانيا وويلز (1971)

فئة العمر (سنوات)	الوفيات في مليون رجل في العام	عدد الرجال	عدد الأطباء
15-24	6.889	3 684 320	1 080
25-34	13.060	3 066 100	12 880
35-44	46.937	2 876 170	11 510
45-54	161.503	2 965 880	10 330
55-64	271.358	2 756 510	7 790

إن حساب العدد المتوقع للوفيات هنا شبيه بالطريقة المباشرة. ولكن باستخدام مجتمعات إحصائية ومعدلات مختلفة. لكل فئة من فئات العمر، نأخذ العدد في المجتمع المراقب، ونضربه بمعدل الوفاة للعمر القياسي، وهذا يعطي احتمال الوفاة إذا كانت الوفيات في المجتمع المراقب هي نفسها في المجتمع القياسي. وهذا يعطينا عدد الوفيات الذي نتوقعه في هذه الفئة العمرية



في المجتمع المراقب. بعد ذلك يتم جمع هذه الأرقام لجميع فئات العمر، للحصول على عدد الوفيات المتوقع. هذه الحسابات مبينة في الجدول (4.16).

الجدول 4.16 : حساب العدد المتوقع للوفيات نتيجة لتشع الكبد عند الأطباء باستخدام الطريقة غير المباشرة

فئة العمر (سنوات)	الوفيات للمراقبة بمعدل 1000 (a)	المجموع المراقب عدد الأطباء (b)	a x b
15-24	0.000 005 889	1 080	0.006 3
25-34	0.000 013 080	12 880	0.167 8
35-44	0.000 046 987	11 510	0.540 2
45-54	0.000 161 503	10 330	1.668 3
55-64	0.000 271 358	7 790	2.113 9
المجموع			4.496 5

يعطى العدد المتوقع للوفيات بـ 4.4965 وهو أقل بكثير من القيمة المراقبة 14. وعادة ما يتم تمثيل النتيجة على أنها النسبة بين الوفيات المتوقعة والوفيات المراقبة. وهذا ما يسمى **معدل الوفيات القياسي SMR (standardized mortality ratio)** لحالات تشع الكبد بين الأطباء هي:

$$SMR = \frac{14}{4.4965} = 3.11$$

وعادة ما يتم ضرب قيمة SMR بـ 100 لتنتخلص من الفاصلة وبذلك فإننا نعطي SMR على أنها 311. إذا لم نجر أي تعديل على العمر أبداً، يكون معدل الوفاة الخام 3.44، مقارنة مع القيمة التي حصلنا عليها بعد تعديل العمر والتي هي 3.11 وبذلك فإن التعديل في العمر قد سبب فرقاً طفيفاً في هذه الحالة.

يمكننا حساب مجال الثقة بالنسبة لـ SMR بشكل سهل وبسيط وسوف نرسم إلى الوفيات المراقبة بـ 0 والوفيات للتوقعة بـ E. ويمكننا اعتبار أن حالات الوفيات مستقلة عن بعضها وإلها تحصل بشكل عشوائي مع الزمن علماً أن لعدد الوفيات المراقبة توزيع بواسونسي. يعطى الانحراف القياسي لتوزيع بواسون بالجلر التربيعي للمتوسط. وبالتالي يمكن تقدير الانحراف القياسي بالجلر التربيعي لعدد الوفيات المراقبة  $\sqrt{O}$ . ويمكننا حساب العدد المتوقع للوفيات من عينة كبيرة جداً ويتم تقديره بشكل جيد ويمكن التعامل معه على



أساس أنه ثابت. وبذلك فإن الانحراف القياسي للمقدار  $O/E \times 100$  وهو الخطأ القياسي لـ SMR يقدر بـ  $\sqrt{O}/E \times 100$ . إذا كان عدد الوفيات كبيراً بما فيه الكفاية (أكثر من 10) فيمكننا تحديد 95 % مجال ثقة على الشكل التالي:

$$100 \times \frac{O}{E} - 1.96 \times 100 \times \frac{\sqrt{O}}{E} \text{ إلى } 100 \times \frac{O}{E} + 1.96 \times 100 \times \frac{\sqrt{14}}{4.4965}$$

أما إذا كانت التكرارات المشاهدة صغيرة فإنه يوجد جداول مبنية على أساس قيم احتمالية دقيقة لتوزيع بواسون (بيرسون وهارتلي 1970). بالنسبة لمعطيات تشمع الكبد فإن المعادلة السابقة تكتب بالشكل التالي:

$$\begin{aligned} 311 - 1.96 \times 100 \times \frac{\sqrt{14}}{4.4965} & \text{ إلى } 311 + 1.96 \times 100 \times \frac{\sqrt{14}}{4.4965} \\ = 311 - 163 & \text{ إلى } 311 + 163 \\ = 148 & \text{ إلى } 474 \end{aligned}$$

من الواضح جداً هنا أن مجال الثقة يتجاوز المقدار 100 بحيث لا يمكننا أن ننسب الوفيات العالية إلى المصادفة.

يمكننا أيضاً اختبار الفرضية الابتدائية بأن  $SAR = 100$  في المجتمع الإحصائي. فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة وكان  $O$  يتوزع توزيعاً بواسونياً، متوسط  $E$  فإن الانحراف القياسي له  $\sqrt{E}$  فإذا كان حجم العينة كبيراً بشكل كافٍ أي ( $E > 10$ ). فإن  $(O - E)/\sqrt{E}$  يتوزع توزيعاً طبيعياً كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. إن حجم عينة الأطباء صغير جداً لبناء الاختبار واعتماد نتائجه، ولكن إذا كان هذا محققاً فإننا نحصل على  $(O - E)/\sqrt{E} = (14 - 4.4965)/\sqrt{4.4965} = 4.48$ ،  $P = 0.0001$ . إن هذه الأعداد ليست سيئة بالنسبة للأطباء الممارسين. إن قيمة SMR لكل من سرطان الرغامى والقصبات والرئة عند الأطباء هي 32 فقط. فمن الممكن أن يتناول الأطباء المشروبات الروحية ولكنهم لا يدخنون.



هناك طرق تقريبية أفضل وطرق دقيقة لحساب مجال الثقة موضحة من قبل موريس وغاردنر (1989) وبرسلو ووادي (1987).

## 4.16 جداول الحياة الإحصائية السكانية

### Demographic life tables

في فقرات سابقة تم مناقشة استخدام تقنية جداول الحياة من أجل تحليل معطيات البقيا السيرية الفقرة (6.15). تم إيجاد جدول الحياة بمتابعة بقيا مجموعة من الحالات من نقطة معينة وحتى الوفاة. في الدراسات الإحصائية للسكان (Demographic) يمكننا بناء جداول الحياة بطرق مختلفة. فبدلاً من متابعة الفئة منذ الولادة وحتى الوفاة، فإننا نبدأ بمعدلات الوفيات النوعية لفئة عمر ما. وعند ذلك يتم حساب ماذا سوف يحدث لفئة من الأشخاص منذ الولادة إذا طبقت معدلات الوفيات النوعية للعمر هذه بدون أي تغيير خلال حياتهم. سوف نرمز إلى احتمال الوفاة بين العمرين  $x$  و  $x + 1$  سنة بـ  $q_x$  (معدل الوفيات النوعي للعمر في العمر  $x$ ) وكما في الجدول (8.15) فإن احتمال البقيا من عمر  $x$  إلى  $x + 1$  هو  $p_x = 1 - q_x$ . لنفترض أن لدينا أترابية من الأشخاص بحجم  $l_0$  عند العمر 0 أي عند الولادة. غالباً ما تكون قيمة  $l_0$  (100.000) أو (10.000). وليكن عدد الأشخاص الذين سوف يقون على قيد الحياة بعد  $x$  من السنين هو  $l_x$  وبذلك نرى أن عدد الأشخاص الذين يقون على قيد الحياة بعد  $x + 1$  سنة هو  $l_{x+1} = p_x \times l_x$  وبمعرفة كل قيم  $p_x$  من  $x = 0$  وما بعدها فإنه يمكننا حساب  $l_x$ . ويكون احتمال البقيا التراكمي حتى العمر  $x$  هو  $P_x = l_x / l_0$ .

الجدول (5.16) مستخلص من جدول الحياة رقم 11/ لعام (1950-52) في بريطانيا وويلز. ماعدا 1941، حيث يتم إنتاج جداول الحياة المذكورة هنا كل عشرة سنوات منذ عام 1871، وذلك اعتماداً على السنوات الإحصائية العشرية. يتم اعتماد جداول الحياة على السنة الإحصائية لأنه يمكننا فقط أن نحصل على مقياس جيد لعدد الأشخاص في كل عمر. وهو المقام في حساب  $q_x$ . تمت إضافة فترة ثلاث سنوات للدراسة لزيادة عدد الوفيات لفئة عمر واحدة وبذلك تم تحسين تقدير القيمة  $q_x$ . ثم تم فصل الجدول إلى جدولين واحد للذكور وواحد للإناث وذلك لأن وفيات هذين الجنسين مختلفة كثيراً فيما بينها. إن معدلات



الوفيات النوعية للعمر هي أعلى عند الذكور منها عند الإناث لكل فئة عمر. يتم متابعة إنتاج جداول الحياة بين السنوات الإحصائية ويتم نشرها بأشكال مختصرة تعطي  $I_x$  بفترات زمنية مقدارها 5 سنوات وبعد عمر الخمس سنوات فقط جدول (6.16).

الجدول 5.16 : مستخلص من جدول الحياة البريطاني رقم  
11/ (52 - 1950)، للذكور

العمر بالسنة	العدد المتوقع للأحياء عند عمر $x$	احتمال وفاة فرد بين الأعمار $x$ و $x + 1$	الحياة المتوقعة عند عمر $x$ سنة
$x$	$l_x$	$q_x$	$e_x$
0	100 000	0.032 66	66.42
1	96 734	0.002 41	67.66
2	96 501	0.001 41	66.82
3	96 395	0.001 02	65.91
4	96 267	0.000 84	64.98
.	.	.	.
.	.	.	.
100	28	0.440 46	1.67
101	13	0.450 72	1.62
102	7	0.460 11	1.58
103	4	0.468 64	1.53
104	2	0.478 38	1.50

العمود الأخير في الجدول (5.16) و(6.16) هو الحياة المتوقعة أو توقع الحياة  $e_x$ . وهو معدل الحياة الذي سوف يعيشه هؤلاء الأشخاص الذين وصلوا إلى عمر  $x$ . ثم حساب هذه الكمية في فقرات سابقة على أنها القيمة المتوقعة لتوزع احتمال سنة الوفاة الفقرة (E6). يمكننا إجراء نفس العملية الحسابية بطرق أخرى، فعلى سبيل المثال، عند جمع  $l_{x+1}$  مع  $l_{x+2}$  مع  $l_{x+3}$  إلخ... سوف نحصل على عدد السنوات الكلي للحياة. لأن  $l_{x+1}$  والذي استمر بالبقاء حتى  $x + 1$  سوف يضيف  $l_{x+1}$  من السنوات إلى المجموع و  $l_{x+2}$  من هؤلاء الذين استمروا بالبقاء من  $x + 1$  إلى  $x + 2$  سيضيفون  $l_{x+2}$  سنة أخرى وهكذا. عندما نقسم هذا المجموع على  $l_x$  فإننا نحصل على العدد المتوسط لجميع سنوات الحياة. وإذا تذكرنا أن الأشخاص لا يموتون في أيام ميلادهم وإنما يموتون بشكل مبعثر على مدار العام، فإنه يمكننا إضافة نصف أخذين في الحساب نصف سنة حياة في عام الوفاة وبذلك نحصل على:



$$e_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{l_x} \sum_{t=x+1}^{\infty} l_t$$

بما معناه، جمع  $l_t$  منذ العمر  $x+1$  وحتى نهاية جدول الحياة.

الجدول 6.16 : جدول الحياة المختصر (1988-90)

لبريطانيا وويلز

العمر x	الذكور		الإناث	
	$l_x$	$e_x$	$l_x$	$e_x$
0	10000	73.0	10000	78.5
1	9904	72.7	9928	78.0
2	9898	71.7	9922	77.1
3	9883	70.8	9919	76.1
4	9890	69.8	9916	75.1
5	9888	68.8	9914	74.2
10	9877	63.9	9907	69.2
15	9866	58.9	9899	64.3
20	9832	54.1	9885	59.4
25	9790	49.3	9870	54.4
30	9749	44.5	9852	49.5
35	9702	39.7	9828	44.6
40	9638	35.0	9784	39.8
45	9542	30.3	9718	35.1
50	9375	25.8	9607	30.5
55	9097	21.5	9431	26.0
60	8624	17.5	9135	21.7
65	7836	14.0	8645	17.8
70	6689	11.0	7918	14.2
75	5177	8.4	6899	11.0
80	3451	6.4	5446	8.2
85	1852	4.9	3659	5.9

إذا كان هناك العديد من الأشخاص الذين يموتون مبكراً مع ارتفاع معدلات الوفاة في أعمار معينة عند الأطفال، فإن لهذه المعدلات تأثير كبير على توقعات الحياة عند الولادة. يبين الجدول (7.16) توقعات الحياة عند أعمار مختلفة من أربعة جداول حياة إنكليزية (OPCS 1992). في عام 1981 على سبيل المثال، كانت توقعات الحياة عند الولادة للذكور 71 عام مقارنة مع 40 عام فقط في سنة 1841 بتحسين مقداره 31 سنة. من جهة أخرى فإن توقعات الحياة عند سن 45 عام 1981 كان 29 سنة مقارنة مع 23 سنة في عام 1841، بتحسين ست سنوات فقط. عند العمر 65 نجد توقعات الحياة للذكور كان 11 سنة في عام



1841 و 13 سنة في عام 1981، وهو تغير أصغر من سابقه. وبذلك فإن التغير في توقع الحياة عند الولادة كان نتيجة لتغيرات الوفيات في المراحل المبكرة من الحياة وليس في المتأخرة.

الجدول 7.16 : توقعات الحياة في عام 1841، 1901، 1951، 1981،

في بريطانيا وويلز

العمر	الجنس	توقعات الحياة (سنوات)			
		1841	1901	1951	1981
ولادة	ذكور	40	49	66	71
	إناث	42	52	72	77
15 سنة	ذكور	43	47	54	57
	إناث	44	50	59	63
45 سنة	ذكور	23	23	27	29
	إناث	24	26	31	34
65 سنة	ذكور	11	11	12	13
	إناث	12	12	14	17

هناك خطأ شائع عن مفهوم توقع الحياة عند سن 40 سنة، كما هو في عام 1841، والذي يعني أن معظم الأشخاص يموتون بمحدود السن 40 انظر على سبيل المثال (Rowe 1992): تثير الأمهات الغضب والاستياء دائماً بينا نحن البالغات بينما تثير البنات البالغات دائماً الكرب والذم للأمهات. في العصور الماضية، لم تبق هذه الحالة السيئة لوقت طويل، كانت البنات يضمنن غضبهن واستيائهن من خلال اهتمامهن بأمهاتهن عندما يصبحن في عمر 40 ويكرهن بشكل سريع ويمتنعن. في الوقت الحاضر فإن الأمهات يصلن إلى سن 40 وهم في حالة قوية وبصحة جيدة وهم ما يزلن في منتصف حياتهن.

هذا طبعاً غير منطقي، كما هو مبين في الجدول (7.16) حيث تم تقدير توقع الحياة للنساء اللاتي يصلن سن 40 يمتلكن توقع حياة أكبر بـ 20 سنة، فإلن لا يهرمن بسرعة ومن ثم يتوفين.

هناك عدة استخدامات لجدول الحياة، طبية وغير طبية لأنها تؤمن لنا ملخصاً مفيداً عن الوفيات دون الحاجة للرجوع إلى مجتمع إحصائي قياسي. وتسمح لنا بتوقع الحجم المستقبلي والبنية العمرية للمجتمع الإحصائي من خلال الواقع الحالي لها، وهذا ما يدعى بتصور أو إسقاط المجتمع الإحصائي وهو ما يمكن أن يكون مفيداً جداً في كثير من التوقعات مثل



المتطلبات المستقبلية لأسرة قسم المسنين في المناطق الصحية. وتقيد جداول الحياة أيضاً في التطبيقات غير الطبية، مثل حسابات قسط التأمين الاجتماعي والمكافآت والدخل السنوي. تكمن الصعوبة الأساسية لعملية التنبؤ في إيجاد جدول الحياة المناسب للمجتمع الإحصائي قيد الدراسة. فعلى سبيل المثال، من أجل مجتمع إحصائي عام (منطقة صحية) فإن جدول الحياة الوطني هو عادة كافي، ولكن من أجل مجتمعات إحصائية خاصة قد لا يكون ذلك مناسباً، فإذا رغبت في التنبؤ بالمتطلبات المستقبلية للرعاية الطبية في مجتمع ما، مثل مستشفيات الرعاية النفسية ذات الرقابة الطويلة أو في دور المسنين، فإن الوفيات قد تكون أكبر بكثير من تلك المعروفة في المجتمع الإحصائي العام. تؤخذ التوقعات المبينة على أساس جدول الحياة الوطني كتوجيه تقريبي فقط. وإذا كان هذا ممكناً فإنه يجب استخدام جداول الحياة المحسوبة على المجتمع الإحصائي مباشرة.

## Vital statistics

## 5.16 الإحصائيات الحيوية

لاحظنا وبعدة مناسبات كيف أن الكلمات المتادة كان لها معنى مختلف في الإحصاء عن تلك المعانسي التي نستعملها في الحياة العامة. وذلك مثل كلمة "طبيعي" و"مهم". إن التعبير "الإحصائيات الحيوية" يخالف لذلك، وهو تعبير تقني اكتسبت معنى لا يتعلق ثباتاً بأي مفهوم عام أو معروف. فحسب رأي الإحصائيين الطبيين فإن الإحصائيات الحيوية ليست لها أية علاقة بأبعاد أجسام الإناث. إنها الإحصائيات المتعلقة بالحياة والوفاة: معدلات الولادة، معدلات الإخصاب، معدلات الزواج، ومعدلات الوفاة. وقد تعاملنا حتى الآن بمعدل الوفيات الختام، ومعدل الوفيات القياسي، وتوقعات الحياة. في هذه الفقرة سوف نعرف عدداً من الإحصائيات الأخرى التي غالباً ما ترد في الأدبيات الطبية.

**معدلات وفيات الوضع:** هو عدد الوفيات لعمر أقل من سنة واحدة مقسم على عدد الأطفال الذين على قيد الحياة عند الولادة. وغالباً ما يتم تمثيله بعدد الوفيات كل ألف ولادة حية. معدل وفيات الوليد: هي نفس الشيء للوفيات ولكن في الأسابيع الأربعة الأولى



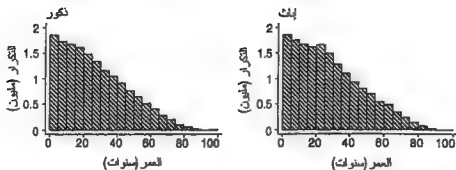
للحياة. معدل الوليد الميت: هي عدد الأجنة الميتين مقسم على العدد الكلي للولادات سواء كانوا على قيد الحياة أو ميتين. الوليد الميت هو طفل ولد ميتاً بعد 28 أسبوع من الحمل. معدل الوفيات ما حول الولادة: هو عدد المواليد الميتة والوفيات في الأسبوع الأول من الحياة مقسم على العدد الكلي للولادات، ويحسب أيضاً لكل ألف ولادة. وينظر إلى معدلات وفيات الرضع وما حول الولادة على أنها مؤشرات حساسة للحالة الصحية للمجتمع. معدل وفيات الأمهات: هو عدد وفيات الأمهات نتيجة مشاكل الحمل والولادة مقسم على العدد الكلي للولادات. معدل الولادة: هو عدد المواليد الأحياء مقسوماً على المجتمع الكلي للمواليد. معدل الإخصاب: هو عدد المواليد الأحياء في السنة مقسوماً على عدد النساء اللواتي في سن الإنجاب مأخوذة على أنها من 15 إلى 44 سنة.

معدل الهجوم: لمرض معين هو: نسبة من الأشخاص الذين يتعرضون إلى جميع معين يؤدي إلى تطور المرض. معدل إماتة الحالة: هو نسبة الحالات التي تموت. انتشار المرض هو: نسبة الأشخاص المصابين بالمرض في زمن معين. الحدوث هو: عدد الحالات الجديدة في العام مقسوماً على عدد المعرضين للمرض.

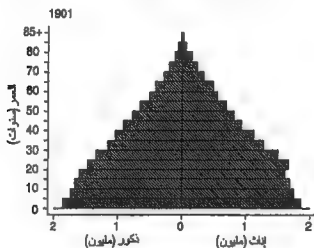
## 6.16 هرم المجتمع الإحصائي The population pyramid

يمكن تمثيل توزيع العمر في مجتمع إحصائي ما كمنسج باستخدام الطرق المشروحة في الفقرة (3.4). ولأن وفيات الذكور والإناث مختلفة عن بعضها كثيراً، فإن توزيعات العمر للذكور والإناث هي أيضاً مختلفة. من المعتاد أيضاً إظهار توزيعات العمر للجنسين بشكل منفصل. يظهر الشكل (1.16) توزيعات العمر لمجتمعات الذكور والإناث في بريطانيا وويلز في عام 1901، هذه المنسجات لها المقياس الأفقي نفسه. والطريقة المألوفة لرسمها هي جعل مقياس العمر عمودياً ومقياس التكرار أفقياً كما هو مبين في الشكل (2.16). وصفر مقياس التكرار هنا يقع في المنتصف ويزداد إلى اليمين للإناث وإلى اليسار للذكور وهذا ما يدعى بـ **هرم المجتمع الإحصائي** بسبب شكله.





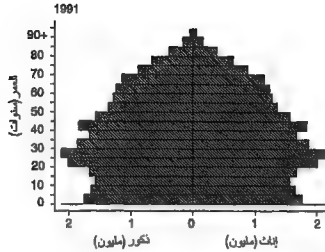
الشكل 1.16 : توزيعات العمر للمجتمع الإحصائي في بريطانيا وويلز، حسب الجنس، 1901



الشكل 2.16 : هرم المجتمع الإحصائي في بريطانيا وويلز، 1901

يبين الشكل (3.16) هرم المجتمع الإحصائي في بريطانيا وويلز عام 1981. إن شكل هذا الهرم مختلف تماماً عن سابقه، بدلاً من الشكل المثلثي فإننا نرى شكلاً غير نظامي وأطرافاً تقريباً عمودية وتبدأ بالانحناء بشكل حاد جداً باتجاه الداخل حوالي العمر 65. وفي سنوات ما بعد الحرب وفي الستينيات يلاحظ ازدياد عدد الأطفال على شكل بروز في المخطط عند العمرين 20 و35. وهو ما يظهر تغيراً رئيسياً في بنية المجتمع حيث نلاحظ زيادة كبيرة في نسب المسنين الذين أصبحوا الجزء الأكبر من عمل الأطباء والمرضات والمساعدين لهم ومن المجتمع ملاحظة كيف تم حدوث ذلك.





الشكل 3.16 : هرم المجتمع الإحصائي في بريطانيا وويلز، 1981

يفترض بشكل عام أن الأشخاص يعيشون في الوقت الحاضر زمناً أطول نتيجة لتطور الطب الحديث، والذي يقلل من عدد الوفيات في منتصف الحياة. وهذا صحيح بشكل جزئي، وكما هو مبين في الجدول (7.16) فإن توقع الحياة عند الولادة ازداد بشكل كبير جداً في عامي 1901 و1981. ولكن الزيادة في المرحلة المتأخرة من الحياة كانت أقل بكثير. فلم يكن التغير عبارة عن ازدياد لكل حياة بمقدار عشرون عاماً (والتي يمكن رؤيتها عند كل فئة عمرية) ولكنها تمثل بشكل أساسي انخفاضاً في الوفيات في زمن الطفولة وفي المرحلة المبكرة من سن البلوغ. وتغيرت الوفيات المتأخرة في الحياة نسبياً بشكل قليل. حيث أن انخفاضاً كبيراً في الوفيات في سن الطفولة سوف يؤدي إلى ازدياد في قاعدة الهرم، وذلك بازدياد عدد الأطفال الذين يقون على قيد الحياة إلا إذا كان هناك انخفاض في عدد الأطفال المولودين. في القرن 19 كانت النساء ينجن الكثير من الأطفال وبرغم ارتفاع الوفيات في سن الطفولة فإن عدد الأطفال الذين بقوا على قيد الحياة حتى سن البلوغ قد انجبروا عدداً من الأطفال أكثر من العدد الذي أنجبه آباؤهم. لقد توسع المجتمع الإحصائي وهذا التاريخ تم تجسيده في هرم المجتمع الإحصائي لعام 1901. في القرن العشرين، نجد وفيات الأطفال قد انخفضت واستجاب السكان إلى ذلك بتخفيض عدد الأطفال. في عام 1841 وحتى 1845 فإن معدلات وفيات الرضع كانت 148 لكل 1000 ولادة حية، 138 في الأعوام 1901-5



وفقط 10 في الأعوام 5-1981 (OPCS-1992b). معدل الولادات كان 32.2 لكل 1000 امرأة في الأعوام 5-1841، و28.2 في الأعوام 5-1901، و12.8 في الأعوام 5-1981. وبذلك توقفت قاعدة الهرم عن التوسع، وبازدياد عمر أولئك الذين كانوا في قاعدة هرم 1901 فإن المجتمع الإحصائي في النصف الأعلى من الهرم ازداد، إن فئة العمر 4-5 في الهرم لعام 1901 هي فئة العمر 84-80 في الهرم 1981. إذا لم تنخفض معدلات الولادة فإن المجتمع سوف يستمر في التوسع وسوف نحصل على نسبة كبيرة من الأشخاص اليافعين في عام 1981 كما كانت عام 1901 ومجتمع سكاني كبير جداً. وبذلك فإن الازدياد في نسبة المسنين ليست بسبب أن حياة البالغين قد امتدت ولكن بسبب انخفاض الإخصاب. إن توقع الحياة بالنسبة للمسنين قد تغير نسبياً. في معظم الأقطار المتطورة يكون الهرم السكاني مستقراً كما في الشكل (3.16)، كما في معظم الأقطار النامية يكون الهرم متسعاً كما في الشكل (2.16).

#### M 16 أسئلة الاختيار من متعدد من 87 إلى 92

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

87. معدل الوفيات لعمر معين:

- أ - هو نسبة الوفيات المراقبة إلى الوفيات المتوقعة
- ب - يمكن استخدامه لمقارنة الوفيات بين فئات عمرية مختلفة
- ج - هو معدل وفيات يمكن تعديله حسب العمر
- د - يقيس عدد الوفيات في العام
- هـ - يقيس البنية العمرية في المجتمع الإحصائي

88. توقع الحياة:

- أ - هو عدد السنين التي يعيشها معظم الناس
- ب - هو طريقة لتلخيص معدلات الوفيات النوعية للعمر
- ج - هو القيمة المتوقعة لتوزيع إحصائي معين
- د - يتغير مع العمر
- هـ - يمكن استخلاصه من جداول الحياة



89. في دراسة للانتحار فيما بعد الولادة (Appleby 1991)، فإن SMR للانتحار عند النساء اللواتي أنجبن حديثاً كان 17 بـ 95% مجال ثقة من 14 إلى 21 (جميع النساء = 100). أما بالنسبة للنساء اللواتي عندهن حالة ولادة طفل ميت، فإن SMR كانت 105 (95% مجال ثقة من 31 إلى 277). يمكننا استخلاص ما يلي:

- أ - احتمال انتحار النساء اللواتي أنجبن حديثاً أقل من احتمال انتحار النساء الأخريات من نفس العمر
- ب - احتمال إقدام النساء اللواتي أنجبن طفلاً ميتاً على الانتحار أقل مقارنة مع النساء الأخريات من نفس العمر.
- ج - احتمال إقدام النساء اللواتي أنجبن طفلاً حياً على الانتحار أقل مقارنة مع النساء من نفس العمر واللواتي أنجبن طفلاً ميتاً
- د - من الممكن ازدياد الإقدام على الانتحار للنساء اللاتي ينجن أطفالاً ميتين
- هـ - يجب أن تنحى النساء المهيئات للانتحار أطفالاً

90. في عام 1971، فإن قيمة SMR لحالات تشمع الكبد كانت عند الرجال 773 لأصحاب الحانات و25 لمنظفي النوافذ. ونلاحظ أن الفرق بين هاتين الحالتين والعدد 100 يُعَدُّ به نسبة كبيرة. (Donnan & Haskey, 1978). يمكننا استخلاص:

- أ - احتمال أن يموت أصحاب الحانات من حالة تشمع الكبد هي سبعة أضعاف احتمال موت الشخص العادي.
- ب - القيمة العالية لـ SMR لأصحاب الحانات قد تكون بسبب أنهم من فئة كبار السن.

- ج - كون الشخص من أصحاب الحانات يسبب له تشمع الكبد
- د - تنظيف النوافذ يحمي الرجال من تشمع الكبد
- هـ - متصفوا النوافذ معرضون لخطر الإصابة بتشمع الكبد

91. البنية العمرية والجنس في المجتمع الإحصائي يمكن أن توصف بـ:

- أ - جدول الحياة



- ب - معامل الترابط
- ج - معدل الوفيات القياسي
- د - هرم المجتمع الإحصائي
- هـ - مخطط الأعمدة

92. تُعدل الإحصائيات التالية لتسمح بتوزيع العمر في المجتمعات الإحصائية:

- أ - معدل الوفيات القياسي للعمر
- ب - معدل الإخصاب
- ج - معدل وفيات ما حول الولادة
- د - معدل الوفيات الخام
- هـ - توقع الحياة عند الولادة.

#### 16 E تمرين: الوفيات من إساءة استخدام المركبات الطائرة

درس أندرسون ورفاقه عام 1985 الوفيات المترافقة مع إساءة استخدام الحمايل الطائرة VAA وهو ما يدعى باستنشاق المواد اللاصقة. في هذه الدراسة تم تجميع كل حالات الوفاة المترافقة مع USA منذ عام 1971 وحتى 1983 باستخدام جميع المصادر الممكنة بما فيها شركات النشر والإحصائيات التي تصدر كل ستة أشهر عن مكاتب التحقيق بالوفيات، كما تم الإبلاغ عن الحالات من قبل مركز الإحصاء السكاني والمسح لبريطانيا وويلز والمكتب الملكي ومن قبل وكلاء للدولة في سكوتلندا.

يبين الجدول (8.16) توزيع العمر لهذه الوفيات في بريطانيا وسكوتلندا مع توزيع العمر في الإحصاء الرسمي لعام 1981.

1. احسب معدلات الوفيات لعمر معين لـ VSA في السنة الواحدة ولكامل الفترة الزمنية. ما هو الشيء غير العادي بالنسبة لمعدلات الوفيات لعمر معين.
2. احسب SMR لوفيات VSA في سكوتلندا
3. احسب مجال الثقة 95% لهذه القيمة لـ SMR.



الجدول 8.16 : الوفيات الناجمة عن استنشاق المواد الطيارة، وحجم المجتمع في بريطانيا وسكوتلندا 1971-1983 (اندرسون ورفاقه 1985)

فئات العمر (بالسنوات)	بريطانيا		سكوتلندا	
	وفيات VSA	المجتمع (بالآلاف)	وفيات VSA	المجتمع (بالآلاف)
0-9	0	6 770	0	653
10-14	44	4 271	13	425
15-19	150	4 467	29	447
20-24	45	3 959	9	394
25-29	16	3 616	0	342
30-39	8	7 408	0	659
40-49	2	6 055	0	574
50-59	7	6 242	0	579
60+	4	10 769	0	962

4. هل عدد الوفيات في سكوتلندا تبدو عالية بشكل خاص؟ فيما عدا استنشاق المواد الغروية، هل توجد عوامل أخرى يجب أن تؤخذ كتعليل ممكن لهذه النتيجة؟



## طرق متعددة العوامل

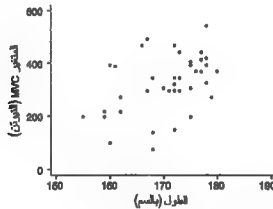
### Multifactorial methods

---

#### Multiple regression

#### 1.17 الانكفاء الخطي المتعدد

في الفصلين العاشر والحادي عشر، بحثنا في طرق تحليل العلاقة بين المتغير الناتج والمتغير المتنبئ. ويجب أن يكون المتغير المتنبئ، كما هو الحال في الانكفاء الخطي البسيط، أو أن يكون المتغير المتنبئ كميًا كما هو الحال في تحليل التباين. سنبحث في هذا الفصل مجموعة الطرق المستعملة لمعالجة المتغير الناتج الاثناسي أو بيانات بقيا مراقبة. إن مثل هذه الطرق صعبة الحل يدوياً وغالباً ما تستعمل البرامج الحاسوبية ولذلك سأحاول حذف الصيغ الرياضية.



الشكل 1.17 : قوة العضلة (MVC) بدلالة طول المريض



الجدول 1.17 : شدة التقلص الإرادي الأعظمي للعضلة الرباعية (MVC)، عمر المريض، طول المريض، لـ 41 مدمن كحولي (Hickish ورفاقه، 1989).

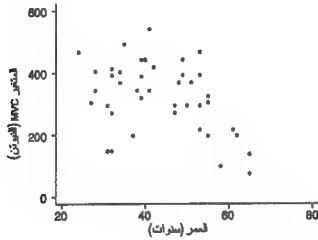
MVC	الطول	الرقم	MVC	الطول	الرقم
(نيوتن)	(سم)	(سنو)	(نيوتن)	(سم)	(سنو)
417	178	42	466	166	24
294	171	47	304	175	27
270	162	47	343	173	28
368	177	48	404	175	28
441	177	49	147	172	31
392	178	49	294	172	31
294	167	50	392	160	32
368	176	51	147	172	32
216	159	53	270	179	32
294	173	53	412	177	32
392	175	53	402	176	34
466	172	53	368	180	34
304	170	55	491	167	35
324	178	55	196	175	37
196	155	55	343	172	38
98	160	56	319	172	39
216	162	61	387	161	39
196	169	62	441	173	39
137	168	65	441	173	40
74	168	65	343	168	41
			540	178	41

وبين الجدول (1.17) أعمار، أطوال وشدة التقلص الإرادي الأعظمي للعضلة الرباعية (MVC) لزمرة من المدمنين على الكحول، علماً أن المتغير الناتج هو المتغير MVC. وبين الشكل (1.17) العلاقة بين المتغير MVC وطول المريض. يمكننا بناء مستقيم انكفاء خطي من الشكل:  $\text{الطول} = a + b \times \text{MVC}$  الفقرة (2-3.11). وهذا يمكننا من التنبؤ بمتوسط المتغير MVC من أجل طول مريض معطى. ولكن نلاحظ أن المتغير MVC يتغير بتغير أشياء أخرى بالإضافة لطول المريض. بين الشكل (2.17) العلاقة بين المتغير MVC وعمر المريض.

يمكننا من خلال مصفوفة الارتباط أن نبين شدة العلاقات الخطية بين المتغيرات الثلاثة. ويظهر هذا الجدول رياضياً على شكل مصفوفة مربعة من الأعداد، والتي تدعى مصفوفة الارتباط للبيانات المذكورة في الجدول (1.17)، (انظر الجدول 17.2). نلاحظ أن معاملات القطر الرئيسي لمصفوفة الارتباط مساوية للواحد، لأنها تمثل معامل ارتباط كل متغير إحصائي بنفسه وأن مصفوفة الارتباط متناظرة بالنسبة لقطرها الرئيسي. وبالنسبة لهذه التناظرية فإن



الحواسيب تطبع على شاشاتها فقط الجزء الأدنى للقطر الرئيسي. يبين تفحص الجدول (2.17) أن الرجال كباري العمر أقصر وأضعف من الرجال في مقتبل العمر، وبين كذلك الجدول أن الرجال طوال القامة أقوى من قصار القامة، وأن العلاقة بين المتغيرات الثلاثة متعائلة الشدة. وبالعودة للجدول (2.11) نجد أن الارتباطات الثلاثة يُعتمد بها بسـ  $39 = 41 - 2$  درجة حرية.



الشكل 2.17 : المتغير (MVC) بدلالة العمر

نستطيع بناء مستقيم انكفاء خطي من الشكل:  $\text{العمر} \times \text{العمر} = a + b \times \text{MVC}$  الذي من خلاله يمكننا تقدير القيمة المتوسطة للمتغير MVC علماً أن عمر الرجل معلوم. مع ذلك يتغير المتغير MVC مع طول الرجل. وللبحث في تأثير كل من طول الرجل وعمره على MVC، يمكننا استعمال الانكفاء الخطي المتعدد للملاءمة مساواة الانكفاء الخطي الثنائي من الشكل :

$$\text{MVC} = b_0 + b_1 \times \text{العمر} + b_2 \times \text{الطول}$$

تُحسب العوامل عوامل الانكفاء بإجرائية المربعات الصغرى كما هو الحال في الانكفاء الخطي البسيط. من الناحية العملية نستخدم دوماً برنامج حاسوبي للحصول على هذه العوامل. من أجل البيانات المعروضة في الجدول (1.17) تُعطي معادلة الانكفاء الخطي المتعدد بالعلاقة:



$$MVC = -466 + 5.40 \times \text{الطول} - 3.08 \times \text{العمر}$$

انطلاقاً من هذه المساواة، يمكننا تقدير متوسط المتغير MVC إذا أعطي العمر والطول لعينة من المجتمع الإحصائي.

الجدول 2.17 : مصفوفة الارتباط للبيانات المدونة في الجدول (1.17)

عمر المريض	الطول للمريض	MVC للمريض	
1.000	-0.338	-0.417	عمر المريض
-0.338	1.000	0.419	الطول للمريض
-0.417	0.419	1.000	MVC للمريض

يوجد عدد من الافتراضات الضمنية هنا، أحدهما أن العلاقة بين المتغير MVC والطول من نفس نوع العلاقة بين المتغير MVC والعمر أي خطية، من الشكل:  $MVC = a + b \times \text{الطول}$  ويمكننا الانكفاء المتعدد من اختبار هذه الافتراضات.

حيث يمكن للانكفاء الخطي للتعدد معالجة أكثر من متغير منبئ. حيث يمكن استعمال هذه الطريقة لأكثر من متغيرين على الرغم من صعوبة تفسير نتائج الانكفاء. ولكن يجب أن يكون عدد النقط أكبر من عدد المتغيرات المدروسة، وبالتالي فإن درجة حرية التفاوت المتبقي  $q - 1$  علماً أن  $q$  هو عدد متغيرات المنبئة، ويجب أن تكون درجة الحرية السابقة كبيرة بقدر كاف حتى نستطيع تقدير مجالات الثقة واختبارات مستوى الاعتداد بكفاءة. وسيكون هذا المعنى أكثر وضوحاً من خلال الفقرة التالية.

## 2.17 اختبارات الاعتداد في الانكفاء الخطي المتعدد

### Significance tests in multiple regression

كما رأينا في الفقرة (5.11)، تعتمد اختبارات الاعتداد لمستقيم الانكفاء الخطي على توزيع  $t$  - ستودنت. ويمكننا تنفيذ الاختبار نفسه باستخدام تحليل التفاوت. فمن أجل معطيات FEV1 ومعطيات الطول للجدول (1.11)، حسبنا مجموع المربعات ومجموع الجداءات في الفقرة (3.11). ويُعطى المجموع الكلي للمربعات للمتغير FEV1،  $S_{yy} = 9.43868$  —



19 = 1 - n درجة حرية. كما أن مجموع المربعات المفسرة بالانكفاء المحسوب في الفقرة (5.11) يساوي 3.18937. أما مجموع المربعات المتبقي، أي مجموع المربعات حول مستقيم الانكفاء، يمكن إيجادها بعملية الطرح التالية  $6.24931 - 3.18937 = 9.43868$  بـ  $18 = n - 2$  درجة حرية. عندئذٍ يمكننا إنشاء جدول لتحليل التفاوت كما هو موصوف الفقرة (9.10) الجدول (17.3).

الجدول 17.3 : تحليل التفاوت لانكفاء المتغير FEVI على متغير الطول

مصدر التغيرية	درجة الحرية	مجموع للمربعات	متوسط للمربعات	تفاوتات النسبة (F)	الإجمال
المجموع	19	9.438 68			
المفسر بالانكفاء	1	3.189 37	3.189 37	9.19	0 007
المتبقي (حول الانكفاء)	18	6.249 31	0.347 18		

لاحظ أن الجذر التربيعي لمعدل التفاوت مساوٍ لـ 3.03، وقيمة الإحصائية  $t$  موجودة في الفقرة (5.11). إن كل من الاختبارين السابقين متكافئان. لاحظ أيضاً أن مجموع مربعات الانكفاء مقسومة على المجموع الكلي للمربعات يساوي  $3.18937/9.43868 = 0.3379$  وهو مربع معامل الارتباط  $r = 0.58$  الفقرة (5.11، 10.11). إن النسبة، مجموع مربعات الانكفاء على المجموع الكلي للمربعات، تمثل نسبة التغيرية المنسوبة للانكفاء الخطي. وللحصول على النسبة المثوية للتغيرية المنسوبة للانكفاء، نضرب النسبة السابقة بمئة، وتساوي 34%.

بالرجوع لمعطيات MVC، يمكننا اختبار انكفاء المتغير MVC على متغير طول الرجل ومتغير عمره معاً باستعمال تحليل التفاوت. إذا لاعنا نموذج الانكفاء الخطي في الفقرة (1.17)، فإن مجموع مربعات الانكفاء درجتين من الحرية، وذلك بسبب ملائمة معاملي انكفاء. يبين الجدول (4.17) تحليل التفاوت لبيانات MVC.

إن هذا الانكفاء ذو اعتداد إحصائية، فمن غير المحتمل أن تظهر العلاقة بين المتغيرات بمحض الصدفة إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. يرمز لنسبة التغيرية المفسرة بالانكفاء بالرمز  $R^2$ ، ويساوي في مثالنا  $0.26 = 131495/50334$  وندعو الجذر التربيعي لـ  $R^2$  بمعامل الارتباط المتعدد. ويجب أن يقع  $R^2$  بين القيمتين 0 و 1 ولا يمكن لـ  $R^2$  أن يعطي اتجاه الارتباط في الحالة متعددة المتغيرات، ويأخذ  $R$  قيمة موجبة دوماً. في الحالة التي يكون فيها



$R$  كبيراً، فإن المتغير الناتج مرتبط بشكل جيد مع مجموعة المتغيرات المُنبة. عندما يكون  $R = 1$  فإن المتغيرات المُنبة مرتبطة تماماً مع المتغير الناتج ومعنى آخر، يُكتب المتغير الناتج كتركيب خطي بدلالة المتغيرات المُنبة. ويكون  $R$  صغيراً ولكن غير معدوم.

الجدول 4-17 : تحليل التباين لانكفاء المتغير MVC على متغير طول الرجل وعمره

مصدر التغيرية	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تفاوت النسبة (F)	الاحتمالي
الكلّي	40	503 334			
الانكفاء	2	131 495	65 748	6.72	0.003
المتبقيات	38	371 849	9 785		

إذا كانت العلاقة بين المتغير الناتج والمتغيرات المُنبة غير خطية. ولمعرفة تأثير أحد المتغيرات المُنبة أو تأثيرهما جميعاً على المتغير الناتج، يمكننا حساب الخطأ المعياري لكل معامل من معاملات الانكفاء في المثال السابق، لدينا  $SE(b_1) = 2.55$ ،  $SE(b_2) = 1.47$ ، فمن أجل  $b_1$  لدينا  $2.12 = 5.40/2.55$  و  $t = 38$  درجة حرية وقيمة احتمالية  $P = 0.04$ . وبالتالي نستنتج أن تأثير عمر المريض وطوله على المتغير MVC ذو اعتداد إحصائي.

إذا كانت المتغيرات المُنبة مرتبطة مع بعضها البعض، أثناء تطبيق طريقة الانكفاء المتعدد، تظهر صعوبة إحصائية ناتجة من تزايد الخطأ المعياري لمقدرات معاملات الانكفاء المتعدد، أو أن هذه المعاملات لا يُعتد بها إحصائياً على الرغم من وجود علاقة بين المتغيرات المُنبة والمتغير الناتج. ويمكننا رؤية هذه الصعوبة أكثر وضوحاً من خلال التطرق إلى حالة حدية. لنفترض أننا نحاول ملائمة النموذج التالي:

$$MVC = b_0 + b_1 \times \text{الطول} + b_2 \times \text{الطول}$$

فمن أجل المعطيات المتعلقة بالمتغير MVC نجد أن:

$$MVC = 1.00 \times \text{الطول} + 6.20 \times \text{الطول} - 908$$

وهي المعادلة التي تجعل مجموع مربعات المتبقيات أصغر ما يمكن. مع ذلك إن هذه المعادلة ليست وحيدة لأن المعادلة:



$$MVC = -908 + 5.20 \times \text{الطول} + 2.00 \times \text{الطول}$$

تحقق نفس الغاية تماماً. تعطي هاتان المعادلتان نفس التنبؤ للمتغير MVC. فلا يوجد حل وحيد، وبالتالي لا يوجد معادلة انكفاء قابلة للملاحة. مع ذلك يوجد علاقة واضحة بين المتغير PEFR وطول الرجل. من الممكن تقدير معاملات الانكفاء المتعدد بشكل غير دقيق وبأخطاء معيارية كبيرة، إذا كانت المتغيرات المنبئة مرتبطة إحصائياً. وهذا الارتباط بين المتغيرات المنبئة يمكن أن يجعل العلاقة بين كل منها وبين المتغير الناتج غير واضحة. يمكننا وبطرق متعددة ومتكافئة اختبار تأثير متغيرين منبئين بشكل منفصل على المتغير الناتج كما يلي: نقوم بملاحة ثلاث نماذج:

1. الانكفاء المتعدد للمتغير MVC على متغير طول المريض ومتغير عمره، يكون مجموع مربعات الانكفاء مساوية لـ 131459 وبدرجة حرية  $d.f = 2$ .
  2. الانكفاء الخطي البسيط للمتغير MVC على طول المريض، يكون مجموع مربعات الانكفاء مساوية لـ 88511 وبدرجة حرية واحدة.
  3. الانكفاء البسيط للمتغير MVC على عمر المريض، فنجد أن مجموع مربعات الانكفاء مساوية لـ 87471 وبدرجة حرية واحدة.
- لنلاحظ أن  $88511 + 87471 = 175982$  وهذه القيمة أكبر من 131495. وهذا لأن المتغيرين العمر والطول مرتبطان. وعندئذ يمكننا اختبار تأثير طول المريض إذا كان عمره مأخوذاً بعين الاعتبار، وهذه الحالة نرسم لها بتأثير طول الرجل علماً أن عمره معطى على المتغير MVC. يساوي مجموع مربعات انكفاء طول الرجل علماً أن عمره معطى إلى مجموع مربعات انكفاء العمر والطول مطروحاً منه مجموع مربعات الطول فقط، والذي يساوي في مثالنا  $87471 - 13149 = 44024$  وبدرجة واحدة من الحرية  $d.f = 1$  وبشكل مشابه يتم اختبار تأثير عمر المريض علماً أن طوله معطى على المتغير MVC بواسطة مجموع مربعات انكفاء المتغير MVC على متغير طول المريض وعمره معاً مطروحاً منه مجموع مربعات انكفاء الطول فقط ويساوي  $88511 - 131495 = 42984$  وبدرجة حرية واحدة  $d.f = 1$  ويمكننا تمثيل هذه النتائج بجدول التفاوت (5.17). تشير الأسطر ابتداءً من



السطر الثالث إلى السادس إلى مصدر التغير، وتشير أعمدة درجات الحرية، ومجموع المربعات إلى أن ثمة طرائق مختلفة للنظر إلى التغير الذي تم حسابه في السطر الثاني. كما أن السطور التي نوهنا عنها (من الثالث إلى السادس) لا توضع في الحساب عندما تضاف درجات الحرية، ومجموع المربعات لتكون المجموع (أي السطر الأول). بعد التعديل الذي نجريه على العمر تبقى دلالة على وجود علاقة بين MVC والطول، وبعد التعديل الذي نجريه على الطول تبقى دلالة على وجود علاقة بين MVC والعمر. ونلاحظ أن قيم  $P$  هي نفسها التي وجدناها في اختبار  $t$  - ستودنت إن هذه الطريقة أساسية لمعالجة المتغيرات المنبئة الكيفية الفقرة (6.17) حيث يمكن أن يكون اختبار  $t$  - ستودنت غير صالح

الجدول 5.17: تحليل التباين لتأثيرات انكفاء المتغير MVC على متغير طول المريض وعمره مع مجموع المربعات المعدلة

مصدر التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط للمربعات	فترات الحصة (F)	الاحتمال
المجموع	40	503 344			
الانكفاء	2	131 495	65 748	6.72	0.003
عمر الرجل فقط	1	87 471	87 471	8.94	0.005
طول الرجل علماً أن عمره معطى	1	44 024	44 024	4.50	0.04
طول الرجل فقط	1	88 511	88 511	9.05	0.005
عمر الرجل علماً أن طوله معطى	1	42 984	42 984	4.39	0.04
التباينات	38	371 849	9 785		

### 3.17 التفاعل في الانكفاء الخطي المتعدد

#### Interaction in multiple regression

يظهر التفاعل بين متغيرين مُنبئين عندما يعتمد تأثير أحدهما على المتغير الناتج، على قيمة المتغير الآخر. فعلى سبيل المثال، طوال القامة يمكن أن يكونوا أقوى من قصار القامة (مفهوم MVC) عندما تكون أعمارهم صغيرة، وقد يختلف هذا الفرق في الأعمار الكبيرة.

يمكننا اختبار التفاعل بين المتغيرات المنبئة كما يلي: ليكن النموذج:

$$MVC = b_0 + b_1 \times \text{الطول} + b_2 \times \text{العمر}$$



يأخذ هذا التفاعل أحد الشكلين التاليين: كلما ازداد الطول يزداد تأثير العمر وهكذا فإن الفرق في قيم MVC بين صغار السن وكبار السن من الرجال الطوال هو أكبر من الفرق بين صغار السن وكبار السن من الرجال القصار. وبالمقابل، كلما ازداد الطول فإن تأثير العمر يمكن أن يتناقص. أما التفاعلات الأعقد فهي خارجة عن نطاق هذه الدراسة. إذا كان لدينا نموذج الملاءمة التالي:

$$MVC = b_0 + b_1 \times \text{الطول} + b_2 \times \text{العمر} + b_3 \times \text{الطول} \times \text{العمر}$$

فمن أجل طول ثابت، نجد أن تأثير العمر يعطى بالعلاقة:  $\text{الطول} \times b_3 + b_2$ . فإذا كان لا يوجد تفاعل، فإن تأثير العمر سيكون نفسه من أجل جميع الأطوال وستكون  $b_3$  مساوية للصفر. طبعاً إن  $b_3$  لا تساوي تماماً الصفر، ولكن فقط ضمن حدود التغيرية العشوائية. يمكننا ملاءمة مثل هذا النموذج كما فعلنا في النموذج الأول ونحصل على:

$$MVC = 4661 - 24.7 \times \text{الطول} + 0.65 \times \text{العمر} - 112.8 \times \text{الطول} \times \text{العمر}$$

ويبقى الانكفاء ذا اعتداد إحصائي كما توقعنا. ومع ذلك فإن معاملات الانكفاء المتعدد المقابلة للعمر والطول قد تغيرت وكذلك الحال بالنسبة لإشارتهما. يعتمد معامل الطول على متغير العمر. وتكتب معادلة الانكفاء بالشكل:

$$MVC = 4661 + (-24.7 + 0.65 \times \text{العمر}) \times \text{الطول} - 112.8 \times \text{الطول} \times \text{العمر}$$

إن معامل الطول يتوقف على العمر، والفرق في القوة بين المختبرين القصار والطوال أشد لدى كبار السن منه لدى صغار السن.

الجدول 6.17 : تحليل التباين للتفاعل بين المتغير طول الرجل وعمره

مصدر التغيرية	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تباين (F)	الاحتمال
المجموع	40	503 344			
الانكفاء	3	202 719	67 573	8.32	0.0002
طول الرجل وعمره	2	131 495	65 748	8.09	0.001
طول الرجل × عمره	1	71 224	71 224	8.77	0 005
المتبقيات	37	300 625	8 125		



يبين الجدول (6.17) تحليل التفاوت لمعادلة الانكفاء، حيث أن مجموع مربعات الانكفاء مقسوم إلى قسمين: يعود القسم الأول لمتغيري العمر والطول كل على حدة أما القسم الثاني فيعود للحد الذي يحوي للمتغيرين معاً بعد الأخذ في الحساب تأثير كل من العمر والطول. ويكتب سطر التفاعل في الجدول (6.17) على شكل فرق بين سطر الانكفاء في الجدول (6.17)، بثلاث درجات من الحرية، ويعتمد على ما ذكر فنرى أن التفاعل ذو اعتداد إحصائي عالي، وبالتالي فإن تأثير المتغيرين الطول والعمر MVC غير جمعي.

#### 4.17 الانكفاء الحدودي (الانكفاء بكتيريات الحدود)

##### Polynomial regression

لقد اعتبرنا حتى الآن أن علاقات الانكفاء الموجودة بين المتغيرات خطية، أي نتعامل مع خطوط مستقيمة. وهذا غير محقق دوماً بالضرورة. فمن الممكن أن تكون العلاقة بين المتغيرات المدروسة منحنية بدلاً من كونها خطية. وما لم توجد أسباب نظرية تستدعي افتراض شكل خاص للمعادلة، كالشكل الأسّي أو اللوغاريتمي فنجري اختباراً غير خطي باستخدام الحدودية ومن الواضح، أنه إذا أمكننا اتخاذ نموذج للملاءمة من الشكل:

$$MVC = b_0 + b_1 \times \text{العمر} + b_2 \times \text{الطول}$$

فيمكننا أيضاً اتخاذ نموذج للملاءمة من الشكل:

$$MVC = b_0 + b_1 \times \text{الطول} + b_2 (\text{الطول})^2$$

وهي معادلة تربيعية، وإذا زدنا أس (الطول) نحصل على معادلات من الدرجة الثالثة والرابعة... إلخ.

إن كلاً من متغير الطول ومربعه مرتبطان بشكل كبير، وقد يقودنا ذلك إلى صعوبات رياضية أثناء عملية التقدير. ولإنقاص هذا الارتباط يمكننا طرح متوسط متغير الطول منه ومن ثمّ تربيع الناتج. فمن أجل البيانات المذكورة في الجدول (1.17)، نجد أن معامل الارتباط بين متغير الطول ومربعه 0.9998. ونجد أن متوسط متغير الطول 170.7 وبالتالي يمكننا طرح 170



من متغير الطول قبل تربيعه. عندئذ نجد أن معامل الارتباط بين الناتج الأخير ومتغير الطول مساوياً لـ -0.44، وبالتالي أنقصنا من معامل الارتباط دون حذفه طبعاً، وتكتب معادلة الانكفاء بالشكل:

$$MVC = -961 + 7.49 \times \text{الطول} + 0.092 \times (\text{الطول})^2$$

الجدول 7.17 : تحليل التفاوت للانكفاء الحدودي للمتغير MVC على متغير الطول

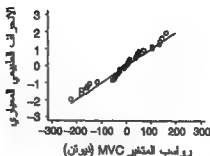
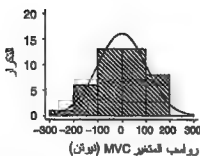
مصدر التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط للمربعات	نسبة (F)	الاحتمالي
المجموع	40	503 344			
الانكفاء	2	89 103	44 552	4.09	0.02
الخطي	1	88 522	88 522	7.03	0.01
التربيعي	1	581	581	0.05	0.8
التبقيات	38	414 241	12 584		

وحتى نخبر لاختطية العلاقة بين المتغيرين، سنسلك نفس الخطوات المذكورة في الفقرة (2.17) لهذا سنختط معادلتين انكفاء: الأولى خطية والثانية تربيعية. عندئذ يتم اختبار اللاخطية من خلال الفرق بين مجموع المربعات الناتجة عن النموذج التربيعي وتلك الناتجة عن النموذج الخطي. يبين الجدول (7.17) تحليل التفاوت لنتائج كل من النموذجين الخطي والتربيعي في هذه الحالة نجد أن الحد التربيعي وبالتالي لا يوجد علاقة غير خطية بين المتغيرين. أما إذا كان الحد التربيعي لا يُعتد به إحصائياً إذا اعتداد إحصائي، فمن الواجب أن نختط المعادلة التكميلية واعتبار اعتداد الحد التكميلي بنفس الطريقة. ومن الممكن مزج الانكفاء الحدودي لمتغير ما مع الانكفاء الخطي لمتغيرات أخرى، لتعطي معادلات انكفاء من الشكل:

$$MVC = b_0 + b_1 \times \text{الطول} + b_2 \times (\text{الطول})^2 + b_3 \times \text{العمر} \dots$$

لقد بين كل من رويستون وألتمان (Royston and Altman, 1994) أنه مهما كان المنحني معقداً فيمكننا إيجاد نموذج اللازمة له باستخدام عدد صغير من المعاملات إذا استعملنا  $\log(x)$  عوضاً عن  $x$  والقوى -1، 0.5، 0.5، 1، 2 في معادلة الانكفاء.





الشكل 3.17 : المنسج والاختطاط الطبيعي للمتغيرات الناتجة عن الانكفاء المتغير MVC حول متغير الطول والعمر

## 5.17 فرضيات الانكفاء المتعدد

### Assumptions of multiple regression

حتى تكون تقديرات الانكفاء أمثلية وحسب تكون اختبارات F محققة، يجب أن تتوزع المتغيرات (الفرق بين القيم المراقبة للمتغير الناتج وتلك المتنبأ بها بمعادلة الانكفاء) توزيعاً طبيعياً وأن يكون لها التباين نفسه على مدى البيانات المدروسة. ونفترض أيضاً أن العلاقات النمذجة هي خطية، كما هو الحال في الانكفاء الخطي البسيط الفقرة (8.11)، ويمكن التأكد بياناً من خلال رسم المنسج، والاختطاط الطبيعي والمبانيات التبعثرية للمتغيرات. وإذا لم يتحقق شرط التوزيع الطبيعي، وشرط انتظام التباين للمتغيرات، فيمكننا اللجوء إلى التحويل الموصوف في الفقرتين (4.10) و(8.11). أما اللاخطية فيمكن معالجتها باستخدام الانكفاء الحلودي.

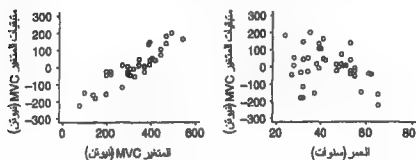
نُعطى معادلة الانكفاء للقوة MVC بدلالة الطول والعمر بالشكل:  
العمر  $\times 3.08$  - الطول  $\times 5.40$  - 466 = MVC، ونُعطى المتغيرات بالعلاقة:

$$(\text{العمر} \times 3.08 - \text{الطول} \times 5.40 - 466) - \text{MVC} = \text{المتغيرات}$$

يوضح الشكل (3.17) المنسج والاختطاط الطبيعي للمتغيرات لمعطيات MVC. يظهر التوزيع الطبيعي بشكل جيد. وتبدو التفرقة منتظمة كما يبين الشكل (4.17) من خلال



اختطاط المتبقيات بدلالة المتغير MVC. ويمكننا كذلك فحص خطية العلاقة باختطاط المتبقيات بدلالة المتغيرات المنبئة (المستقلة) بين أيضاً الشكل (4.17) المتبقيات بدلالة متغير العمر. وهذا دليل على إمكان ارتباط المتبقيات بالعمر.



الشكل 4.17 : المتبقيات باعتداد قيم المتغير MVC المشاهدة وذلك لفحص انتظامية التفاوت، والمتبقيات باعتداد العمر لفحص الخطية

## 6.17 المتغيرات المنبئة الكيفية

### Qualitative predictor variables

في الفقرة (1.17)، كانت المتغيرات المنبئة، الطول والعمر، كمية. أما في هذه الدراسة فقد فُرض المختبرون إلى مصابين بتشمع الكبد وإلى غير مصابين أي أن المتغير هنا إنثائسي ومن السهولة أن ندخل مثل هذه كمتغيرات منبئة في الانكفاء المتعدد. نتخذ الآن متغيراً، يأخذ القيمة 0 إذا كانت الخاصية موجودة و 1 إذا كانت موجودة، ومن ثم يُدخل هذا المتغير في معادلة الانكفاء كما أدخلنا متغيري العمر والطول. ويساوي معامل الانكفاء لهذا المتغير الإنثائسي الفرق في المتوسط للمتغير الناتج بين المختبرين المتصنفين بالخاصية وبين غير المتصنفين بها. فإذا كان معامل الانكفاء في هذا المثال سالباً. فهذا يعني أن المختبرين المصابين بالتشمع أقل من غير المصابين بهذا المرض. وبالطريقة ذاتها يمكننا استخدام الجنس كمتغير مُنبئ. يأخذ القيمة 0 للإناث و 1 للذكور وعندها يمثل معامل الانكفاء الفرق في المتوسط بين الذكور والإناث. إذا استعملنا متغيراً مُنبئاً إنثائياً واحداً فقط في المعادلة، فإن الانكفاء يكافئ تماماً اختبار  $t$  - ستودنت لعيتين، بين المجموعتين للمرفقين في الفقرة (3.10) بهذا المتغير.



أما إذا كان المتغير المنبئ يمثل عدداً من الصفوف، فيدعى بمتغير الصف أو العامل. ولا يمكننا تلقائياً استخدام متغير الصف في معادلة الانكفاء ما لم نتمكن من افتراض أن الصفوف مرتبة بالطريقة ذاتها التي رتبنا رموزها، وأن الصفوف المتجاورة، بشكل ما، متساوية الأبعاد فيما بينها. ومن غير المعقول تطبيق الانكفاء الخطي من أجل بعض المتغيرات مثل معطيات التشخيص الواردة في الجدول (1.4)، والمعطيات البيتية المذكورة في الجدول (1.13). أما في المتغيرات الأخرى مثل الأصناف المختلفة لمرض الإيدز AIDS المذكورة في الجدول (7.10) فالافتراضات أصعب.

الجدول 8.17: تحميل التفاوت لانكفاء فرز مانيتول على حالة HIV

مصدر التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	نسبة (F)	الاحتمال
المجموع	50	1 559.035			
الانكفاء	3	49.011	16.337	0.60	0.6
الباقي	55	1 510.024	27 455		

وعرضاً عن ذلك بشكل مجموعة من المتغيرات الإثنائية لتمثيل متغير الصف (العامل). ففي حالة معطيات مرض الإيدز في الجدول (7.10) يمكننا تشكيل ثلاثة متغيرات:

$hiv_1 = 1$  إذا كان المختبر مصاباً بـ AIDS و 0 بخلاف ذلك

$hiv_2 = 1$  إذا كان المختبر مصاباً بـ ARC و 0 بخلاف ذلك

$hiv_3 = 1$  إذا كان HIV للمختبر إيجابياً ولكن دون أعراض ظاهرة و 0 بخلاف ذلك.

نلاحظ أنه إذا كان HIV للمختبر سلبياً فإن هذه المتغيرات الثلاثة السابقة تأخذ القيمة 0. ندعو المتغيرات  $hiv_1$ ,  $hiv_2$ ,  $hiv_3$  متغيرات خرساء. ففي بعض البرامج الحاسوبية، يكفي تحديد متغير الصف حتى يقوم الحاسوب بحساب المتغيرات الخرساء، وفي بعض البرامج الأخرى يجب تعريف هذه المتغيرات. فإذا وضعنا المتغيرات الخرساء الثلاثة في معادلة الانكفاء نجد:

$$mannitol = 11.4 - 0.066 \times hiv_1 - 2.56 \times hiv_2 - 1.69 \times hiv_3$$

إن كل معامل هو الفرق في امتصاص المانيتول (mannitol) بين الصف الممثل بالمتغير وبين الصف الممثل بجميع المتغيرات الخرساء المساوية للصفر، حيث HIV سالب، ويدعى هذا



الصف، الصف المرجعي. وبين الجدول (8.17) تحليل التفاوت لمعادلة هذا الانكفاء، وبين اختبار F عدم وجود علاقة يُعتد لها إحصائياً بين امتصاص منيتول وحالة HIV. ويعطي برنامج الانكفاء أيضاً الأخطاء المعيارية واختبارات t لكل متغير أحرس، لكن يجب تجاهل هذه النتائج لأنه لا يمكننا تفسير كل متغير أحرس بمعزل عن بقية المتغيرات.

## 7.17 تحليل التفاوت متعدد التصنيف

### Multi-way analysis of variance

يمكن أن نسلق منهجية أخرى لتحليل البيانات متعددة العوامل بحساب مباشر لتحليل التفاوت. يمثل الجدول (8.17) تحليل التفاوت وحيد التصنيف للبيانات المذكورة في الجدول (8.10) ويمكننا إجراء تحليل التفاوت لعدة عوامل في آن معاً. بين الجدول (9.17) تحليل التفاوت ثنائي التصنيف لبيانات المنيتول، والعاملان هما حالة HIV ووجود أو عدم وجود إسهال شديد. وينجز هذا بتطبيق الانكفاء المتعدد بمتغيري صف مُبَيّن. فإذا وجد نفس عدد المرضى بوجود أو غياب الإسهال الشديد في كل فئة HIV فهنا يعني أن العوامل متوازنة. عندها سيكون نموذج مجموع المربعات هو المجموع لجميع المربعات لـ HIV وللإسهال. ويمكن حساب هذه بسهولة من خلال المجموع الكلي لزمر HIV وزمر متغير الإسهال. من أجل البيانات المتوازنة، يمكننا تقدير العديد من العوامل الفعوية وتفاعلاتها بسهولة بحساب مباشر يدوي. ولمزيد من التفاصيل انظر (Armitage and Berry, 1987). من النادر وجود تجارب متوازنة متعددة العوامل ومعقدة في البحوث الطبية، ويمكن تحليلها بطريقة الانكفاء للحصول على نتائج مطابقة. وتستخدم معظم البرامج طريقة الانكفاء لحساب تحليل التفاوت.

يُعرف الانكفاء المتعدد الذي تستخدم فيه المتغيرات المنبئة الكمية والكيفية بتحليل التباين. أما من أجل المعطيات الترتيبية فيوجد تحليل ثنائي التصنيف للتفاوت باستخدام الرتب، اختبار فريدمان (انظر Altman 91, Conover, 98).



الجدول 9.17 : تحليل التفاوت ثنائي التصنيف لطرح المنيبول، مع حالة HIV ومتغير الإسهال الشديد

مصدر التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تفاوت النسبة (F)	الاحتمال
المجموع	58	1 559.035			
المودج	4	134.880	33.720	1.28	0.3
HIV	3	58.298	19.432	0.74	0.5
Diarrhoea	1	85.869	85.869	3.26	0.08
الخطأ	54	1 424.155	26.373		

## Logistic regression

## 8.17 الانكفاء اللوجستي

يستعمل هذا الانكفاء عندما يكون المتغير الناتج إثنائياً "إما نعم أو لا"، فإما أن يتصف المختبر تبيثاً بنسبة الأفراد الذين يتصفون بهذه الخاصية، أو تقدير احتمال أن يظهر هذا العرض على فرد ما بخاصية معينة أو لا كعرض من أعراض مرض ما. ونريد معادلة انكفاء. لذلك لا يمكننا استعمال معادلة انكفاء خطي عادية، لأن ذلك يؤدي إلى التنبؤ بالنسب التي أقل من 0 أو أكبر من 1 وهذا لا معنى له. وبدلاً من ذلك نستخدم لوجيت النسبة بوصفه المتغير الناتج. فيعطى لوجيت النسبة  $p$  بالعلاقة.

$$\text{logit}(p) = \log_e \left( \frac{p}{1-p} \right)$$

عندها يأخذ هذا التابع أي قيمة محصورة بين  $-\infty$  و  $+\infty$  فمن أجل  $p = 0$  نجد أن قيمة هذا التابع  $-\infty$  ومن أجل  $p = 1$  يأخذ هذا التابع القيمة  $+\infty$ . ويمكننا عندئذ إيجاد نماذج الانكفاء الملائمة للوجيت والتي تشبه كثيراً الانكفاء المتعدد العادي، ونماذج تحليل التفاوت لمعطيات تتبع التوزيع الطبيعي. لنفترض أن العلاقات خطية وفق المقياس اللوجيستي أي:

$$\log_e \left( \frac{p}{1-p} \right) = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_m x_m$$



حيث  $x_1, \dots, x_m$  المتغيرات المُتبعة و  $p$  النسبة المُتنبأ بها. تُدعى هذه الطريقة بالانكفاء اللوجستي. ويتم إجراء هذه الطريقة حاسوبياً. وسنحاول تفسير نتائج هذه الطريقة من خلال مثال تطبيقي.

الجدول 10.17 : التدخين والسعال هما أول الأضياء في الصباح حسبما صرح به طلاب المدارس (Bland et al, 1978)

تدخين الأولاد	يسعل	لا يسعل	المجموع
لا يدخن أبداً	41 (63.2%)	1260 (669.8%)	1301 (100.0%)
مرة واحدة	28 (62.9%)	947 (697.1%)	975 (100.0%)
بعض الأحيان	16 (64.0%)	380 (669.0%)	396 (100.0%)
مرة واحدة على الأقل كل أسبوع	33 (619.2%)	139 (680.8%)	172 (100.0%)

$$P < 0.0001 \text{ , } 3d.f \text{ , } \chi^2 = 105.1$$

لنأخذ بعين الاعتبار المسألة التالية: إن طلاب المدارس المدخنين أكثر عرضةً للسعال فور استيقاظهم في الصباح الجدول (10.17) من غيرهم من غير المدخنين. إذا كان أبوا طلاب المدرسة من المدخنين فإنهم أكثر عرضة للسعال صباحاً من غيرهم الجدول (11.17). ويكون الأولاد عرضة للتدخين أكثر إذا كان أبواهما من المدخنين الجدول (12.17). والسؤال المطروح هل من الممكن أن يكون تدخين الأبوين سبباً في وجود علاقة بين السعال الصباحي للأولاد وتدخينهم؟

الجدول 11.17 : تدخين الأبوين وسعال الطفل أول شيء في الصباح، حسبما صرح به طلاب المدارس (Bland et al, 1978)

سعال الأولاد	تدخين الأبوين	لا يسعل	لا يسعل
	ولا واحد من الأبوين	واحد فقط يدخن	كلاهما يدخن
يسعل	24 (62.8%)	24 (64.5%)	48 (65.0%)
لا يسعل	823 (697.2%)	985 (695.5%)	918 (695.0%)
المجموع	1847 (6100.0%)	1031 (6100.0%)	966 (6100.0%)

$$\chi^2 = 5.1 \text{ , } 1d.f \text{ , } P = 0.02 \text{ الاتجاه } \chi^2 = 5.6 \text{ , } 2d.f \text{ , } P = 0.06$$



الجدول 12.17 : تدخين الأبوين. وكذلك تدخين الأولاد حسبما صرح به طلاب المدارس  
(Bland et al,1978)

تدخين الأولاد		تدخين الأبوين	
ولا واحد من الأبوين	واحد فقط يدخن	كلهما يدخن	
479 (656.6%)	431 (641.8%)	391 (40.5%)	لم يدخن
256 (30.2%)	394 (38.2%)	325 (33.6%)	مرة واحدة فقط
90 (10.6%)	147 (14.3%)	159 (16.5%)	بعض الأحيان
22 (2.6%)	59 (5.7%)	91 (4.4%)	مرة واحدة على الأقل في الأسبوع
847 (100.0%)	1031 (100.0%)	966 (100.0%)	الكلية

$$P < 0.0001, \chi^2 = 86.0, df = 3$$

يبين الجدول (13.17) العلاقة بين السعال الصباحي مع كل من تدخين الأولاد وتدخين الآباء. لدينا عاملان مع متغير استجابة حدائسي، أي يُكتب المتغير الناتج على شكل نسبة. في هذه الحالة، يقتضي فحص النسب أن تدخين الطفل هو الأهم في الدراسة، كما يوضح الجدول (14.17) من خلال فحص تابع اللوجست. يمكننا إعداد نماذج حاوية فقط على عامل تدخين الطفل فقط، أو عامل تدخين الأبوين فقط أو عامل تدخين الأبوين والطفل معاً. نستعمل متغيرات خرساء الفقرة (6.17) للعوامل المدروسة. يجد البرنامج قيمة للمعاملات بحيث تعطى قيمة متنبةً لها أقرب إلى القيم للمشاهدة. ويعطينا أيضاً مقياس لتباعد التكرارات المشاهدة عن التكرارات المتنبية بها. ويدعى هذا المقياس بالحيلود (deviance)، ويقابل مجموع المربعات حول الانكفاء في نظرية الانكفاء المتعدد. يتوزع الحيلود وفق توزيع كاي - مربع، إذا كانت الانحرافات عن القيم التي تنبأ بها النموذج المقترح تُرد فقط للمصادفة. فعلى سبيل المثال:

النموذج	درجة الحرية	$\chi^2$
تدخين الطفل	8	2.7
تدخين الأبوين	9	58.4
تدخين الطفل + تدخين الأبوين	6	0.6



الجدول 13.17 : نسبة الذين صرخوا بالسعال الصباحي من قبل الأبوين المدخنين ومن قبل الأولاد المدخنين أنفسهم

تدخين الأولاد		تدخين الأبوين	
لا يدخن أبداً	ولا واحد من الأبوين	واحد فقط يدخن	كلاهما يدخن
11/479 = 0.023	16/431 = 0.037	14/391 = 0.036	
6/256 = 0.023	13/394 = 0.033	9/325 = 0.028	
3/90 = 0.033	6/147 = 0.041	7/159 = 0.044	
4/22 = 0.0181	11/59 = 0.186	18/91 = 0.198	

القيمة المتوقعة لـ  $\chi^2$  تساوي عدد درجات حرية الفقرة (A7)، وأي قيمة لـ  $\chi^2$  تتجاوز درجة الحرية للمقابلة لها بشكل كبير، تشير إلى أن النمو المقترح لا يلائم المعطيات. وهكذا فإن نموذج تدخين الطفل وكذلك نموذج تدخين الطفل + تدخين الأبوين يلائم المعطيات (البيانات) المدروسة. يمكننا طرح إحصائيات  $\chi^2$  وكذلك درجات حريتها المقابلة، وذلك لأن مجموع إحصائيتين لـ  $\chi^2$  هو إحصائية لها توزيع كاي - مربع بدرجة حرية جديدة تساوي مجموع درجتَي حرية الإحصائيتين السابقتين الفقرة (A7). ولننظر فيما إذا كان إضافة تدخين الأبوين للنموذج الخاص بتدخين الولد يحسن التنبؤ، يمكننا طرح الإحصائية  $\chi^2$  الخاصة بتدخين الولد من تلك المتعلقة بتدخين الولد + تدخين الأبوين، فبفرض معرفة  $\chi^2$  الخاصة بتدخين الأبوين، نجد قيمة  $\chi^2$  الخاصة بتدخين الطفل نفسه تساوي  $2.1 = 2.7 - 0.6$  بدرجتين من الحرية  $2 = 6 - 8$  وبما أن هذه القيمة قريبة من تلك المتوقعة بالمصادفة، فلا توجد دلالة على أي تأثير لتدخين الأبوين. وهكذا لا يوجد دلالة على تأثير التدخين السلبي هنا.

الجدول 14.17 : لوجيت نسبة المصرخين بالسعال الصباحي من قبل الأبوين المدخنين ومن قبل الأولاد أنفسهم

تدخين الأولاد		تدخين الأبوين	
لا يدخن أبداً	مرة واحدة فقط	بعض الأحيان	مرة واحدة على الأقل أسبوعياً
3.75-	3.26-	3.29-	
3.73-	3.38-	3.56-	
3.37-	3.16-	3.08-	
1.50-	1.47-	1.40-	



إن معاملات معادلة الانكفاء اللوجستي مبنية في الجدول (15.17). وتم اختيار (الصف لم يدخن) كصف مرجعي، وبالتالي فإن المعامل المقابل له يساوي الصفر. وعندها تقيس المعاملات الأخرى الفرق بين مجموعات المدخنين ومجموعات غير المدخنين الفقرة (6.17). فلطفل لم يدخن أبداً أُرَاحية التصريح بالسعال يعطي بالقيمة  $-3.425 = \text{لوغاريتم الأرجحية}$  ومنه الأرجحية  $= e^{-3.425} = 0.033$ . وبحسب الاحتمال من العلاقة:  $p/(1-p) = 0.033$  وتصبح قيمة  $p$  كما يلي:  $p = 0.033/(1+0.033) = 0.032$  أما لطفل يدخن سيجارة واحدة على الأقل في الأسبوع لدينا:  $\log \text{ odds} = -3.425 + 1.987 = -1.438$  ومنه الأرجحية  $= 0.237$  واحتمال التصريح بالسعال يعطي كما يلي:  $p/(1-p) = 0.237$  إذن  $p = 0.237/(1+0.237) = 0.192$  ومن الأمور الأكثر أهمية هو معدل الأرجحية الذي يقارن بين تأثير التدخين مرة واحدة على الأقل في الأسبوع وبين عدم التدخين مطلقاً. فلوغاريتم معدل الأرجحية هو معامل التدخين مرة واحدة أي 1.987، واللوغاريتم المعاكس  $1.987 = 7.29$  ومنه معدل الأرجحية 7.29.

الجدول 15.17 : معاملات النموذج اللوجستي للسعال الصباحي وتدخين الأطفال

الخطأ المعياري	المعامل	لتغير (البارامتر)
0.159	-3.425	الثابت
0.000 (arbitrary)	0.000	هو مرجح أيضاً
0.249	-0.096	مرة واحدة يدخن
0.301	0.258	بعض الأحيان يدخن
0.250	1.987	يدخن مرة واحدة على الأقل

فإذا كان لدينا متغير مُنبئ مستمر، فإن المعامل اللوجستي للانكفاء يمثل التغير في لوغاريتم الأرجحية إذا تزايد المتغير المنبئ وحدة قياس واحدة، واللوغاريتم المعاكس لهذا المعامل هو العامل الذي يجب أن تضرب به الأرجحية لزيادة المنبئ وحدة واحدة. عندما يكون لدينا دراسة: حالة - شاهد فيمكننا تحليل المعطيات باستخدام وضع الحالة أو الشاهد كمتغير ناتج في الانكفاء اللوجستي. وعندها تكون المعاملات هي لوغاريتم الخطورة النسبية التقريبية للمقابلة للعوامل.



## 9.17 استعمال انكفاء كوكس في بيانات البُقيا

### Survival data using Cox regression

إن إحدى مسائل معطيات البُقيا والتي نوقشت في الفقرة (6.15)، وهي مراقبة الأفراد الذين بقوا على قيد الحياة أثناء الدراسة. توجد مسألة هامة أخرى تتعلق بالتحليل متعدد العوامل. ليس لدينا في الغالب نموذج رياضي ملائم للكيفية التي ترتبط فيها البُقيا مع الزمن، أي منحنى البُقيا. إن الحل للنتيئة لهذه المسألة قد اقترح من قبل كوكس 1972 ويعرف بالانكفاء كوكس أو نموذج الخطورة النسبي. وتتلخص هذه الطريقة بأن المختبرين الذين يعيشون للزمن  $t$ ، يكون احتمال بلوغهم نقطة النهاية (الأجل) المتزامنة مع الزمن  $t$  هو  $h(t)$ ، وهو تابع غير معروف لـ  $t$ . نسمي احتمال الأجل: الخطورة، و  $h(t)$  تابع الخطورة hazard function ثم نفرض أن أي شيء يؤثر على الخطورة في زمن ما، سيكون تأثيره بالمعدل ذاته في جميع الأزمنة، وهكذا إذا كان ثمة شيء يضاعف الخطورة في (أجل) ما في اليوم الأول سيضاعف الخطورة أيضاً في اليوم الثاني، وكذلك في اليوم الثالث وهكذا... فإذا كان  $h_0(t)$  هو تابع الخطورة للمختبرين عندما تأخذ جميع المتغيرات المنبئة القيمة صفر، و  $h(t)$  تابع الخطورة للمختبر من أجل بعض القيم الأخرى للمتغيرات المنبئة فالنسبة  $h(t)/h_0(t)$  تتوقف على المتغيرات المنبئة فقط ولا تتوقف على الزمن  $t$  نسمي النسبة  $h(t)/h_0(t)$  معدل الخطورة. وهي الخطورة النسبية لنقطة النهاية (الأجل) التي تحدث في زمن معين ما. ومن الملائم إحصائياً، التعامل مع الفروق عوضاً عن المعدلات، لذا نأخذ لوغاريتم المعدل انظر الفقرة (A5) ونحصل على معادلة انكفاء من الشكل:

$$\log_e \left( \frac{h(t)}{h_0(t)} \right) = b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_p x_p$$

حيث  $x_1, \dots, x_p$  المتغيرات المنبئة و  $b_1, \dots, b_p$  معاملات سيتم تقديرها اعتماداً على البيانات المدروسة. وهذا ما ندعوه نموذج الخطورة النسبي لكوكس. يُمكننا انكفاء كوكس من تقدير قيم  $b_1, \dots, b_p$  والتي نعتبر أفضل تنبؤ للبُقيا للمشاهدة. ونلاحظ أنه لا يوجد حد ثابت  $b_0$ ، حيث يمكن تمثيله بالحد  $\log(h(t))$  لتابع الخطورة  $h_0(t)$ .



يبين الجدول (7.15) زمن تكرار حصوات المرارة، أي الزمن ليعلم المريض أن لديه حصوة مرارة حرة. مع متغير القطر الأعظمي والزمن اللازم لإغلاقها بوسط حمضي. يتم اختيار الفرق بين المرضى الذين أصابهم حصوة سابقاً وبين المرضى الذين حملوا أكثر من حصوة باستعمال اختبار لوغاريتم الرتب الفقرة (6.15). يمكن لانكفاء كوكس دراسة متغيرات منبئة مستمرة مثل قطر الحصوة، وفحص واختبار العديد من هذه المتغيرات في وقت واحد. يبين الجدول (16.17) نتائج انكفاء كوكس. وسنعرض اختبار مدى اعتداد تقريبي بعد تقسيم معامل الانكفاء على خطئه المعياري، فإذا كانت الفرضية الابتدائية التي تشير إلى أن المعامل يمكن أن يساوي الصفر في المجتمع الإحصائي هي فرضية صحيحة مما يؤدي لتوزيع طبيعي معياري. تختبر إحصائية كاي - مربع العلاقة بين زمن التكرار والمتغيرات المنبئة الثلاثة معاً، لا توجد علاقة يعتد بها بين القطر الأعظمي للحصوة ومن تشكيلها. ولذلك يمكننا أن نجرب نموذجاً لا يحوي هذا المتغير الجدول (17.17). ويبين توزيع كاي - مربع أن حذف متغير القطر الأعظمي للحصوة سيكون له تأثير صغير على زمن التكرار.

الجدول 16.17 : انكفاء كوكس لزمن تكرار الحصوة المرارية على وجود حصى متعددة،  
القطر الأعظمي للحصوة والأشهر اللازمة لإغلاقها

المتغير	المعامل	خطأ المعياري	$z$	$P$	95% مجال الثقة
وجود حصى متعددة	0.838	0.401	2.09	0.038	0.046 to 1.631
القطر الأعظمي	-0.023	0.036	-0.63	0.532	-0.094 to 0.049
زمن الانحلال	0.044	0.017	2.64	0.009	0.011 to 0.078

$$P < 0.006, \chi^2 = 12.57, 3 \text{ d.f.}$$

تمثل المعاملات في الجدول (17.17) لوغاريتم معدلات الخطورة. نلاحظ أن المعامل المقابل لمتغير الحصوات المتعددة يساوي - 0.963. فإذا أخذنا التابع العكسي للوغاريتم هذه القيمة لنجد  $\exp(0.963) = 2.62$ . وبما أن قيم المتغير السابق إما 0 أو 1، فيقيس المعامل المقابل للفرق بين الحصوات البسيطة والمتعددة. فالمرضى ذو الحصى المتعددة أكثر عرضة من المريض ذي الحصوة البسيطة بنسبة 2.62 خلال الزمن نفسه. يمكننا أن نجد 95% مجال ثقة لهذا التقدير وذلك بأخذ التابع العكسي للوغاريتم مجال الثقة الموجود في الجدول 17.17، 1.30 إلى 5.26. لاحظ أن المعامل الموجب المقابل للمتغير للنسبة، يعني تزايد خطر تكرار الإصابة



الحصاة مع مرور الزمن. يساوي معامل الانكفاء المقابل لتغير عدد الأشهر اللازمة للانحلال 0.043 وتساوي قيمة التابع العكسي للوغاريتم هذه القيمة 1.04. وبما أن هذا التغير الأخير كمي، تزداد نسبة الخطورة بمعدل 1.04 لكل شهر، أي أن خطر إصابة مريض يحتاج لشهرين لحل حصوته أكبر بـ 1.04 من إصابة مريض يحتاج لشهر واحد لحل حصوته. ويساوي خطر إصابة مريض يحتاج لثلاثة أشهر لحل حصوته 1.042 من إصابة مريض يحتاج لشهر واحد لحل حصوته وهكذا.

الجدول 17.17 : انكفاء كوكس لزمن تكرارات الحصوات على الوجود المتعدد للحصى وزمن الانحلال

النسبة	المتغير	المتغير	z	P	95% معال الثقة
وجود حصي متعدد	0.983	0.383	2.73	0.007	0.266 to 1.661
زمن الانحلال	0.043	0.017	2.59	0.011	0.010 to 0.076

$$P < 0.002, \chi^2 = 12.16, 2 d.f.$$

أما إذا كان لدينا فقط متغير أثناسي متعدد الحصى في انكفاء كوكس تكون القيمة الاحتمالية لإحصائية كاي - مربع هو  $\chi^2 = 6.11$  من أجل درجة حرية واحدة. في الفقرة (6.15) قمنا بتحليل هذه البيانات وذلك بمقارنة مجموعتين مستخدمين بذلك اختبار لوغاريتم الرتب فحصلنا على  $\chi^2 = 6.62$  بدرجة واحدة من الحرية. وهاتان الطريقتان متماثلتان ولكن بنتائج مختلفة، حيث أن اختبار لوغاريتم الرتب غير وسيطي أي لا يفترض أي شرط على توزيع زمن البقاء. نقول عن انكفاء كوكس أنه طريقة نصف وسيطية، لأنه لا يضع افتراضات على شكل توزيع زمن البقاء، ولكن يتطلب بعض الافتراضات على معدل الخطورة. تعطى بعض التعديلات النسوبة لفولر Fuller على انكفاء كوكس في كتاب (1991) Altman و Matthews and Farewell.

## 10.17 الانكفاء المرحلي (على مراحل) Stepwise regression

يعتبر الانكفاء على مراحل تقنية هامة تساعد على اختيار المتغيرات النبتة من خلال مجموعة كبيرة من المتغيرات. وتستعمل هذه التقنية في الانكفاء المتعدد، اللوجستي وكوكس.



يوجد منهجين أساسيين: يعتمد المنهج الأول على مبدأ خطوة إلى الأعلى أو الانكفاء إلى الأمام والمنهج الثاني يعتمد على مبدأ خطوة إلى الأسفل أو الانكفاء إلى الخلف. ففي الانكفاء إلى الأمام، نعد جميع معادلات الانكفاء ذي التصنيف الأحادي الممكنة. ثم نوجد المعادلة التي تقابل التفاوت الأعظمي، وبعد ذلك نعد جميع معادلات الانكفاء ذات التصنيف الثنائي بما فيها هذا المتغير. نختار المعادلة الموافقة للمتغير الأعظمي، ثم نكتب جميع معادلات الانكفاء ذات التصنيف الثلاثي بما فيها هذه للمتغيرات وهكذا. ونستمر في هذا حتى نتوصل إلى زيادة في المتغير لا يعتد بها. أما في منهج الانكفاء إلى الأدنى نبدأ بإعداد معادلة الانكفاء بحيث تحوي جميع للمتغيرات المنبئة ثم نستبعد المتغير الذي يجعل كمية المتغير المحسوبة بالنسبة له في القيمة الصغرى وهكذا توجد أيضاً طرائق أكثر تعقيداً نلقي صفحاً عنها.

يجب الانتباه أثناء استعمال هذه الطرق، حيث يمكن للتقنيات المرحلية المختلفة أن تعطي مجموعات من المتغيرات المنبئة مختلفة. ويظهر هذا بشكل خاص إذا كانت المتغيرات المنبئة مرتبطة ببعضها البعض إحصائياً. تساعد مثل هذه التقنيات على اختيار مجموعة صغيرة من المتغيرات المنبئة للاستفادة منها في التعديل والتنبؤ. إن الطرائق المرحلية يمكن أن تكون مضللة جداً. فعندما تكون المتغيرات المنبئة مرتبطة بشكل قوي ودخل أحد المتغيرات معادلة الانكفاء في التحليل المرحلي فقد لا يدخل المتغير الآخر، بالرغم من ارتباطه مع المتغير الناتج. وهكذا لن يظهر في المعادلة النهائية.

## 11.17 تحليل ميتا: البيانات القادمة من دراسات متعددة

### Meta-analysis: data from several studies

يعتبر تحليل ميتا تركيباً لمعطيات من دراسات متعددة وذلك لإعطاء تقدير وحيد. من وجهة نظر إحصائية يعتبر هذا التحليل تطبيقاً مباشراً للطرق متعددة العوامل. يوجد لدينا دراسات متعددة حول نفس الموضوع، مثل التجارب السريرية أو الدراسات الوابئة، والتي يمكن أن تكون مأخوذة من عدة بلدان. تزودنا كل تجربة بتقدير لنتيجة واقعة ما. سنفترض أن هذه القيم هي تقديرات لوسيط المجتمع الكلي. سنضع مجموعة من الشروط لهذا التحليل، وإذا كانت هذه الشروط محققة، فنستطيع تركيب تقديرات الدراسات المنفصلة



للوصول إلى تقدير مشترك. يمكننا اعتبار هذه المسألة تحليل متعدد العوامل بحيث أن العلاج أو معامل الخطر هو واحد من المتغيرات المتنبئة والدراسة هي المتغير القوي الآخر.

تظهر المشاكل الرئيسية لتحليل مبيتا قبيل تطبيقه على المعلومات والمعطيات المدروسة. ويلزمنا أولاً تعريف واضح للسؤال التالي: كيف نختار الدراسات التي تؤدي لأفضل النتائج وإهمال الدراسات الأخرى. على سبيل المثال، إذا أردنا معرفة ما إذا كان انخفاض الكوليسترول المصلي ينقص عدد الوفيات من مرض الشريان الإكليلي، علينا ألا ندخل في الدراسة الحالات التي تفشل فيها محاولة تخفيض الكوليسترول. من جهة ثانية إذا كان السؤال يتعلق بمجداوى الحماية في تخفيض معدل الوفيات، علينا أن نأخذ بمثل هذه الدراسة. وعلى هذا فالدراسات المعتمدة يمكن أن تؤثر على النتائج (Thompson 1993). ثانياً يجب أن يكون لدينا جميع الدراسات السابقة. ولهذا لا يعد مراجعة بسيطة للبحوث السابقة كافياً. وكذلك ليست جميع الدراسات التي بدأت قد تم نشرها، وذلك لأن الدراسات التي أوصلت إلى فروق ذات دلالة إحصائية أكثر حظاً للنشر من تلك الدراسات التي لم تؤدي لذلك، انظر (Pocock and Hughes, 1990) و (Easterbrook et al 1991). حيث أن نشر الدراسات التي تعطي فروقاً يُعتد بها إحصائياً، يقسم البيانات والمعطيات الإحصائية إلى قسمين، قسم يؤدي إلى ذلك الفرق الذي يُعتد به وقسم آخر يتم تجاهله من قبل الباحثين. إن نشر النتائج غير المرغوب فيها لا تلقى تشجيعاً من قبل الناشرين. ثم إن الباحثين يشعرون أن النشر باللغة الإنكليزية أكثر وجهة لأهم وصل إلى جمهور أوسع، لذلك يحاولون البدء بذلك، ولا ينشرون بلغتهم الأصلية إلا إذا تعلمت النشر باللغة الإنكليزية. وعلى هذا فالمنشورات باللغة الإنكليزية يمكن أن تحوي على نتائج إيجابية تفوق مثيلاتها باللغات الأخرى. تدعى ظاهرة نشر الدراسات ذات الاعتداد الإحصائي وذات النتائج الإيجابية أكثر من تلك الدراسات التي لم تؤدي إلى نتائج إيجابية، بالنشر المنحاز. ولذلك يجب عدم الاكتفاء بالدراسات المنشورة، بل يجب استخدام العلاقات الشخصية للاطلاع على الدراسات غير المنشورة وعندئذٍ نقوم بتطبيق تحليل مبيتا.

فإذا حصلنا على جميع الدراسات المحققة للتعريف، فإننا ندعها للحصول على مقدر مشترك لتأثير العلاج أو لعامل الخطر. ثم ننظر في الدراسات التي تزودنا بالعديد من



المشاهدات من نفس المجتمع الإحصائي. في الواقع يوجد خطوتين أساسيتين في تحليل مينا. في الخطوة الأولى تجمع الدراسات التي تزودنا بتقديرات للشيء نفسه. وفي الخطوة الثانية، نحسب التقدير المشترك ومجال الثقة له. وللقيام بذلك يجب الوصول للمعطيات والملاحظات الأصلية والتي استندت عليها جميع الدراسات السابقة، والتي تدمج معاً في ملف بيانات كبير وتدرس كمتغير واحد، أو من الممكن أن يكون لدينا ملخص إحصائي من الدوريات العلمية.

فإذا كان المتغير الناتج مستمراً كمتوسط انخفاض ضغط الدم، عندئذ يمكننا التحقق أن المختبرين من المجتمع الإحصائي نفسه باستخدام تحليل التفاوت، بدراسة العلاج أو معامل الخطورة، والتفاعل بينها في النموذج المقترح. كما يمكن أيضاً استخدام الانكفاء المتعدد، على ألا ننسى أن هذه الدراسة تتطلب متغيراً فئوياً، ومتغيرات خرساء تختبر الآن تفاعل الدراسة لأزمة المعالجة بالطريقة العادية. فإذا كان هذا التفاعل ذا اعتداد إحصائي عندئذ تشير النتيجة إلى أن تأثير العلاج يتغير من دراسة إلى أخرى وبالتالي لا يمكن دمج هذه الدراسات. وإن مثل هذا التفاعل هام. ونلاحظ أنه من غير المهم أن يتغير ضغط الدم من دراسة إلى أخرى. ولكن المهم أن يتغير أكثر مما كنا نتوقع. وعلينا أن نتفحص الدراسات لرؤى فيما إذا كان ثمة ميزة لهذه الدراسات توضح هذا التغير. ويمكن أن يكون هذا صفة مميزة للمختبرين، المعالجة أو مجموعة المعطيات. أما إذا لم يكن ثمة تفاعل فيمكننا حذف الحد العائد للتفاعل في النموذج، عندها تكون المعالجة أو تأثير عامل الخطورة هو التقدير الذي نريده. أما خطواته المعيارية ومجال الثقة له يمكن إيجادها كما هو موصوف في الفقرة (2.17).

أما إذا كان المتغير الناتج إثنائسي (غير مستمر). كنجاة أو وفاة مختبر ما، عندئذ يكون تقدير المعالجة أو تأثير عامل الخطورة على شكل معدل الأرجحية الفقرة (7.13). ويمكننا كما فعلنا في حالة وجود متغير ناتج مستمر استعمال طريقة الانكفاء اللوجستي الفقرة (8.17) ويوجد العديد من الطرق التي تدرس التجانس بين معدلات الأرجحية عبر الدراسات المختلفة، كاختبار وولف (woolfs test) انظر (Armitage and Berry, 87) أو (Breslow and Day, 80). يعطي جميع هؤلاء الباحثين أجوبة متشابهة، وبما أنهم يعتمدون على عينات مختلفة الحجم، فكلما كانت العينات المدروسة أكبر حجماً كان التماثل في



النتائج أكبر. وبشرط تجانس معدلات الأرجحية خلال الدراسات، نستطيع تقدير معدل الأرجحية العام. ونستطيع فعل ذلك باستخدام طريقة مانتل - هانزيل (Armitage and Berry, 87) أو بطريقة الانكفاء اللوجستي.

الجدول 18.17 : معدلات الأرجحية ومجالات الثقة في خمس دراسات لتأثير الفيتامين A على المرض الخمجي

الدراسة	كمية الجرعة	فيتامين A		الشاهدة	
		العدد	الوفيات	العدد	الوفيات
1	200 000 IU خلال 6 أشهر	101	12 991	130	12 209
2	200 000 IU خلال 6 أشهر	39	7 076	41	7 006
3	8 333 IU أسبوعياً	37	7 764	80	7 755
4	200 000 IU خلال 4 أشهر	182	12 541	210	12 264
5	200 000 IU مرة واحدة	138	3 786	167	3 411

على سبيل المثال، قام كل من غلاسكو وماكيراس (1993) (Glaszied and Mackerras) بتطبيق تحليل ميتا لتأثير الفيتامين A على المرض الخمجي. ويبين الجدول (18.17) خمس دراسات مختلفة. ويمكن الحصول على معدلات الأرجحية ومجالات الثقة كما هو موضح في الفقرة (7.13) وتعطى النتائج في الجدول (19.13).

الجدول 19.17 : معدلات الأرجحية ومجالات الثقة في خمس دراسات للفيتامين A لتأثير الفيتامين A على المرض الخمجي

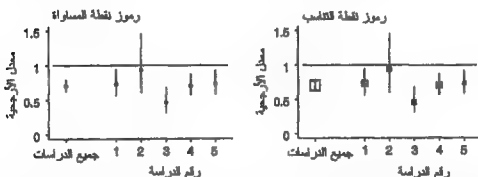
الدراسة	نسبة الاحتمالات	95% مجال التوثيق
1	0.73	0.56 to 0.95
2	0.94	0.61 to 1.46
3	0.46	0.31 to 0.68
4	0.70	0.57 to 0.87
5	0.73	0.58 to 0.93

ويتم الوصول إلى معدل الأرجحية المشتركة بعدة طرق. فإذا استعملنا طريقة الانكفاء اللوجستي، فإننا ندرس انكفاء متغير الوفاة على علاج الفيتامين A ومتغير الدراسة. وستعامل مع العلاج كمتغير إثناسي حيث سيأخذ هذا المتغير القيمة 1 إذا تمت المعالجة بالفيتامين A والقيمة 0 للشاهد. إن متغير الدراسة فقوي ولذلك سنعرف أربعة متغيرات عرساء من الدراسة 1 حتى الدراسة 4 فمقابل الدراسات من 1 إلى 4 هذه على الترتيب



بالعدد 1 وخلاف ذلك تقابله بـ 0 بخلاف ذلك. وسنختبر التفاعل بتعريف مجموعة أخرى من المتغيرات، وهي جداول الدراسات من 1 إلى 4 والفيتامين A. إن الدراسة: الانكفاء اللوجستي للوفاة على فيتامين A والتفاعل يعطينا إحصائية كاي-مربع للنموذج هي 496.99 بـ 9 درجات من الحرية، بمستوى اعتداد عال. ويعطي الانكفاء اللوجستي بلون حدود التفاعل القيمة 490.33 لإحصائية كاي مربع بـ 5 درجات حرية. وبالتالي فالفرق بين الدراستين يعطى بـ  $496.99 - 490.33 = 6.66$  بـ  $9 - 5 = 4$  درجة حرية حيث  $P = 0.15$ ، وهكذا يمكننا إسقاط حدود التفاعل في النموذج المدروس. وقيمة نسبة الأرجحية المعدلة لفيتامين A تساوي 0.70 وبمجال الثقة بمستوى 95% هو من 0.62 إلى 0.79 وباحتمال  $P < 0.0001$ .

ويبين الشكل (17.5) معدلات الأرجحية ومجالات الثقة المقابلة. ويشار إلى مجال الثقة بخط مستقيم ويرمز للتقدير النقطة لمعدل الأرجحية بدائرة. في هذا الشكل نرى بوضوح أن العلاج المقابل للدراسة الثانية يبدو أكثر أهمية ويقابل أوسع مجال ثقة في الحقيقية، إنما الدراسة الأقل تأثيراً على التقدير الإجمالي، وذلك لأنها الدراسة حيث معدل الأرجحية هو التقدير الأقل جودة. في الشكل الثاني، يمثل معدل الأرجحية بمركز مربع. وتتناسب مساحة هذا المربع مع عدد المختبرين الداخلين في الدراسة. وهذا ما يوضح أن الدراسة الثانية غير هامة نسبياً وتجعل التقدير الإجمالي هو البارز في الدراسة.



الشكل 17.5 : تحليل ميتا (Meta) للتجارب الخمس لفيتامين A (معلومات Mackerras و Glasziou 1993)  
الخطوط الشاقولية هي مجالات الثقة



# M 17 أسئلة الاختيار من متعدد من 93 إلى 97

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ

93. في الانكفاء المتعدد يكون  $R^2$ :

أ - مساوياً لمربع معامل الارتباط المتعدد

ب - لا يتغير  $R^2$  إذا بادلنا بين المتغير الناتج (غير المستقل) وأحد المتغيرات المنبئة (المستقلة)

ج - يدعى  $R^2$  نسبة التفسيرية المشروحة (المفسرة) بالانكفاء

د - هو نسبة خطأ مجموع المربعات على مجموع المربعات الكلي

هـ - يزداد  $R^2$  كلما أضفنا متغيرات تنبؤ جديدة على النموذج المدروس

الجدول 20.17 : تحليل التباوت لتأثيرات العمر والجنس والزمرة العرقية (إفريقي - كاريبي مقابل اللون الأبيض) على المسافة الداخلية بين الحلقتين

مصدر التفرقة	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تفاوت (F)	الاحتمال
المجموع	37	603.586			
عمر المجموعة	2	124.587	62.293	6.81	0.003
الجنس	1	1.072	1.072	0.12	0.7
	1	134.783	134.783	14.74	0.005
الحقيقتين	33	301.782	9.145		

94. يوضح تحليل التباوت للدراسة المسافة بين الحلقتين في الجدول (20.17).

أ - يوجد 34 مشاهدة

ب - يوجد زمرة عرقية واضحة مختلفة في المجتمع الإحصائي

ج - يمكننا أن نستنتج بأنه لا يوجد فرق في المسافة بين الحلقتين بين النساء والرجال

د - توجد زميرتان عمريتان

هـ - إن الفرق بين الزمر العرقية قد يكون مردها إلى العلاقة بين الصفة العرقية والعمر في العينة



95. يوضح الجدول (21.17) الانكفاء اللوجستي لإخفاق الطعم الوريدي على بعض

المتغيرات التفسيرية الكمونية. من هذا التحليل نجد ما يلي:

آ - يكون المرضى الحاملين لعدد كبير من الكريات البيضاء أكثر عرضة لإخفاق الطعم

ب - يقع لوغاريتم الأرجحية للطعم الفاشل لمرضى السكري بين 0.389 وبين 2.435

وتكون هذه النسبة أكبر مما عند غير المصابين بالسكري

الجدول 21.17 : الانكفاء اللوجستي لفشل الطعم بعد 6 أشهر (Thamas et al. 1993)

المتغير	المعامل	خطأ المعياري	$z = \text{coef/SE}$	الإحتمال	95% مجال الثقة	
عدد الكريات البيضاء	1.238	0.273	4.539	< 0.001	0.095	1.781
الطعم 1	0.175	0.876	0.200	0.842	-1.570	1.920
الطعم 2	0.973	1.030	0.944	0.348	-1.080	3.025
الطعم 3	0.038	1.518	0.025	0.980	-2.988	3.061
إناث	-0.289	0.767	-0.377	0.708	-1.816	1.239
العمر	0.022	0.036	0.633	0.528	-0.048	0.092
المدخن	0.998	0.754	1.323	0.190	-0.504	2.501
السكري	1.023	0.709	1.443	0.153	-0.389	2.435
الثابت	-13.726	3.836	-3.578	0.001	-21.369	-6.083

$P < 0.0001$ ، درجة الحرية = 8، مربع - كاي = 38.05،  $n = 84$  = عدد المشاهدات

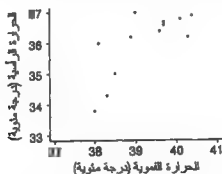
ج - يكون الطعم أكثر عرضة لفشل عند الإناث لذا لا يُعتد بهذا الاختبار إحصائياً إن

المواضيع الأتوية أكثر عرضة للفشل في الوخز من غيرهم ولكن هذا الأمر غير دال إحصائياً

د - يوجد أربع أنواع للطعم

هـ - إن وجود علاقة بين عدد الكريات البيضاء وإخفاق الطعم يمكن أن يعود إلى

المدخنين الذين يحملون عدداً أكبر من الكريات البيضاء



الشكل 6.17 : درجة الحرارة القموية والرأسية لدى زمرة من المرضى المصابين بالحمى



96. من أجل البيانات الموجودة في الشكل (6.17):

- أ - يجب أن نبحت عن علاقة انكفاء خطي بين المتغيرين  
 ب - يمكن أن نستخلص مربع الحرارة القموية لاختبار ما إذا كان ثمة دالة أن العلاقة غير خطية  
 ج - إذا تضمن النموذج المدروس مربع الحرارة القموية فإن درجة حرية النموذج مساوية لـ 2  
 د - يكون معامل الحرارة القموية ومربع الحرارة القموية غير مترابطين  
 هـ - إن تقدير معامل الحد الترييحي سيتحسن إذا طرحنا المتوسط الحسابي من الحرارة القموية قبل الترييع.

الجدول 22.17 : انكفاء كوكس لزمن عودة الأطفال المصابين بالربو إلى المشفى بعد تخرجهم منه

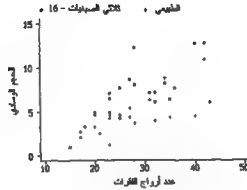
المتغير	المعامل	الخطأ المعياري	Coeffs	P الاحتمال
قطر	-0.197	0.088	-2.234	0.026
العمر	-0.126	0.017	-7.229	<0.001
الدخول السابق للمشفى	0.393	0.034	11.695	<0.001
مرضى معالج بـ L7	0.267	0.093	2.876	0.004
مرضى معالج بـ بوليبيد	-0.728	0.295	-2.467	0.014

عدد المشاهدات = 1024،  $\chi^2 = 167.15$ ، 5 درجات حرية،  $P < 0.0001$

97. يبين الجدول (22.17) نتائج متابعة الدراسة الرقابية للأطفال المصابين بالربو والمخرجين من المشفى. من هذا الجدول نجد ما يلي:

- أ - يجب تنفيذ الدراسة فقط في حال عودة جميع الأطفال إلى المشفى  
 ب - نموذج الخطورة النسبية أفضل من نموذج كوكس  
 ج - متوسط زمن رجوع الأولاد الذكور إلى المشفى أقل من زمن رجوع الإناث  
 د - إن استعمال الثيوفيلين (مصنع من أوراق الشاي) يمنع المرضى من العودة للمشفى  
 هـ - الأطفال الذين تكرر دخولهم المستشفى، يزداد احتمال العودة إليها





الشكل 7.17 : حجم الوسادة الحاسوبية على الجنينين مقابل عدد الفقرات لزمريتين من أجنة الفئران (Webb and Brown, P.C)

الجدول 23.17 : عدد الجسيدات وحجم الوسادة الجنينية في جنين الفأر

الطبيعي		ثلاثي الصبغيات - 16	
حجم الوسادة عدد الفقرات	حجم الوسادة عدد الفقرات	حجم الوسادة عدد الفقرات	حجم الوسادة عدد الفقرات
17 2.874	28 3.704	15 0.919	28 8.033
20 3.299	31 6.358	17 2.047	28 12.265
21 2.486	32 3.966	18 3.302	28 8.097
23 1.202	32 7.184	20 4.667	31 7.146
23 4.263	34 8.803	20 4.930	32 6.104
23 4.620	35 4.373	23 4.942	34 8.211
25 4.644	40 4.465	23 6.500	35 6.429
25 4.403	42 10.940	23 7.122	36 7.661
27 5.417	45 6.035	25 7.686	40 12.706
27 4.395		25 4.230	42 12.757
		27 8.647	

### E.17 تمرين: تحليل الانكفاء المتعدد

تستعمل الفئران ثلاثية الصبغيات -16 كحيوان نموذجي لمتلازمة داون (Down). ينظر هذا التحليل لحجم منطقة القلب، الوسادة الأذنية لجنين الفأر، حيث نقارن بين جنينسي الفأر العادي وثلاثي الصبغيات. حيث أنه أثناء المراحل المختلفة لتطور الجنينين، يمكن دراسة هذه المراحل من خلال عدد الفقرات (فقرات العمود الفقري). يوضح كل من الشكل (7.17) والجدول (23.17) البيانات تدل المجموعة الرمزة بالعدد 1 للفئران الطبيعية والرمزة بالرقم 2 للفئران ثلاثية الصبغيات يوضح الجدول (24.17) نتائج تحليل الانكفاء ويوضح الشكل (8.17) مخطط المتبقيات.

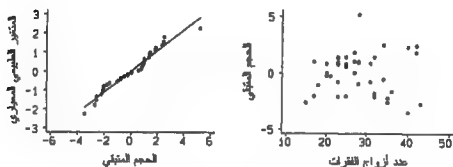


الجدول 24.17 : انكفاء حجم الوسادة على عدد أزواج الفقرات والمجموعة في جنين الفأر

مصدر التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	نسبة (F)	الاحتمال
المجموع	39	328.976			
طبقاً للانكفاء	2	197.708	98.854	27.86	$P < 0.001$
للمتبقيات (حول الانكفاء)	37	131.268	3.548		

للتغير	المعامل	الخطأ المعياري	t	P	95% مجال الثقة
الزمرة	2.44	0.60	4.06	$< 0.001$	3.65 to 1.29
الفقرات	0.27	0.04	6.70	$< 0.001$	0.36 to 0.19

- هل يوجد فرق واضح في الحجم بين الزمرتين في مرحلة من مراحل التطور؟
- يوضح الشكل (8.17) مخطط المتبقيات لتحليل الانكفاء في الجدول (24.17). هل يوجد بعض الميزات للبيانات المدروسة تجعل من هذا التحليل غير قانوني؟



الشكل 8.17 : المتبقيات بدلالة عدد أزواج الفقرات والاعتباط الطبيعي للمتبقيات

- يظهر من الشكل (7.17) أن العلاقة بين الحجم وعدد أزواج الفقرات مختلفة من زمرة إلى أخرى. يوضح الجدول (25.17) تحليل التفاوت لتحليل الانكفاء متضمناً حداً تفاعلياً. احسب النسبة  $F$  لاختبار أن العلاقة مختلفة بين الفئران الطبيعية والفئران ثلاثية الصبغيات. يمكنك أن تجد الاحتمال في الجدول (1.10)، استخدم الحقيقة القائلة إن الجذر التربيعي لـ  $F$  —  $1$  و  $n$  درجة من الحرية هو  $t$  —  $n$  درجة من الحرية.



الجدول 25.17 : تحليل التباوت لانكفاء عدد أزواج الجسيدات x تفاعل المجموعة

مصدر التباوت	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تباوت المسة (F)	الاحمال
المجموع	39	328.976			
طبقاً للانكفاء	2	207.139	69.046	20.40	$P < 0.0001$
التباينات (حول الانكفاء)	36	121.837	3.384		



---

## الفصل الثامن عشر

### تحديد حجم العينة

#### Determination of sample size

---

#### 1.18 تقدير متوسط المجتمع الإحصائي

##### Estimation of population mean

أحد الأسئلة الذي يتم طرحه غالباً في الإحصاء الطبّي "ما هو حجم العينة الذي يجب سحبها؟" سنرى في هذا الفصل كيف يمكن للطرق الاحصائية تحديد حجم العينات المستخدمة عملياً في تصميم الأبحاث. إن الطرق التي يجب أن نستخدمها هي طرق العينات الكبيرة في التحليل وبالتالي لن نمر اهتمامنا لعدد درجات الحرية. ولذلك سنستعمل بعض المفاهيم الإحصائية مثل الخطأ المعياري ومجالات الثقة للمساعدة في اتخاذ القرار بخصوص عدد الحالات التي يجب أن تتضمنها العينة. فإذا أردنا تقدير بعض وسطاء المجتمع الإحصائي، كالمتوسط مثلاً، وكنا نعرف العلاقة التي تربط الخطأ المعياري بحجم العينة، عندها يمكننا حساب حجم العينة المطلوبة لتعيين مجال ثقة بالعرض المرغوب به. إن الصعوبة تكمن في أن الخطأ المعياري قد يتوقف أيضاً على الوسيط الذي نرغب في تقديره أو على بعض الخواص الأخرى للمجتمع، مثل الانحراف المعياري. وعلمنا تقدير هذه الوسطاء من المعطيات المتاحة، أو تنفيذ دراسة للحصول على تقدير تقريبي. إن حساب حجم العينة هو في جميع الأحوال تقريبي، وبذلك فإن التقديرات التي تستخدم لحساب حجم العينة لا يطلب منها أن تكون دقيقة جداً.



إذا أردنا تقدير المتوسط لمجتمع ما يمكننا استخدام معادلة الخطأ المعياري للمتوسط  $s/\sqrt{n}$  وذلك لتقدير حجم العينة المطلوبة. فعلى سبيل المثال، إذا افترضنا أننا نرغب في تقدير متوسط FEV1 في مجتمع الليافعين. فإننا نعرف في دراسة سابقة أن لب FEV1 انحراف معياري  $s = 0.67$  ليتر وبذلك فإننا نتوقع أن يكون الخطأ المعياري للمتوسط  $0.67/\sqrt{n}$ . يمكننا تحديد الخطأ المعياري الذي نرغب به، ونختار حجم العينة للحصول على ذلك الخطأ. فإذا اتخذنا الخطأ المعياري المرغوب به هو 0.1 ليتر عندها تقدر المتوسط بـ  $0.2 = 0.1 \times 1.96$  وبالتالي  $SE = 0.67/\sqrt{n}$ ،  $SE^2 = 0.67^2/0.1^2 = 45$ ،  $n = 0.67^2/SE^2$  ونستطيع أيضاً أن نرى ماذا سيكون الخطأ المعياري لقيم مختلفة لـ  $n$ :

$n$	10	20	50	100	200	500
الخطأ المعياري	0.212	0.150	0.095	0.067	0.047	0.030

وإذا كان لدينا عينة حجمها 200 فإننا نتوقع أن 95% مجال ثقة سوف يكون 0.14 ليترًا على طرفي متوسط العينة 1.96 خطأ معيارياً بينما إذا كان حجم العينة هو 50 فإن 95% مجال الثقة سوف يكون 0.3 ليترًا على طرفي المتوسط.

## 2.18 تقدير نسبة المجتمع الإحصائي

### Estimation of a population proportion

عندما نرغب بتقدير نسبة فإن هناك مشكلة أخرى. إن الخطأ المعياري يعتمد على هذه الكمية التي نرغب في تقديرها. فيجب أن نقدر النسبة أولاً ثم نحدد حجم العينة، فعلى سبيل المثال إذا فرضنا أننا نرغب في تقدير نسبة انتشار مرض ما والتي نتوقعها أن تكون حوالي 2%، بتقريب 1 بالألف. نقدر النسبة غير المعروفة  $p$  بـ 0.02 ونريد أن يكون 95% مجال الثقة بطول 0.001 على كل طرف وبذلك فإن الخطأ المعياري يجب أن يكون نصف هذه الكمية أي 0.0005:

$$0.0005 = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{0.02(1-0.02)}{n}}$$

$$n = \frac{0.02(1-0.02)}{0.0005^2} = 78400$$



إن التقدير الدقيق للنسب الصغيرة جداً يتطلب أن يكون حجم العينة كبيراً. ولكن هذا عبارة عن مثال حدي جداً، وإننا عادة لا نرغب بتقدير هذه النسب بتلك الدقة العالية. يمكن الحصول على مجال ثقة أطول بحجم عينة أصغر وهو عادة مقبول. ويمكننا أيضاً أن نسأل إذا كان بإمكاننا فقط التعامل مع حجم عينة 1000 فماذا سوف يكون الخطأ المعياري؟

$$\sqrt{\frac{0.02(1-0.02)}{1000}} = 0.0044$$

عندها ستكون حدود 95% مجال ثقة وبشكل تقريبي  $p \pm 0.009$ . فعلى سبيل المثال إذا كانت القيمة المقدرة 0.02، فإن حدي الثقة 95% تكون من 0.011 إلى 0.029. فإذا كانت هذه الدقة كافية فإننا نتابع العمل.

تعتمد هذه التقديرات لحجم العينة على الفرضية القائلة بأن حجم العينة كبير بما فيه الكفاية للاستفادة من خواص التوزيع الطبيعي. فإذا كان حجم العينة صغيراً جداً فإن هذه الطريقة سوف تكون غير مناسبة ويجب استخدام طرق أخرى خارجة عن موضوع هذا الكتاب.

### 3.18 حجم العينة المطلوبة لاختبار الاعتدال

#### Sample size for significance test

غالباً ما نريد أن نبين وجود فرق أو علاقة كما نرغب بتقدير قوتها، كما في التجارب الطبية على سبيل المثال. نخضع حسابات حجم العينة لاختبارات الاعتدال باستخدام قوة الاختبار الفقرة (9.9) للمساعدة في اختيار حجم العينة المطلوب لاكتشاف ما إذا كان ثمة فرق. ترتبط قوة الاختبار بالفرق المفترض وجوده في المجتمع الإحصائي وأيضاً بالخطأ المعياري لفرق العينة (والذي بدوره يعتمد على حجم العينة) وعلى مستوى الاعتدال والذي هو عادة  $\alpha = 0.05$ . ترتبط هذه الكميات مع بعضها بمعادلة تسمح لنا بتحديد أي كمية إذا كانت الكميات الأخرى معلومة ومتوفرة. عندها يمكننا تحديد حجم العينة المطلوب للكشف عن فرق ما. عند ذلك نحدد الفرق الذي نحتاجه ومن ثم نحدد حجم العينة التي يمكننا من كشف هذا الفرق. فقد يكون فرق ذو أهمية طبية أو أنه فرق ناتج من العلاج للمستعمل.



إذا فرضنا أن هناك عينة تعطي تقديراً  $d$  للفرق في المجتمع الإحصائي  $\mu_H$ . نفرض أن  $d$  يتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط  $\mu_H$  وخطأ معياري  $SE(d)$ . يمكن أن تكون  $d$  الفرق بين متوسطين أو نسبتين أو أي شيء آخر يمكن حسابه من المعطيات. إننا نهتم باختبار الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود فرق في المجتمع الإحصائي أي  $\mu_H = 0$ . سوف نستخدم اختبار اعتداد بمستوى  $\alpha$  ونرغب أن تكون قوة الاختبار أو احتمال كشف فرق يعتد به هو  $P$ .

سنعرف  $u_\alpha$  بحيث يكون المتغير الطبيعي المعياري  $u$  (ذو المتوسط 0 والتفاوت 1) أقل من  $-u_\alpha$  أو أكبر من  $u_\alpha$  باحتمال قدره  $\alpha$ . على سبيل المثال،  $u_{0.05} = 1.96$ . وعندها سيكون احتمال أن تقع  $u$  بين  $-u_\alpha$  و  $u_\alpha$  هو  $1 - \alpha$ .

إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فإن إحصائية الاختبار  $d/SE(d)$  ستوزع توزيعاً طبيعياً معيارياً. فنرفض الفرضية الابتدائية بمستوى  $\alpha$  إذا كانت إحصائية الاختبار أكبر من  $u_\alpha$  أو أقل من  $-u_\alpha$ ، تقابل القيمة 1.96 مستوى الاعتداد 5%. من أجل وجود فرق يُعتد به يجب أن يتحقق:

$$\frac{d}{SE(d)} < -u_\alpha \text{ أو } \frac{d}{SE(d)} > u_\alpha$$

لنفرض أننا نحاول أن نكشف الفرق بحيث أن تكون  $d$  أكبر من 0. البديل الأول هو غير متوقع تماماً ويمكن إهماله، وبذلك يجب أن يكون  $d/SE(d) > u_\alpha$  أو  $d > u_\alpha SE(d)$ . من أجل فرق يعتد به، والقيمة الحرجة التي يجب أن تتجاوزها  $d$  هي  $u_\alpha SE(d)$ .

نجد الآن أن  $d$  هو متغير عشوائي ومن أجل بعض العينات فإنه سوف يكون أكبر من متوسطه  $\mu_H$  ولبعض العينات الأخرى سوف يكون أقل من متوسطه.  $d$  هي عبارة عن مشاهدة من توزيع طبيعي بمتوسط  $\mu_H$  وتفاوت  $SE(d)^2$ . نريد أن تتجاوز  $d$  القيمة الحرجة باحتمال  $P$ ، القوة المختارة للاختبار تعطي قيمة المتغير الطبيعي المعياري التي تم تتجاوزها قيم التوزيع باحتمال  $P$  هي:  $-\mu_{(1-P)} - \mu_{(1-P)}$  (انظر الشكل 18.1). يتم تمثيل  $(1 - P)$  غالباً بـ  $\beta$ .



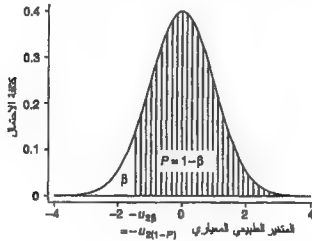
وهذا هو احتمال فشلنا في الحصول على فرق يُعتد به، عندما تكون الفرضية الابتدائية خاطئة وعندما يكون فرق المجتمع الإحصائي هو  $\mu_d$ . وهذا هو الخطأ من النوع الثاني Type II الفقرة (4.9). ونجد القيمة التي تتجاوزها  $d$  باحتمال  $P$  هي:  $\mu_d - u_{2(1-P)}SE(d)$ . وهكذا من أجل وجود فرق يُعتد به يجب أن تتجاوز هذه القيمة الحرجة  $u_{\alpha}SE(d)$  وهذا ما يعطي:

$$\mu_d - u_{2(1-P)}SE(d) = u_{\alpha}SE(d)$$

وعند تعويض معادلة الخطأ المعياري الصحيحة في المعادلة أعلاه فإن هذا يعطينا حجم العينة المطلوب، ويمكن ترتيبها على الشكل التالي:

$$\mu_d^2 = (u_{\alpha} + u_{2(1-P)})^2 SE(d)^2$$

هذا هو الشرط الذي يجب أن يتحقق إذا رغبت بالحصول على احتمال  $P$  للكشف عن فرق يُعتد به بمستوى  $\alpha$ . علينا استخدام  $(u_{\alpha} + u_{2(1-P)})^2$  كثيراً، ولذا وللتبسيط سوف نرمز لها  $f(\alpha, P)$ . يبين الجدول (1.18) قيم المعامل  $f(\alpha, P)$  من أجل قيم مختلفة لكل من  $\alpha$  و  $P$ . عادة ما يتم استخدام القيمة  $\alpha = 0.05$  و  $P = 0.80$ ، أو  $0.90$  أو  $0.95$ .



الشكل 1.18 : العلاقة بين  $P$  و  $u_{2(1-P)}$



الجدول 1.18 : قيم  $f(\alpha, P) = (u_\alpha + u_{2(1-P)})^2$  من أجل قيم مختلفة لكل من  $\alpha$  و  $P$

مستوى الاعتداد $\alpha$		قوة الاحبار
0.01	0.05	
6.6	3.8	0.50
9.6	6.2	0.70
11.7	7.9	0.80
14.9	10.5	0.90
17.8	13.0	0.95
24.0	18.4	0.99

## 4.18 مقارنة متوسطين Comparison of two means

عندما نقارن متوسطي عينتين حجمهما  $n_1$  و  $n_2$  مسحوبتين من مجتمعين متوسطاهما  $\mu_1$  و  $\mu_2$  وتفاوتهما المشترك  $\sigma^2$ ، نجد لدينا  $\mu_3 = \mu_1 - \mu_2$ .

$$SE(d) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n_1} + \frac{\sigma^2}{n_2}}$$

وبذلك تصبح المعادلة:

$$(\mu_1 - \mu_2)^2 = f(\alpha, P) \sigma^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)$$

على سبيل المثال، دعونا نفرض أننا نرغب بمقارنة ثنائي العضلات ذات الرأسين في المرضى المصابين بمرض Crohn والمرض البطني Coeliac، وذلك بمتابعة المقارنة غير الشاملة لثنائي العضلات الواردة في الجدول (4.10). في دراسة موسعة فإنه يلزمنا تقدير التفرقة في ثنائي العضلات في المجتمع الإحصائي الذي نحن في صدد. يمكننا الحصول على هذه المعلومات عادة من المراجع الطبية أو في هذه الحالة من معطياتنا وفي حال عدم توفر هذه المعلومات فإنه علينا إجراء دراسة استطلاعية وهي عبارة عن بحث صغير أولي يساعدنا في تجميع المعطيات وحساب الانحراف المعياري. بالنسبة للمعطيات الموجودة في الجدول (4.10) فإن الانحراف المعياري داخل المجموعات هو 2.3 mm. علينا تحديد ما هو الفرق الذي نرغب في كشفه.



من الناحية العملية فإن هذا صعب. في دراستي الأولية كان متوسط السماكة لثنايا العضلات في مرضى Chron حوالي 1 mm أكبر منه في مرض Coeliac. وسوف أصمم دراستي الموسعة لتكشف فرقاً مقداره 0.5 mm. وسأأخذ مستوى الاعتدال المألوف 0.05. ونريد هنا قوة اختبار عالية بحيث يوجد احتمال قوي لكشف فرق بالحجم المختار إذا كان موجوداً. والقيم المتعارف عليها للقوة هي 0.90 أو 0.95. وسأأخذ القيمة 0.9 التي تعطي  $f(\alpha, P) = 10.5$  من الجدول (1.18). وتصبح المعادلة الأخيرة بالشكل:

$$0.5^2 = 10.5 \times 2.3^2 \times \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)$$

يوجد هنا معادلة معجهولين، وبناءً عليه فإنه يجب علينا تحديد العلاقة بين  $n_1$  و  $n_2$  وسنحاول أن نأخذ عدداً متساوياً من العناصر في المجموعتين فنجد:

$$0.5^2 = 10.5 \times 2.3^2 \times \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \right)$$

$$n = \frac{10.5 \times 2.3^2 \times 2}{0.52} = 444.36$$

و بالتالي تتطلب الدراسة وجود 444 حالة في كل مجموعة.

الجدول 2.18 : الفرق في متوسط سماكة جلد ثنايا

العضلات بـ (mm) تم كشفه بمستوى اعتدال 5% وقوة

90% من أجل حجم عينات مختلفة ومجموعات

متساوية

الفرق للكشف باحتمال 90%	حجم كل مجموعة n
3.33	10
2.36	20
1.49	50
1.05	100
0.75	200
0.47	500
0.33	1000



من الممكن أن لا نعرف بالضبط ما هو حجم الفرق الذي نحن مهتمين به. إحدى الطرق المفيدة هي أن ننظر إلى حجم الفرق الذي نود كشفه باستخدام عينات ذات أحجام مختلفة كما هو في الجدول (2.18). وهذا يتم بوضع قيم مختلفة لـ  $n$  في معادلة حجم العينة.

الجدول 2.18 : حجم العينة المطلوب في كل مجموع للكشف عن فرق بين متوسطين عند مستوى الأهمية 5% عند قوة 90% باستخدام عينات ذات أحجام متساوية

$n$	الاختلاف في الانحراف المعياري	$n$	الاختلاف في الانحراف المعياري	$n$	الاختلاف في الانحراف المعياري
58	0.6	2100	0.1	21000	0.01
43	0.7	525	0.2	52500	0.02
33	0.8	233	0.3	23333	0.03
26	0.9	131	0.4	13125	0.04
21	1.0	84	0.5	8400	0.05

إذا قمنا بعملية قياس للفرق بدلالة الانحراف المعياري فإن بإمكاننا أن نشكل جدولاً عاماً. الجدول (2.13) يعطي حجم العينة المطلوب لكشف الفروق بين مجموعتين متساويتين الحجم. يشرح Altman (1983) طريقة بيانية بحثة لعملية الحساب.

لا يلزم أن يكون  $n_1 = n_2 = n$ ، يمكننا حساب  $\mu_1 - \mu_2$  من أجل تركيبات لكل من  $n_1$  و  $n_2$ . ويكون حجم الفرق بدلالة الانحراف المعياري والذي سيتم كشفه معطى بالجدول (2.14) ومنه يمكننا أن نرى أن المهم هنا حجم العينة الصغرى، فعلى سبيل المثال، إذا كان هناك 10 في المجموعة 1 و 20 في المجموعة 2 فإننا لا نحصل على أي شيء بزيادة عدد عناصر المجموعة 2 من 20 إلى 100 على سبيل المثال لأن ذلك أقل أهمية من زيادة عدد عناصر المجموعة 1 من 10 إلى 20. في هذه الحالة، فإنه من الأفضل أن يكون للعنيتين حجمان متساويان.

تسمح لنا الطريقة المشروحة أعلاه بمقارنة عينات مستقلة عن بعضها، عندما يكون هناك مشاهدات على شكل أزواج مرتبة كما هو الحال في تجربة العبور التقاطعي فإنه يجب الأخذ بعين الاعتبار طريقة المزاوجة. إذا كان هناك معطيات عن توزيع الفروق ومن ثم تفاوتها  $s_d^2$ ، فإن الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين هو  $SE(d) = \sqrt{s_d^2 / n}$ ، ولكن إذا لم يكن هناك معطيات عن توزيع الفروق ولكن يوجد لدينا تقدير لمعامل الارتباط  $r$  بين القياسات المتكررة



للكمية المقاسة خلال الفترة الزمنية المقترحة، فإن  $SE(d) = \sqrt{2s^2(1-r)/n}$  حيث  $(s)$  هي الانحراف المعياري بين المختبرين. ولكن إذا لم يكن لدينا أي من هذه المعلومات وهذا ما يحصل غالباً فإننا بحاجة إلى دراسة موجهة وعدة محاولات متعارضة بهذا الترتيب لإجراء محاولة صغيرة. والفرق ممكن أن يكون إما كبير بحيث أننا نحصل على الجواب أو إذا لم يكن كبيراً فإن هناك معلومات كافية يمكننا من تصميم دراسة أكبر بكثير.

الجدول 4.18 : الفرق بواحدات (الانحراف المعياري) المكتشف  
مستوى اعتداد 5% وقوة 90% لحجوم عينات مختلفة ومجموعات  
غير متساوية

$n_2$	$n_1$					
	10	20	50	100	200	500
10	1.46	1.25	1.13	1.08	1.06	1.03
20	1.25	1.03	0.85	0.80	0.75	0.73
50	1.13	0.85	0.65	0.55	0.50	0.48
100	1.08	0.80	0.55	0.45	0.40	0.35
200	1.06	0.75	0.50	0.40	0.33	0.28
500	1.03	0.73	0.48	0.35	0.28	0.20
1000	1.03	0.73	0.48	0.35	0.25	0.18

## 5.18 مقارنة نسبتيين Comparison of two proportions

باستخدام نفس المبدأ يمكننا حساب حجوم العينات من أجل مقارنة نسبتيين. إذا كان لدينا عيتان حجمهما  $n_1$  و  $n_2$  من مجتمعين حدائين وسيطاهما  $p_1$  و  $p_2$  ، يقدر الفرق —  $\mu_d = p_1 - p_2$  والخطأ المعياري للفرق بين نسبتي العيتين الفقرة (6.8) هو:

$$SE(d) = \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

وبتعويض هذه القيمة في المعادلة السابقة فإننا نحصل على:

$$(p_1 - p_2)^2 = f(\alpha, P) \left( \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2} \right)$$



هناك عدة تفاوتات بسيطة على هذه المعادلة، برامج كمبيوتر مختلفة قد تعطي بناءً على ذلك فرق طفيف في تقدير حجم العينات.

نفرض أننا نرغب بمقارنة معدل البقيا باستخدام المعالجة الجديدة مع معدل البقيا باستخدام المعالجة القديمة والذي هو بحدود 60%. ما هي قيم  $n_1$  و  $n_2$  التي سوف تعطي فرصة 90% لوجود فرق يُعتمد به عند مستوى 5% لقيم مختلفة لـ  $p_2$  من أجل  $\alpha = 0.05$ ،  $P = 0.90$ ،  $f(\alpha, P) = 10.5$ . بافتراض أننا نرغب بكشف زيادة في معدل البقيا باستخدام المعالجة الجديدة إلى 80%، أي  $p_2 = 0.80$  و  $p_1 = 0.60$ .

$$n = \frac{10.5 \times (0.8(1-0.8) + 0.6(1-0.6))}{(0.8-0.6)^2}$$

$$= \frac{10.5 \times (0.16 + 0.24)}{0.2^2}$$

$$= 105$$

وهكذا يلزمنا  $n = 105$  في كل مجموعة للحصول على 90% من الفرص التي تعطينا فرقاً يُعتمد لها إذا كانت نسبتا المجتمع 0.6 و 0.8. عندما لا نملك فكرة واضحة عن قيمة  $p_2$  فإنه يمكننا حساب حجم العينة المطلوب من أجل نسب متعددة كما في الجدول (5.18). ومن الواضح أنه لكشف فروقات صغيرة في النسب فإنه يلزمنا عينات كبيرة جداً.

الجدول 5.18 : حجم العينة في كل مجموعة المطلوب  
لكشف نسب مختلفة  $p_2$  عندما  $p_1 = 0.60$ ، عند  
مستوى اعتداد 5% وقوة 80% لمجموعات متساوية

$n$	$p_2$
39	0.90
105	0.80
473	0.70
1964	0.65

الحالة عندما تكون العينات لها نفس الحجم هو طبيعي في الدراسات التجريبية ولكن هذا ليس الأمر في الدراسات الرقابية. بافتراض أننا نرغب بمقارنة انتشار مرض معين في مجتمعين



إحصائيين فإننا نتوقع أنهما سوف تكون في المجتمع الإحصائي الأول 5% وأنها سوف تكون اعتيادية أكثر في المجتمع الإحصائي الثاني وبذلك يمكننا كتابة المعادلة التالية:

$$n_2 = \frac{f(\alpha, P) p_2 (1 - p_2)}{(p_1 - p_2)^2 - f(\alpha, P) \frac{p_1 (1 - p_1)}{n_1}}$$

الجدول 6.18 : قيم  $n_2$  من أجل قيم مختلفة لـ  $n_1$  و  $p_2$  عندما  $p_1 = 0.05$  عند مستوى الاعتدال 90% و قوة 90%

$p_2$	$n_1$								
	50	100	200	500	1000	2000	5000	10000	100000
0.06	.	.	.	.	.	.	237 000	11 800	7 900
0.07	.	.	.	.	.	4 800	2 300	2 000	1 800
0.08	.	.	.	.	1 900	1 200	970	900	880
0.10	.	.	1 500	630	472	420	390	390	380
0.15	5 400	270	180	150	140	140	140	140	130
0.20	134	95	84	75	75	75	75	75	75

يوضح الجدول (6.18) قيم  $n_2$  من أجل قيم مختلفة لكل من  $n_1$  و  $p_2$ . من أجل بعض القيم لـ  $n_1$  فإننا نحصل على قيم سالبة لـ  $n_2$  وهذا يعني أنه ليس هناك قيم كبيرة لـ  $n_2$  بما فيه الكفاية. وواضح أيضاً أنه إذا كانت النسب نفسها صغيرة فإن كشف فروقات صغيرة يتطلب حجوم عينات كبيرة جداً.

## 6.18 كشف معامل الارتباط Detecting a correlation

غالباً ما تهتم الأبحاث بالعلاقة بين متغيرين مستمرين. ومن المقتع التعامل مع هذا الواقع على أنه تقدير لتلك العلاقة أو اعتبار معامل الارتباط بين هذين المتغيرين. إن معامل الارتباط له توزيع غير واضح ومربك والذي يسعى بشكل بطيء جداً نحو التوزيع الطبيعي حتى عندما يتبع المتغيران نفسهما التوزيع الطبيعي. يمكننا استخدام تحويل فيشر التالي:

$$z = \frac{1}{2} \log_e \left( \frac{1+r}{1-r} \right)$$

والذي يتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط.



$$z_p = \frac{1}{2} \log_e \left( \frac{1+\rho}{1-\rho} \right) + \frac{\rho}{2(n-1)}$$

وتفاوت  $1/(n-3)$  تقريباً، حيث  $\rho$  معامل الارتباط في المجتمع الإحصائي، و  $n$  حجم العينة الفقرة (10.11). ويمكننا كتابة  $z_p$  بالعلاقة التقريبية:

$$z_p = \frac{1}{2} \log_e \left( \frac{1+\rho}{1-\rho} \right)$$

إن 95% مجال ثقة للقيمة  $z$  سوف يكون تقريباً  $z_p \pm 1.96\sqrt{1/(n-3)}$ . بإعطاء فكرة تقريبية لـ  $\rho$  يمكننا تقدير  $n$  المطلوبة للغة معينة. على سبيل المثال، لنفترض أننا نريد تقدير معامل الارتباط والذي نفترضه حوالي 0.5 وإننا نريد هذا المعامل أن يكون ضمن 0.1 على كل طرف، أي أننا نريد مجال ثقة من 0.4 إلى 0.6. إن تحويل  $z$  لهذه القيم لـ  $r$  هي  $z_{0.5} - z_{0.4} = 0.12566$ ، والفروق هي:  $z_{0.6} = 0.69315$ ،  $z_{0.5} = 0.54931$ ،  $z_{0.4} = 0.42365$ ،  $z_{0.6} - z_{0.5} = 0.14384$  وبالتالي للحصول على حجم العينة الذي نرغب به نحتاج لإضافة 1.96 خطأ معيارياً لأصغر هذين الفرقين أي لإضافة  $1.96\sqrt{1/(n-3)} = 0.12566$  وهذا يعطي  $n = 246$ .

وغالباً ما نريد أن نرى إذا كان هناك أي دليل على وجود علاقة. عندما  $r = 0$ ،  $z_r = 0$  وهكذا لاختبار الفرضية الابتدائية  $\rho = 0$  فيمكننا اختبار الفرضية الابتدائية:  $z_p = 0$  إن الفرق الذي نرغب باختباره هو  $\mu_y = z_p$ ، والذي له القيمة  $SE(d) = \sqrt{1/(n-3)}$ . وعندما نضع هذه المعلومات في المعادلة الواردة في الفقرة (3.18) نحصل على:

$$z_p^2 = f(\alpha, P) \frac{1}{n-3}$$

وهذا يعطي:

$$\left( \frac{1}{2} \log_e \left( \frac{1+\rho}{1-\rho} \right) \right)^2 = f(\alpha, P) \frac{1}{n-3}$$



وعمدنا تقدير  $n$  أو  $m$  أو  $P$  وذلك بمعرفة الاثنين الآخرين. الجدول (7.18) يوضح حجم العينة المطلوب للكشف عن معامل الارتباط بقوة اختبار  $P = 0.9$  ومستوى أهمية  $\alpha = 0.05$ .

الجدول 7.18 : حجم العينة التقريبي المطلوب لكشف الارتباط عند مستوى اعتداد 95% وقوة اختبار 90%

$\rho$	$n$	$\rho$	$n$	$\rho$	$n$
0.01	100 000	0.1	1 000	0.8	26
0.02	26 000	0.2	260	0.7	17
0.03	12 000	0.3	110	0.6	12
0.04	6 600	0.4	62	0.5	8
0.05	4 200	0.5	38		

## 7.18 دقة تقدير العينة

### Accuracy of the estimated sample size

افترضنا في هذا الفصل أن العينات كبيرة بما فيه الكفاية ليكون توزيع العينات تقريباً طبيعياً وليكون تقدير التباين تقريباً جيداً. في العينات الصغيرة جداً من الواضح أن هذا غير محقق دائماً. يوجد هناك عدة طرق أكثر دقة، ولكن أي عملية حساب لحجم العينة هي عملية تقريبية، وما عدا العينات الصغيرة جداً، أي أقل من 10، فإن الطرق المشروحة أعلاه تُعد كافية.

تعتمد هذه الطرق على الافتراضات بخصوص حجم الفرق المطلوب والتغيرية في المشاهدات. قد لا يمتلك المجتمع الإحصائي المدروس نفس مواصفات المجتمعات الإحصائية التي قدرنا منها الانحراف المعياري أو النسب. يمكن اختبار تأثير التغيرات لهذه القيم باستخدام قيم مختلفة لها في المعادلة. ومع ذلك، فثمة ربح بالغيب عندما نباشر دراسة قبل أن نستطيع التأكد أن العينة والمجتمع كما كنا نتوقع. وبذلك، فإن تحديد حجم العينة كما هو مشروح أعلاه هو مجرد توجيه. ومن المفضل دائماً أن تكون إلى جانب العينة الكبرى عند الوصول إلى مرحلة القرار النهائي.

إن اختبار قوة الاختبار هو أمر اتفائي، فليس هناك اختبار أمثل للقوة في دراسة ما. أنصح عادةً بـ 90%، ولكن غالباً ما يتم استخدام 80%. وهذا يعطي تقديرات أصغر لحجوم العينات، ولكن بالطبع، يعطي فرصة أكبر للفشل في كشف التأثيرات.



للاطلاع على معالجة أجهل لتقدير حجم العينة وجدول شامل أكثر يجب مراجعة ما تشين ورفاقه (1978) وليميشو ورفاقه (1990).

#### M 18 أسئلة الاختيار من متعدد من 98 إلى 100

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ

98. قوة اختبار  $t$  - ستبوءنت لعميتين:

- أ - تزداد بازدياد حجم العينة
- ب - تعتمد على الفرق بين متوسطات المجتمع والذي نرغب بكشفه
- ج - تعتمد على الفرق بين متوسطات العينة
- د - هي احتمال أن الاختبار سوف يكشف فرقاً ما في المجتمع
- هـ - لا يمكن أن يكون صفرًا.

99. إن حجم العينة المطلوب في دراسة ما لمقارنة نسبتي:

- أ - يعتمد على حجم التأثير الذي نرغب بكشفه
- ب - يعتمد على مستوى الاعتداد الذي نرغب باعتماده
- ج - يعتمد على القوة التي نرغب في الحصول عليها
- د - يعتمد على قيم النسب المتوقعة نفسها
- هـ - يتم تقريره بإضافة مختبرين حتى يصبح الفرق مما يعتد به

100. إن حجم العينة المطلوب في الدراسة لتقدير المتوسط:

- أ - يعتمد على طول مجال الثقة الذي نرغب به
- ب - يعتمد على التفرقة في الكمية قيد الدراسة
- ج - يعتمد على القوة التي نرغب بالحصول عليها
- د - يعتمد على القيمة المتوقعة للمتوسط
- هـ - يعتمد على القيمة المتوقعة للانحراف المعياري.



## 18 تمرين: تقدير حجم العينة

1. ما هو حجم العينة المطلوب لتقدير المجال المرجعي بمستوى 95% باستخدام طريقة التوزيع الطبيعي، بحيث أن مجال الثقة 95% للحدود المرجعية هي على الأكثر 20% من حجم المجال المرجعي.
2. ما هو حجم العينة المطلوب من مستطلع الآراء لتقدير افضاليات المنتخبين ضمن نقطتي 2%.
3. إن معدل الوفيات من حالات احتشاء العضلة القلبية بعد دخول المرضى للمشفى هي بحدود 15%. ما هو عدد المرضى المطلوب في تجربة سريرية لكشف انخفاض 10% في معدل الوفيات، أي أن معدل الوفيات يصبح 13.5% وذلك إذا كانت القوة المطلوبة 90% ؟ ما هو عدد المرضى المطلوب إذا كانت القوة فقط 80% ؟
4. ما هو عدد المرضى المطلوب في دراسة سريرية لمقارنة تركيز الأنزيمات في المرضى في مرض معين مع الحالة الشاهدة، إذا كانت الفروقات التي تقل عن انحراف معياري واحد غير مهمة سريرياً؟ إذا كانت لدينا عينة شاهدة حجمها 100 من الأشخاص الأصحاء، ما هو عدد الحالات المرضية المطلوبة؟







إن بعض الأسئلة ذات الاختيار من متعدد صعبة فعلاً. فإذا وضعنا العلامة +1 للجواب الصحيح و-1 للجواب الخاطئ و0 للسؤال الذي لا يجيب عليه الطالب ووضعنا 40% علامة للنجاح و50% للتقدير جيد و60% للتقدير جيد جداً و70% للتقدير امتياز، ونظراً لصعوبة وضع مثل هذه الأسئلة، كما أن بعضها قد يلتبس على الطالب، فلن ينال الطالب التقدير 100%.

**حل التمرين M2: أسئلة الاختيار من متعدد من 1 إلى 6**

1. خ خ خ خ خ. "الشواهد" يجب أن تعالج في المكان نفسه وفي الزمان نفسه، وفي الشروط ذاتها، على نحو مختلف عن المعالجة لمجموعة الاختبار الفقرة (1.2). الجميع يجب أن يكونوا مؤهلين وراغبين لتلقي هذه المعالجة أو تلك.
2. خ ص خ ص خ. تجري الفرز العشوائي للحصول على مجموعات مقارنة، بحيث لا يتعلق هذا الفرز بخصائص الأفراد المختبرين الفقرة (2.2). إن استخدام الأعداد العشوائية يساعد في منع التحيز لدى إضافة مختبرين آخرين الفقرة (3.2).
3. ص خ خ ص خ. لا يعرف المرضى المعالجة التي يتلقونها، ولكنهم يعرفون عادة أنهم يخضعون لتجربة الفقرة (9.2). ليس نفسه كما في تجربة العبور التقاطعي الفقرة (6.2).
4. خ خ خ خ خ. للملقحون من الأطفال والرافضون اختاروا هذا بأنفسهم الفقرة (4.2). نحلل بقصد المعالجة الفقرة (5.2). نستطيع مقارنة تأثير برنامج التلقيح وذلك بمقارنة المجموعة الكلية، للملقحون والرافضون مع "الشواهد".



5. ص خ ص ص ص الفقرة (6.2). يُجعل الترتيب عشوائياً.

## E2 حل التمرين

الجدول 1.19 : طريقة الولادة في دراسة KYM

2. يجب أن تجري الدراسة بقصد المعالجة الفقرة (5.2)، وقد كانت كذلك. أداء الرافضين كان أسوأ من الذين قبلوا في (KYM) كما يحدث غالباً وأسوأ من المجموعة الشاهدة. عندما نقارن المفرزين إلى (KYM) مع أولئك المفرزين للشاهدة نجد فرقاً طفيفاً جداً الجدول (1.19).



للحصول على إذن من النساء للاختيار العشوائي. لقد اعتقدت أن هذا كان مناقشة مقنعة.

### حل التمرين M3: أسئلة الاختيار من متعدد من 7 إلى 13

7. خ ص ص ص ص. يمكن للمجتمع أن يتكوّن من أي شيء الفقرة (3.3).
8. ص خ خ ص. المسح يخبرنا من كان يوجد في ذلك اليوم، ويطبق فقط على المرضى الحاليين. يمكن أن يكون المشفى غير مألوف. بعض التشخيصات أقل احتمالاً من الأخرى في القبول أو في المكث الطويل الفقرة (2.3).
9. ص خ خ ص خ. جميع الأفراد وجميع العينات لها فرص متساوية في الاختبار الفقرة (4.3) يجب أن نعزو للبيئة نواتج العملية العشوائية. يمكن أن نقدر الأخطاء باستخدام مجالات الثقة واختبارات الاعتدال. لا يتوقف الاختبار على خصائص المختبرين أبداً، ما عدا تلك الموجودة في المجتمع.
10. خ ص ص ص ص. بعض المجتمعات غير قابلة للتطابق، وبعضها لا نستطيع جدولتها بسهولة الفقرة (4.3).
11. ص ص ص ص خ. هذه عينة عشوائية عنقودية الفقرة (4.3). لكل مريض الفرصة ذاتها أن يُختار له المستشفى، ومن ثم له الفرصة ذاتها أن يُختار داخل المستشفى. لا يتحقق هذا إذا اخترنا عدداً ثابتاً من كل مشفى عوضاً عن اختيار نسبة ثابتة لأن فرص اختيار الأفراد في المشافي الصغيرة أكبر منها في المشافي الكبيرة. في الجزء (هـ) ما قولنا في عينة تتوزع مرضاها في جميع المشافي.
12. خ ص خ ص ص. يجب أن يكون لدينا أترابية أو دراسة الحالة - الشاهد للحصول على حالات كافية الفقرتان (7.3) و(8.3).
13. خ خ خ ص خ. في دراسة الحالة - الشاهد نبداً بمجموعة من المرضى "الحالات" ومجموعة من غير المصابين بالمرض "الشواهد" الفقرة (8.3).

### حل التمرين E3:

1. كثير من حالات التلوث يمكن ألا تسجل، ولكن ليس لدينا ما يمكن عمله من أجل ذلك.



كثير من المتعضيات توجد أعراضاً متماثلة، لذا نحتاج إلى إثبات مخبري. توجد مصادر كثيرة للتلوث بما فيها الانتقال المباشر، لذلك نستبعد "الحالات" المعرضة لمصادر المياه الأخرى، وللناس الملوثين.

2. يجب أن تكون "الشواهد" متماثلة في العمر والجنس لأن هذه الصفات يمكن أن تكون لها علاقة بتمرضهم لعوامل الخطر مثل طريقة تناولهم اللحم النيء مثلاً، إن تضمن "الشواهد" الذين يمكن أن يكونوا مصابين بالمرض في مجموعة الدراسة يضعف أية علاقة مع السبب، ويطبق هذا المعيار على "الحالات" أيضاً للحفاظ على قابلية المقارنة.

3. نحصل على المعطيات بالتذكر. يمكن للمرضى أن يتذكروا الحوادث المتعلقة بالمرض بسهولة أكثر مما يتذكر "الشواهد" في الفترة الزمنية ذاتها. يمكن "للحالات" أن يفكروا بالأسباب الممكنة للمرض، وبذا يكونون أكثر تذكراً للإصابات الناتجة عن الحليب. إن ضعف العلاقة الإيجابية بأية عوامل خطر أخرى يوحي أن هذا ليس هاماً هنا.

4. كنت مقتنعاً. العلاقة قوية جداً، وهذه الطيور المنظفة معروفة بحملها للعضويات الحية. لا توجد علاقة مع أي عامل خطر آخر. المسألة الوحيدة هي وجود دلالة ضعيفة أن هذه الطيور هاجمت الحليب حقيقة. اقترح آخرون أن الققط يمكن أن تزور سدادات زجاجات الحليب للفق الحليب، فهي إذن المذنب الحقيقي (Balfour, 1991).

5. الدراسات المعززة: إن اختبار زجاجات الحليب المهاجمة للكشف عن *campylobacter* يجب أن يستمر لعام قادم. فمن الممكن في الدراسة الأثرية أن يسأل الناس عن مواقيت مهاجمة الطيور وشرب الحليب المهاجم، ثم متابعة البحث مستقبلاً عن الـ *campylobacter* وغيره من الملوثات. ينصح الناس بحماية حليهم وملاحظة نوع الخمج اللاحق.

#### حل التمرين M4: أسئلة الاختيار من متعدد من 14 إلى 19

14. ص ص خ ص خ. الفقرة (1.4) عدد الأولاد متغير كمي منقطع، الطول وضغط الدم متغيران مستمران

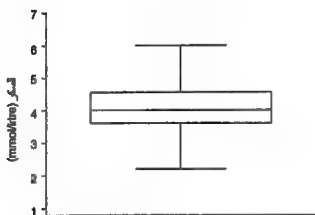
15. ص ص ص ص خ. الفقرة (1.4)، العمر في الميلاد الأخير منقطع، العمر بدقة يتضمن السنوات وأجزاء السنوات.



16. خ خ ص ص. الفقرتان (4.4) و(6.4). يمكن أن يكون لدينا أكثر من دارج واحد. لا نستطيع أن نقول أن الانحراف المعياري أقل من التفاوت، إذا كان التفاوت أكبر من الواحد الفقرتان (7.4) و(8.4).
17. ص ص ص خ ص. الفقرة (2.4) و(4.4). للتوسط والتفاوت بخبرانا فقط عن الفرز وانتشار التوزيع. الفقرة (6.4) و(7.4).
18. ص خ ص خ ص. الفقرة (5.4) و(7.4). الناصف = 2، يجب أن ترتب المشاهدات قبل إيجاد القيمة المركزية. الدارج = 2، المجال = 7 - 1 = 6. التفاوت = 5.5 = 22/4.

2	29
3	3334446666778889
4	0001112344456777899
5	01
6	0

الشكل 1.19 : مخطط الساق والأوراق لسكر الدم



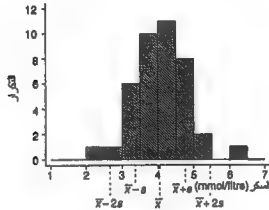
الشكل 2.19 : مخطط الصندوق والقرنين لسكر الدم

19. خ خ خ ص. الفقرة (6.4) و(8.4). توجد مشاهدات تحت المتوسط أكثر مما فوقه لأن الناصف أقل من المتوسط. معظم المشاهدات ستكون في مدى انحراف معياري واحد على طرفي المتوسط مهما كان شكل التوزيع. يقيس الانحراف المعياري مقدار تباین ضغط الدم في المجتمع بأكمله وليس لشخص واحد فقط وهو ما نحتاج إليه لتقدير الدقة انظر أيضاً الفقرة (2.15).



#### حل التمرين 4E:

1. مخطط الساق والأوراق مبين في الشكل (1.19).
2. النهاية الصغرى = 2.2 والعظمى = 6.0. الناصف هو معدل المشاهدتين: العشرين والواحدة والعشرين لأن عدد المشاهدات زوجي، وبما أن كلا منهما تساوي 4 فالناصف يساوي 4. الرُبع الأول يقع بين المشاهدين العاشرة والحادية عشرة وكل منهما تساوي 3.6، والرُبع الثالث بين المشاهدين الثلاثين والواحدة والثلاثين وتساوي الأولى 4.5 والثانية 4.6. لدينا  $q = 0.75$  و  $l = (0.75) \times 41 = 30.75$  ويعطى الرُبع الأول كما يلي:  $4.575 = (4.6 - 4.5) \times 0.75 + 4.5$  الفقرة (5.4). مخطط الصندوق والقرنين مبين في الشكل (2.19).
3. التوزيع التكراري يستنتج بسهولة من اختطاط الساق والأوراق.



الشكل 3.19 : مُنْسَج سكر الدم

التردد	الصفات
1	2.4 — 2.0
1	2.9 — 2.5
6	3.4 — 3.0
10	3.9 — 3.5
11	4.4 — 4.0
8	4.9 — 4.5
2	5.0 — 5.4
0	5.5 — 5.9
1	6.0 — 6.4
40	المجموع



4. المنسج ميون في الشكل (3.19) والتوزيع متناظر

5. يعطى المتوسط بالعلاقة:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{16.2}{4} = 4.05, \quad \sum x_i = 16.2$$

أما الانحرافات ومربعاتها فهي كما يلي:

$(x_i - \bar{x})^2$	$x_i - \bar{x}$	$x_i$
0.4225	0.65	4.7
0.0225	0.15	4.2
0.0225	0.15-	3.9
0.4225	0.65-	3.4
0.8900	0.00	16.2
		المجموع

ويوجد  $n - 1 = 4 - 1 = 3$  درجة من الحرية. ويعطى التباين بالعلاقة:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\text{درجة حرية}} = \frac{0.89}{3} = 0.29667$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0.29667} = 0.54467$$

6. لقد وجدنا أن المجموع  $\sum x_i = 16.2$ ، والمجموع  $\sum x_i^2 = 66.2$  فيكون مجموع المربعات

حول المتوسط هو:

$$\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = 66.2 - \frac{16.2^2}{4} = 0.89$$

وهذا يطابق ما وجدناه في الطلب 5. وهكذا يكون:

$$s^2 = \frac{0.89}{3} = 0.29667, \quad s = 0.54467$$

7. ولحساب المتوسط لدينا  $\sum x_i = 162.2$  ومنه:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{162.2}{40} = 4.055$$

ومجموع المربعات حول المتوسط يعطى كما يلي:

$$\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = 676.74 - \frac{162.2^2}{40} = 19.019$$



ويوجد  $n - 1 = 40 - 1 = 39$  درجة من الحرية. يعطى التفاوت بالعلاقة:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\text{درجة الحرية}} = \frac{19.109}{30} = 0.487667$$

ويكون الانحراف المعياري  $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0.487667} = 0.698$

9. نهايات المجالات،  $\bar{x} - 2s = 4.055 - 2 \times 0.698 = 2.659$ ،  $\bar{x} - s = 4.055 - 0.698 = 3.357$ ،

$\bar{x} + s = 4.055 + 0.698 = 4.753$ ،  $\bar{x} + 2s = 4.055 + 2 \times 0.698 = 5.451$  و

يظهر أن المتوسط والانحراف المعياري على المنسج في الشكل (3.19). نلاحظ أن معظم النقاط تقع في مدى انحراف معياري واحد على طرفي المتوسط، وجميع النقاط تقريباً تقع في مدى انحرافين معيارين على طرفي المتوسط. وبسبب تناظر التوزيع فهو يمتد بشكل متماثل على طرفي المجال ( $\bar{x} - 2s$ ,  $\bar{x} + 2s$ ).

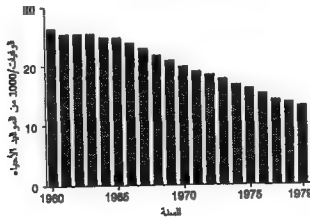
**حل التمرين ES: أسئلة الاختيار من متعدد من 20 إلى 24**

20. خ ص ص ص ص. الفقرة (2.5). بدون المجموعة الشاهدة، لا يمكننا تكوين فكرة عن عدد الذين تحسنوا الفقرة (1.2). 66.76% تساوي 2/3. يمكن أن يكون لدينا فقط ثلاثة مرضى.

21. ص خ خ ص ص. الفقرة (2.5). إذا قربنا لثلاثة أرقام معنوية سيكون 1730. لقد دورنا

الرقم لأنه 9. ولعشرة مراتب عشرية لدينا 1729.543710.

وليات الأطلال، 1960 - 1979، USA



الشكل 4.19 : المخطط المعدل



22. خ ص ص ح ص. هذا مخطط الأعمدة، وهو يبين العلاقة بين متغيرين الفقرة (5.5).  
انظر الشكل (4.19). المفكرة الزمنية ليس لها صفر حقيقي تظهره.

الجدول 2.19 : حسابات مخطط الفطيرة لمعطيات Tooting Bec

المرتب	النسبة المئوية	التكرار	الفئات
116	0.323 11	474	لصام
68	0.188 82	277	متلازمة عضوية دماغية
99	0.276 07	405	موتون
14	0.039 54	58	كحوليون
48	0.133 61	196	أعراض أخرى
359	1.000 00	1467	المجموع

23. ص ص خ خ ص. الفقرة (9.5) والفقرة (A.5). لا يوجد لوغاريتم للعدد صفر.  
24. خ خ ص ص ص. الفقرة (5.5) و(7.5). يبين كل من المنسج الفقرة (3.4) ومخطط الفطيرة الفقرة (4.5) توزيع متغير واحد.

### حل التمرين E5:

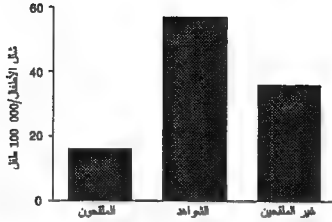
1. هذا توزيع تكراري لمتغير كمي، لذا يمكن استخدام مخطط الفطيرة لتمثيله. الحسابات قد أجريت في الجدول (2.19). لاحظ أننا عكسنا درجة واحدة لدى تدوير الأخطاء. لقد عملنا على تجزئة الدرجة، ولكن العين ليس من المحتمل أن تدرك الفرق. مخطط الفطيرة مبين في الشكل (5.19).



الشكل 5.19 : بين مخطط الفطيرة توزيع المرضى في مستشفى Tooting Bec من قبل هيئة التشخيص

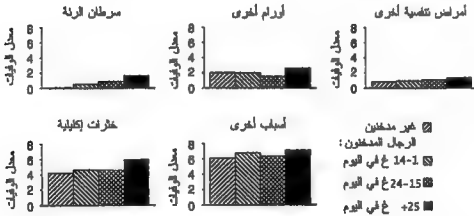


2. انظر الشكل (6.19).



الشكل 6.19 : عطل الأعمدة لتتائج تجربة لقاح Salk

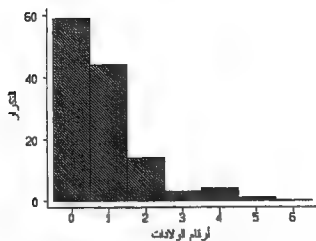
3. توجد إمكانات مختلفة. في النشرة الأصلية، استخدم Doll و Hill عطلتي أعمدة منفصلين لكل مرض مماثلين لما في الشكل (7.19).



الشكل 7.19 : وفيات الأطباء البريطانيين بسبب التدخين لب Doll و Hill (1956)

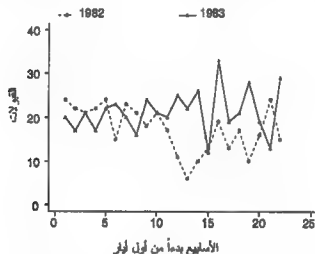
4. هذا توزيع تكراري لتغير كمي لذا يلائمه المنسج، انظر الشكل (8.19).





الشكل 8.19 : المنسج الذي يبين أرقام الولادات لنساء ينتظرن في الميادات في مستشفى st. George

5. يمكن أن يستخدم هنا "الرسم" لأن لدينا سلاسل زمنية بسيطة الشكل (9.19). لإيضاح الفرق بين السنوات انظر الفقرة (13.هـ).



الشكل 9.19 : مرشحات قبولات الشيخوخة في Wandsworth في صيفي 1982 و 1983

### حل التمرين M6: أسئلة الاختيار من متعدد من 25 إلى 31

25. ص ص خ خ خ. الفقرة (2.6). إذا كانت الحوادث متنافية مثنى، لا يمكن أن تحدث بأن معاً. لا يوجد سبب للقول بتساوي الاحتمالات أو الشمول، الحوادث فقط هي التي يمكن أن تقع الفقرة (3.6).



26. ص خ ص خ ص. لنجاح الحادئين في آن معاً يجب ضرب الاحتمالين  $0.2 \times 0.05 = 0.01$  الفقرة (2.6). واحتمال نجاحها معاً يجب أن يكون وضوحاً أقل من كل واحد منهما. احتمال  $Y$  بمفرده هو  $0.04 = 0.01 - 0.05$ . احتمال حدوث  $X$  أو  $Y$  هو احتمال  $X$  بمفرده + احتمال  $Y$  بمفرده + احتمال  $X$  و  $Y$  معاً، لأن هذه الحوادث متنافية مثنى.  $X$  و  $Y$  ليسا متنافين مثنى لألهما يمكن أن يقعا معاً. إذا نجح  $X$  فهذا لا يبيننا شيئاً عن نجاح  $Y$ . إذا نجح  $X$  فاحتمال نجاح  $Y$  يبقى  $0.05$  لأن  $X$  و  $Y$  مستقلان.

27. ص خ ص خ خ. الفقرة (4.6). الوزن متغير مستمر. يستجيب المرضى أو لا يستجيبون باحتمالات متساوية، ويختارون عشوائياً من المجتمع حيث تتغير احتمالات الاستجابة. عدد الكريات الحمراء يتبع توزيع بواسون الفقرة (7.6). لا توجد مجموعة مستقلة من التجارب. إن عدد ذوي الضغط العالي يتبع التوزيع الحدائسي، وليس النسبة.

28. ص ص ص ص خ. احتمال المرض سريرياً هو  $0.5 \times 0.5 = 0.25$ . احتمال حمل المولود صفة ما يساوي احتمال نقل الأب للمورثة دون الأم + احتمال نقل الأم للمورثة دون الأب  $= 0.5 \times 0.5 + 0.5 \times 0.5 = 0.5$ . احتمال عدم تورث الجينات  $= 0.5 \times 0.5 = 0.25$ . احتمال عدم وجود للرض سريرياً  $0.75 = 1 - 0.25$ . الأولاد المتعاقبون مستقلون، لذا لا يتأثر الولد الثاني بالأول الفقرة (2.6).

29. خ ص ص ص ص. الفقرة (3.6) و (4.6). العدد المتوقع هو واحد الفقرة (2.6). الدوامات مستقلة الفقرة (2.6). ذيل واحد على الأقل يعني إما ذيل واحد (باحتمال  $0.5$ ) أو ذيلان (باحتمال  $0.25$ ). وبما ألهما متتاميان مثنى، فاحتمال ذيل واحد على الأقل هو  $0.75 = 0.5 + 0.25$ .

30. خ ص ص ص ص. الفقرة (6.6).  $E(X=2) = \mu + 2$ ,  $Var(2X) = 4\sigma^2$

31. ص ص ص خ خ. الفقرة (6.6). تفاوت الفرق يساوي مجموع التفاوتين. التفاوت لا يمكن أن يكون سالباً.  $Var(-X) = (-1)^2 \times Var(X) = Var(X)$



## حل التمرين 6 :

1. احتمال البقاء حتى سن العاشرة. هذا يوضح التعريف الإحصائي للاحتمال. 959 بقوا على قيد الحياة من أصل 1000، لذا فالاحتمال يساوي  $0.959 = 959/1000$ .
2. حادثا البقاء والموت متنافيان مثنسي ومجموعهما الحادث الشامل لنا:  
احتمال (من يبقى على قيد الحياة) + احتمال (أن يموت) = 1 ومنه احتمال (من يموت):  
 $0.041 = 1 - 0.959$ .
3. وهذا يمثل عدد من بقي على قيد الحياة مقسوماً على 1000 الجدول (3.19). الحوادث ليست متنافية مثنى، لأن الشخص الذي يعيش للعشرين لا بد أن يكون قد عاش للعاشرة. لا يشكل هذا توزيعاً احتمالياً.

الجدول 3.19 : احتمال البقاء على قيد الحياة لمختلف الأعمار

الاحتمال	العمر الذي يلمه الشخص	الاحتمال	العمر الذي يلمه الشخص
0.758	60	0.959	10
0.524	70	0.952	20
0.211	80	0.938	30
0.022	90	0.920	40
0.000	100	0.876	50

4. يحسب الاحتمال بالعلاقة:

$$\begin{aligned} \text{احتمال (أن يعيش شخص عمره 60 حتى السبعين)} &= \frac{\text{عدد من يعيشون للسبعين}}{\text{عدد من يعيشون للستين}} \\ &= 542/758 = \\ &= 0.691 \end{aligned}$$

5. الحوادث مستقلة. احتمال (البقاء للسبعين لمن بلغ الستين) = 0.691.

$$\text{احتمال (أن يعيش كلاهما)} = 0.691 \times 0.691 = 0.477.$$

6. نسبة البقاء وسطياً هي احتمال البقاء = 0.691. وتوقع أن  $69.1 = 0.691 \times 100$  يقون على قيد الحياة.

7. يحسب الاحتمال بالعلاقة:

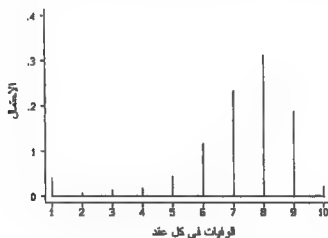


احتمال (الموت في العقد الثاني) = احتمال (العيش إلى العقد الثاني) - احتمال (العيش إلى العقد الثالث) وهذا يساوي  $0.952 - 0.959 = 0.007$ .

الجدول 4.19 : احتمال الموت في كل عقد

العقد	احتمال الوفاة	العقد	احتمال الوفاة
الأول	0.041	السادس	0.118
الثاني	0.007	السابع	0.234
الثالث	0.014	الرابع	0.313
الرابع	0.018	الخامس	0.189
الخامس	0.044	السادس	0.022

8. نوجد احتمال الوفاة في كل عقد كما فعلنا في 7 الجدول (4.19). هذه مجموعة من الحوادث المتنافية والمتتامة، إذ لا يوجد عقد آخر يمكن أن تحصل فيه هذه الوفاة، لذا مجموع الاحتمالات يساوي الواحد. التوزيع ميبين في الشكل (10.19).



الشكل 10.19 : توزيع احتمال الوفيات لكل عقد

9. نحصل على القيمة المتوقعة أو (المتوسط) لتوزيع احتمالي بجمع كل قيمة مضروبة باحتمالها الفقرة 6.4، وهذا يعطي العمر المتوقع عند الولادة: 66.6 سنة الجدول (5.19).

حل التمرين M7: أسئلة الاختيار من متعدد من 32 إلى 37

32. ص ص ص خ ص الفقرة (2.7-4).

33. خ خ خ ص ص تناظري،  $\mu = 0$ ،  $\sigma = 1$  الفقرة (3.7) و (6.4).



الجدول 5.19 : حساب توقع الحياة

$5 \times 0.041$	$=$	0.205
$15 \times 0.007$	$=$	0.105
$25 \times 0.014$	$=$	0.350
$35 \times 0.018$	$=$	0.630
$45 \times 0.044$	$=$	1.980
$55 \times 0.118$	$=$	6.490
$65 \times 0.234$	$=$	15.210
$75 \times 0.313$	$=$	23.475
$85 \times 0.189$	$=$	16.065
$95 \times 0.022$	$=$	2.090
للمجموع		66.800

34. ص ص ص خ خ خ الفقرة (2.7). الناصف = المتوسط. ليس للتوزيع الطبيعي علاقة بالوضع الطبيعي فيزيولوجيا. 2.5% من القيم أقل من 260 و 2.5% أكثر من 340 ل/دقيقة.

35. خ ص ص خ خ الفقرتان (6.4) و (3.7). حجم العينة لا يؤثر على المتوسط. القياسات النسبية للمتوسط والناصف والانحراف المعياري تتوقف على شكل التوزيع التكراري.

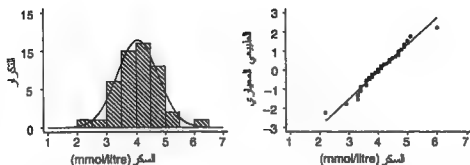
36. ص ص ص خ خ الفقرتان (2.7) و (3.7). إضافة ثابت أو طرح ثابت أو الضرب بثابت وكذلك إضافة متغير طبيعي مستقل أو طرحه يعطينا توزيعاً طبيعياً. يتوزع  $X^2$  حسب توزيع  $\chi^2$  ذي التجانف الشديد بدرجة واحدة من الحرية و  $X/Y$  يتبع توزيع ستودنت بدرجة واحدة من الحرية.

37. ص ص ص ص ص، الميل المعتدل يشير إلى مشاهدات متباعدة عن بعضها، والميل الشديد يعني أن كثيراً من المشاهدات متقاربة بعضها من بعض ومن ثم، التوزيع للمعتدل - الشديد - المعتدل (الشكل S) يشير إلى ذيلين طويلين الفقرة (5.7).

#### حل التمرين E7:

1. مخطط الصندوق والقرنين يبين تجانساً طفيفاً جداً، القرن الأخفض أقصر من الأعلى والنصف الأدنى من الصندوق أصغر من الأعلى. يبدو من المنسج أن الذيلين أطول قليلاً مما هما في التوزيع الطبيعي للشكل (10.7) المقترح. بين الشكل (11.19) التوزيع الطبيعي الذي له المتوسط والتفاوت نفسه وقد رُسم على المنسج، وهو يشير إلى هذه الصفة.





الشكل 11.19 : مُنْسَج معطيات سكر الدم مع منحنى التوزيع الطبيعي الموافق، والاختطاط الطبيعي

2. لدينا  $n = 40$ . من  $i = 1$  إلى 40 نريد حساب المقدار  $(2i - 1)/2n = (i - 0.5)/n$ . وهذا يعطينا الاحتمال. نستخدم الجدول (1.7) لإيجاد قيمة التوزيع الطبيعي الموافق لهذا الاحتمال. فمثلاً من أجل  $i = 1$  لدينا:

$$\frac{2i-1}{2n} = \frac{2-1}{2 \times 40} = \frac{1}{8} = 0.0125$$

من الجدول (1.7) لا يمكننا إيجاد قيمة  $x$  الموافقة لـ  $\Phi(x) = 0.0125$  مباشرة، ولكننا نرى أن  $x = -2.3$  توافق  $\Phi(x) = 0.011$  و  $x = -2.2$  توافق  $\Phi(x) = 0.014$ . نلاحظ أن  $\Phi(x) = 0.0125$  في المنتصف بين  $-2.2$  و  $-2.3$  وهذا يعطي  $-2.25$ ، وهذا يوافق الحد الأدنى لسكر الدم 2.2. أما من أجل  $i = 2$  لدينا  $\Phi(x) = 0.0375$ . بالعودة إلى الجدول نجد  $x = -1.8$  توافق  $\Phi(x) = 0.036$  و  $x = -1.7$  توافق  $\Phi(x) = 0.045$ ، ومنه قيمة  $x$  الموافقة لـ  $\Phi(x) = 0.0375$  هي أكبر من  $-1.8$  (حوالي  $-1.78$ ). والقيمة المقابلة لسكر الدم هي 2.9. ليس علينا أن نكون دقيقين جداً لأننا نستخدم هذا المخطط كدليل خشن (غير موثق). ونحصل على مجموعة من الاحتمالات كما يلي:

سكر دم	$x$	$(2i-1)/2n = \Phi(x)$	$i$
2.2	-2.25	$1/80 = 0.0125$	1
2.9	-1.78	$3/80 = 0.0375$	2
3.3	-1.53	$5/80 = 0.0625$	3
3.3	-1.36	$7/80 = 0.0875$	4

ونظراً لتناظر التوزيع الطبيعي، فإن قيم  $x$  بدءاً من  $i = 21$  فصاعداً تقابل تلك الموافقة لـ  $40 - i + 1$ ، ولكن بإشارات موجبة. الاختطاط الطبيعي مبين في الشكل (11.19).



3. النقط ليست متوضعة على المستقيم. توجد نيات واضحة بجوار كل نهاية. هذه النيات تؤدي نوعاً ما إلى استطلاعة ذليلي توزيع سكر الدم. إذا كان الخط يمثل منحنيًا مطردًا، يظهر المنحدر أقل كلما ازداد سكر الدم، فهذا يبين تجانساً بسيطاً يمكن تصحيحه باستخدام التحويل اللوغاريتمي. وهذا لا يصلح هنا، فالثنية في النهاية الدنيا ستكون أسوء.

الحيدود عن الخط المستقيم ليس كبيراً بالمقارنة، مع الشكل (20.7). وكما سنرى في الفصل العاشر، مثل هذا الحيدود الطفيف عن التوزيع الطبيعي عادة غير ذي بال.

حل التمرين M8 : أسئلة الاختبار من متعدد من 38 إلى 43

38.  $\chi^2$  ص خ خ الفقرة (2.8). قابلية التغير في المشاهدات تقاس بالانحراف المعياري  $s$ . الخطأ المعياري للمتوسط  $\sqrt{s^2/n}$ .

39. خ ص خ ص خ الفقرة (3.8). متوسط العينة يقع دائماً في منتصف النهايتين.

40. خ ص خ ص خ ص.  $SE(\bar{x}) = s/\sqrt{n}$ ،  $d.f = n - 1$  (d.f درجة الحرية).

41. ص ص خ خ الفقره (1.8) و(2.8) والفقره (4.6) التفات هـو:  

$$p(1-p)/n = 0.1 \times 0.9/100 = 0.0009$$
 العدد في العينة ضمن الشرط يتبع التوزيع  
 الحدائسي، وليس النسبة.

42. خ خ ص ص. يتوقف على قابلية التغير لـ FEVI والعدد في العينة الفقرة (2.8). يجب أن تكون العينة عشوائية الفقرة (3.3) و (4.3).

43.  $\chi^2$  ص ص خ الفقرة (3.8) و(4.8). من غير المحتمل أن نحصل على هذه المعطيات إذا كانت نسبة المجتمع 10%، ولكنه ليس مستحيلًا.

### حل التمرين E8:

1. الحد الأدنى للمجال هو  $\bar{x} - 1.96$  انحرافاً معيارياً والحد الأعلى للمجال هو  $\bar{x} + 1.96$

انحرافاً معيارياً. الحد الأدنى يساوي  $0.698 = 0.057 \times 1.96 - 0.810$  litre/mmol.

الحد الأعلى يساوي  $0.922 \text{ litre/mmol} = 0.057 \times 1.96 + 0.810$



2. في حالة السكرين، المتوسط هو 0.719 والانحراف المعياري 0.068، فالحد الأدنى للقيمة 0.698 هو  $-0.309 = (0.698 - 0.719)/0.068$  انحرافاً معيارياً عن المتوسط. من الجدول (1.7) نجد الاحتمال دون هذه القيمة 0.38، ويكون الاحتمال فوق هذه القيمة:  $0.62 = 1 - 0.38$ . وهكذا احتمال أن يقع مريض يعتمد على الأنسولين في المجال المرجعي هو 0.62 أو 62%. وهي النسبة المطلوبة.

3. يقدر الخطأ المعياري للمتوسط بالعلاقة  $s/\sqrt{n}$  في حالة السكرين:  $s = 0.068$ ،  $n = 227$   $SE = \sqrt{227} / 0.068 = 0.00451 \text{ litre / mmol}$ ، أما في حالة "الشواهد" نجد  $s = 0.057$ ،  $n = 140$   $SE = \sqrt{140} / 0.057 = 0.00482 \text{ litre / mmol}$ .

4. إن مجال الثقة باحتمال 95% هو المتوسط  $\pm 1.96$  خطأ معيارياً. ففي حالة "الشواهد" نجد  $[0.801, 0.819]$  وهذا يعطي  $[0.810 - 1.96 \times 0.00482, 0.810 + 1.96 \times 0.00482]$  وهذا المجال أضيق كثيراً من المجال في الجزء الأول. والسبب في هذا أن مجال الثقة بخبرنا عن بعد متوسط العينة عن متوسط المجتمع، بينما بخبرنا المجال المرجعي عن مقدار ابتعاد مشاهدة ما عن متوسط المجتمع.

5. بما أن المجموعات مستقلة، فالانحراف المعياري للفرق بين المتوسطين يعطى كما يلي:

$$\begin{aligned} SE(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) &= \sqrt{se_1^2 + se_2^2} \\ &= \sqrt{0.00451^2 + 0.00482^2} \\ &= 0.00660 \end{aligned}$$

6. الفرق بين المتوسطين هو  $0.810 - 0.719 = -0.091 \text{ litre / mmol}$  ومجال الثقة بمستوى 95% هو  $[-0.091 - 1.96 \times 0.00660, -0.091 + 1.96 \times 0.00660]$  أو  $[-0.104, -0.078]$ ، ويكون متوسط مستوى المغنيزيوم للسكرين الذين يتناولون الأنسولين يقع في المجال  $[0.078, 0.104] \text{ mmol / l}$  دون المقابل لغير السكرين.

7. بالرغم من وجود فرق يُعتد به، فهذا لا يعد اختصاراً جيداً لأن معظم السكرين يقعون داخل المجال المرجعي، بمستوى 95%.



### حل التمرين M9 : أسئلة الاختيار من متعدد من 44 إلى 49

44. خ ص خ خ خ. توجد دلالة على وجود علاقة الفقرة (6.9)، ليست سببية بالضرورة. يمكن وجود فروق أخرى ترتبط بشرب القهوة مثل التدخين الفقرة (3.8).
45. خ خ خ خ ص. الفرضية الابتدائية هي: متوسطات المجتمع متساوية الفقرة (7.9). الاعتداد خاصية للعينة وليس للمجتمع.  $SE(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \sqrt{SE(\bar{x}_1)^2 - SE(\bar{x}_2)^2}$ . الفقرة (5.8).

46. ص ص خ ص ص. الفقرة (2.9). من الممكن تماماً لأيهما أن يكون أعلى، والانحرافات في كلا الاتجاهين هي مهمة. الفقرة (5.9).  $n = 16$  لأن الشخص المختبر الذي يعطي القراءة ذاتها على كليهما، لا يعطينا أية معلومات عن الفرق، ويستبعد من الاختبار. الترتيب سيكون عشوائياً، كما في تجربة العبور التقاطعي الفقرة (6.2).
47. خ خ خ خ ص. العينة صغيرة، والفرق يمكن أن يرد للمصادفة، ولكن من الممكن أن يكون أيضاً ناشئاً عن المعالجة. علينا أن نجري تجربة أوسع لزيادة القدرة الفقرة (9.9). إضافة حالات جديدة يمكن أن يضعف الاختبار تماماً. إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، فالاختبار يعطي نتيجة يمتد بها في واحدة منها، وحق لو حصل هذا فلا يوجد تأثير للمعالجة الفقرة (10.9).

48. ص خ ص ص خ. إن طرائق العينات الكبيرة تتوقف على تقديرات التفاوت الذي نحصل عليه من المعطيات. وهذا التقدير يقترب إلى وسيط المجتمع كلما ازداد حجم العينة الفقرة (7.9) و (8.9). إن احتمال الخطأ من النوع الأول وهو مستوى الاعتداد يفرض مسبقاً، وليكن 5% مثلاً. وكلما كانت العينة أكبر كلما ازداد احتمال اكتشاف وجود الفرق الفقرة (9.9). تتوقف الفرضية الابتدائية على الحادثة التي نفحصها، لا على حجم العينة.

49. خ ص خ خ ص. لا نستطيع استنتاج السببية في الدراسات الرقابية الفقرات (8-6.3). ولكننا نستطيع استنتاج أنه يوجد دلالة على الفرق الفقرة (6.9). 0.001 هو احتمال حصولنا على فرق كبير إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة الفقرة (3.9).



## حل التمرين E9:

1. المجموعات الشاهدة جميعاً قد سحبت من مجتمعات من السهل الحصول عليها، واحدة تمثل مرضى في المشافي لا يعانون أعراضاً معدية معوية، الأخرى مرضى يعانون كسوراً وأقربائهم. كلهم متماثلون في العمر والجنس. داعي Mayberry ورفاقه التماثل في الطبقة وشكل الزواج (شرعي أم غير شرعي) أيضاً. وبعيداً عن عوامل التماثل، ليس لدينا أية طريقة لمعرفة ما إذا كانت "الحالات" و"الشواهد" قابلة للمقارنة، أو أية طريقة لمعرفة ما إذا كانت "الشواهد" مثلة للمجتمع الإحصائي. هذه عادة في دراسة الحالة والشاهد، وهي المسألة الرئيسية في هذا التصميم.
2. يوجد مصدران واضحا للتحيز الأول: المقابلات ليست عمياء والمعلومات تؤخذ من الشخص المختبر، أما الثاني فهو أن المعطيات تخص الماضي. في دراسة (James) يُسأل المختبرون عما اعتادوا أن يأكلوا خلال عدة سنوات في الماضي. فيما يتعلق "بالحالات" يكون هذا قبل حادثة معينة، هي بداية مرض كرون، أما فيما يتعلق "بالشواهد" فلا يوجد، الزمن هو زمن بداية المرض في الحالات الماثلة.
3. السؤال في دراسة (James) هو ماذا كنت تأكل في الماضي؟ والسؤال في دراسة Mayberry ورفاقه كان ماذا تأكل الآن؟
4. من أصل 100 مصاب بمرض كرون، كان 29 منهم مدلومين على أكل الكورن فليكس. ومن أصل 29 "حالة" ممن عرفوا علاقة الكورن فليكس بالمرض، 12 كانوا من غير الأكلين للكورن فليكس، وضمن الإحدى وسبعين حالة الأخرى 21 منهم كانوا لا يأكلون الكورن فليكس، وهذا يعطي مجموعاً قدره 33 كانوا يأكلون في الماضي ولكنهم لا يأكلون الآن الكورن فليكس، بجمع هذه إلى 29 مستهلكاً باستمرار نحصل على 62 حالة كانوا في فترة ما يأكلون الكورن فليكس بانتظام. إذا أجرينا الحسابات نفسها على "الشواهد" نحصل على  $13 = 10 + 3$  من الأكلين إضافة إلى 22 يأكلون باستمرار وهذا يعطي 35 كانوا في فترة ما يتناولون الكورن فليكس بانتظام. فمن المحتمل أن المرضى كانوا يتناولون الكورن فليكس بانتظام في فترة ما أكثر من المجموعة "الشاهدة"، ونسبة المرضى الذين صرحوا بتناولهم للكورن فليكس هي تقريباً ضعفاً ما صرح به "الشواهد".



بمقارنة هذه مع معطيات (James) حيث  $25\% = 17/68$  من "الشواهد" و  $68\% = 23/34$  من المرضى، نجد النسبة بينهما 2.7 مرة، ممن يأكلون الكورن فليكس بانتظام، والنتائج متماثلة.

5. إن العلاقة بين مرض كرون والتصريح باستهلاك الكورن فليكس أقل احتمالاً في اختبار الاعتدال وهذا يعطي دلالة أقوى على وجود علاقة بينهما. كذلك يوجد مريض واحد فقط لم يأكل الكورن فليكس (يوجد أيضاً عدد أكبر ممن يأكلون الحبوب المعروفة بين الشواهد).

6. في حالة مرضى كرون  $67.6\%$  أي  $23/34$  صرحوا أنهم يأكلون الكورن فليكس بانتظام بالمقارنة مع  $25.0\%$  من الشواهد. وهكذا نسبة المرضى الذين صرحوا بأنهم يأكلون الكورن فليكس بالقياس للشواهد تساوي  $2.7 = 67.6/25.0$ . أما النسب الموافقة للحبوب الأخرى فهي 2.7 للقمح و 1.5 للثريد، 1.6 للرز، 6.1 للنخالة، 2.7 موزلي<sup>1</sup>. عندما ننظر للمعطيات بهذه الطريقة، لا يظهر تفوق الكورن فليكس. يلاحظ صغر الاحتمال ببساطة لأنه أكثر الحبوب انتشاراً. تمثل قيمة  $P$  تميز العينة وليس المجتمع.

7. يمكننا أن نستخلص أنه لا توجد دلالة أن أكل الكورن فليكس مرتبط أكثر بمرضى كرون من استهلاك الحبوب الأخرى. إن ميل مريض كرون للتصريح بأنه يتناول طعام الإفطار بكثرة قبل ظهور المرض يمكن أن يكون نتيجة التنوع الكبير في الحمية أكثر منه في "الشواهد" لأنهم يجربون مختلف الأطعمة استجابة لأعراضها. يمكن أن يكونوا أكثر احتمالاً لاستذكار ما اعتادوا أن يأكلوا، ويكونوا أكثر وعياً لتأثيرات الحمية بسبب مرضهم.

#### حل التمرين M10 : أسئلة الاختيار من متعدد من 50 إلى 56

50. خ خ ص خ ص الفقرة (2.10). هي مكافئة لطريقة التوزيع الطبيعي الفقرة (7.8).
51. خ خ ص خ ص الفقرة (3.10). إن ما علينا أن نكتشفه هو ما إذا كانت متوسطات المجتمع متساوية. حالة العينة الكبيرة تماثل اختبار التوزيع الطبيعي في الفقرة (7.9)، ما عدا

<sup>1</sup> طعام من الحبوب والمكسرات والفواكه المخففة مع الحليب للفتور (الترجم).



تقدير التفاوت الكلي. بعد قانونياً من أجل أي حجم للعينة.

52.  $\chi^2$  ص ص خ خ. إن افتراض الخضوع للتوزيع الطبيعي لا نجده في العينة الصغيرة توزيع  $t$  - ستودنت الفقرة (3.10) بدون إجراء تحويل حسب الفقرة (4.10)، أما في حالة عينة كبيرة فتوزيع المعطيات لا أهمية له الفقرة (7.9). يستخدم اختبار الإشارة في معطيات المزاوجة. لدينا قياسات وليس معطيات كيفية.

53.  $\chi^2$  ص ص خ خ الفقرة (5.10). كلما كانت الفروق في أحجام العينات كبيرة، كلما كان التقريب إلى توزيع ستودنت أسوء. عندما تكون العينات أكبر حجماً يطبق اختبار التوزيع الطبيعي لعينة كبيرة الفقرة (7.9). لجميع المعطيات ليست مسألة هامة.

54.  $\chi^2$  ص ص خ ص. قيمة  $P$  تقدم معلومات أكبر مما لو قلنا إن الفرق يُعتمد به أو لا يُعتمد به. مجال الثقة سيكون حتى أفضل. الشيء المهم ما هي ميزات الاختبار الجيد للتشخيص، أي بهم تتداخل التوزيعات، وليس بأي فرق في المتوسط. إن تعداد الحيوانات النوبة لا يمكن أن يتبع التوزيع الطبيعي، لأن المحرطين معياريين أكبر من المتوسط، وبعض المشاهدات ستكون سالبة الفقرة (4.7). على وجه التقريب الأعداد المتساوية تجعل اختبار ستودنت خشناً جداً، ولكن التجانف يُضعف قدرة الاختبار الفقرة (5.10).

الجدول 6.19 : الفروق والمتوسطات لتوازن المطاوعة

الترتيب	الثابت	المتوسط	الفرق	المتوسط
1	65.4	72.9	-7.5	69.15
2	73.7	94.4	-20.7	84.05
3	37.4	43.3	-5.9	40.35
4	26.3	29.0	-2.7	27.65
5	65.0	66.4	-1.4	65.70
6	35.2	36.4	-1.2	35.80
7	24.7	27.7	-3.0	26.20
8	23.0	27.5	-4.5	25.25
9	133.2	178.2	-45.0	155.70
10	38.4	39.3	-0.9	38.85
11	29.2	31.8	-2.6	30.50
12	28.3	26.9	1.4	27.60
13	46.6	45.0	1.6	45.80
14	61.5	58.2	3.3	59.85
15	25.7	25.7	0.0	25.70
16	48.7	42.3	6.4	45.50



55. خ ص ص خ ص الفقرة (A7) في حالة التوزيع الطبيعي  $\bar{x}$ ،  $\sigma^2$  مستقلان.  $\sigma^2$  يتبع هذا التوزيع مضروباً بـ  $\sigma^2/(n-1)$ ، بينما  $\sigma^2$  هو تفاوت المجتمع  $\bar{x}/\sqrt{s^2/n}$  يتبع توزيع ستودنت فقط إذا كان متوسط توزيع المجتمع يساوي الصفر الفقرة (1.10).

0	0 1 1 3 6
-0	0 1 1 2 2 3 4 5 7
-1	
-2	0
-3	
-4	5

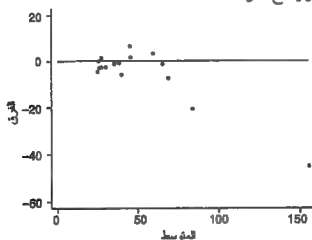
الشكل 12.19 : عخطط الساق والأوراق للمطاوعة

56. خ ص ص خ ص الفقرة (9.10). مجاميع المربعات ودرجات الحرية قابلة للجمع، بينما مربعات المتوسطات غير قابلة للجمع. ثلاث مجموعات تعطينا درجتين حرية. يمكننا اتخاذ أية حجوز للمجموعات.

### حل التمرين E10:

1. الفروق في المطاوعة مبين في الجدول (6.19). عخطط الساق والأوراق مبين في الشكل (12.19).

2. الشكل (13.19) هو عخطط الفرق بدلالة المتوسط، والتوزيع متجانف بشكل كبير والفرق مرتبط بشكل قوي مع المتوسط.



الشكل 13.19 : فرق متوسط vs للمطاوعة



3. مجموع الفروق ومجموع مربعاتها هي على التوالي -  $\sum d_i = 82.7$  و  $\sum d_i^2 = 2648.43$ ، ومنه المتوسط  $\bar{d} = -5.16875 = -5.2/16$ ، أما مجموع المربعات حول المتوسط:

$$\sum d_i^2 - \frac{(\sum d_i)^2}{n} = 2648.43 - \frac{(-82.7)^2}{16} = 2220.97438$$

ويكون التفاوت  $s^2 = 2220.97438/15 = 148.06496$  ومنه الانحراف المعياري  $s = \sqrt{148.06496} = 12.168$  الخطأ المعياري لمتوسط الفرق هو:

$$\sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{148.06496}{16}} = 3.04205$$

4. درجة الحرية 15 ومن الجدول (1.7) نقطة توزيع ستودنت الموافقة لاحتمال 0.05 هي 2.13. مجال الثقة بمستوى 95% هو  $[-5.16875 + 2.13 \times 3.04205, -11.6, +1.3]$  وهذا يعطي:

0.06	2	رؤية ملخصة	0.06	2
0.05			0.04	
0.04			0.02	2 4
0.03			0.00	0 5
0.02	2 4		-0.00	9 0 4
0.01	5		-0.02	7
0.00	0		-0.04	2 7 9
-0.00	9		-0.06	3 7
-0.01	0 4		-0.08	
-0.02			-0.10	8
-0.03	7		-0.12	6
-0.04	2 7 9			
-0.05				
-0.06	3			
-0.07	7			
-0.08				
-0.09				
-0.10	8			
-0.11				
-0.12	6			

الشكل 14.19 : مخططات الساق والورقة للوغاريتم المطاوعة



5. يبين الجدول (7.19) التحويل اللوغاريتمي للمعطيات، باستخدام اللوغاريتم العشري (أي ذي الأساس 10)، مع فروقها وبجمايعها. مخطط الساق والأوراق مبين في الشكل (14.19). هذا غير عملي، ونستطيع تكثيف ذلك بتجميع الأرقام المعنوية الأولى. الفرق بدلالة المتوسط مبين في الشكل (15.19). الفروق تبقى مرتبطة مع المتوسط ولكن ليس بقوة كما في الشكل (13.19). التوزيع أكثر تناظراً ويبدو استخدام توزيع  $t$  - ستودنت منطقياً أكثر من المعطيات غير المحولة. مجموع الفروق ومجموع مربعاتها هي على التوالي:  $\sum d_i = 0.459$  و  $\sum d_i^2 = 0.050687$  وتصبح قيمة المتوسط  $\bar{d} = -0.028688 = -0.459/16$  ومجموع المربعات حول المتوسط هو  $\sum d_i^2 - (\sum d_i)^2/16 = 0.037519 - 0.050687$  ويكون التفاوت  $\sigma^2 = 0.037519/15 = 0.0025013$ .

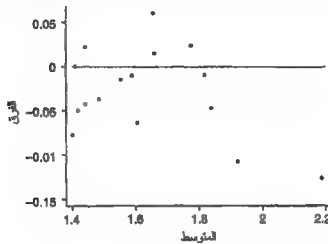
الجدول 7.19: الفرق والمتوسط للوغاريتم المطاوعة الخاضعة للتحويل (log)

المرتبة	الثابت	الشاذ	الفرق	المتوسط
1	1.818	1.863	-0.047	1.839 5
2	1.867	1.975	-0.108	1.921 0
3	1.873	1.836	-0.063	1.804 5
4	1.420	1.462	-0.042	1.441 0
5	1.813	1.822	-0.009	1.817 5
6	1.547	1.561	-0.014	1.554 0
7	1.393	1.442	-0.049	1.417 5
8	1.362	1.439	-0.077	1.400 5
9	2.125	2.251	-0.126	2.188 0
10	1.584	1.594	-0.010	1.589 0
11	1.465	1.502	-0.037	1.483 5
12	1.452	1.430	0.022	1.441 0
13	1.688	1.653	0.015	1.680 5
14	1.789	1.765	0.024	1.777 0
15	1.410	1.410	0.000	1.410 0
16	1.688	1.626	0.062	1.657 0

6. من  $-0.028688 - 2.13 \times 0.012503$  إلى  $-0.028688 + 2.13 \times 0.012503$  أي من  $-0.002057$  إلى  $-0.055312$ . ولم يتم تدوير هذه الأرقام لأننا نرغب بتحويلها أولاً. وإذا قمنا بتحويل عكسي لهذه الحدود و ذلك بأخذ اللوغاريتم العكسي فإننا نحصل على  $0.880$  إلى  $0.995$  وهذا يعني أن المطاوعة ناتجة عن وجود موجة متباطئة هي بين  $0.880$  و  $0.995$ . وهذا يعني أن وجود المطاوعة ناتج عن وجود موجة ثابتة. هناك دليل



على أن شكل الموجة له تأثير، في حين أن المعطيات غير المحولة يكون مجال الثقة للفرق حارياً على الصفر. بما أن المعطيات الخام ذات توزيع متجانف فإن مجال الثقة واسع جداً.



الجدول 15.19 : الاختلاف كناتج لمتوسط لوغاريتم المطاوعة

7. يمكننا استنتاج أن هناك بعض الأدلة لانخفاض متوسط المطاوعة، والذي يمكن أن يصل حتى 12% (محسوبة كالتالي:  $100 \times [1 - 0.880]$ )، ولكنه تغير صغير ويمكن إهماله.

### حل التمرين M11 : أسئلة الاختيار من متعدد من 57 إلى 61

57. (خ خ ص ص خ): للمتغيرات الناتجة والمنبئة مرتبطة ببعضها جيداً ولكن ارتباطها غير خطي، إذن  $r < 1$  انظر الفقرة (9.11).

58. (خ ص خ خ خ): إن معرفة المتغير المنبئ (predictor) تعطينا بعض المعلومات عن المتغير الناتج الفقرة (2.6). هذه هي ليست علاقة خطية، في جزء من المقياس يتناقص المتغير الناتج بازدياد للمتغير المنبئ. إن معامل الارتباط يكون قريباً من الصفر الفقرة (9.11). يكون التحويل اللوغاريتمي مناسباً هنا إذا تزايد المتغير الناتج بشكل سريع أكثر فأكثر مع زيادة المتغير المنبئ الفقرة (5.9).

59. (خ خ خ ص ص): عادة فإن نقطة تقاطع خط الانكفاء مع المحور  $Y$  وليله قيم غير معدومة، بالمبادلة بين  $X$  و  $Y$  يتغير مستقيم الانكفاء.



60. (ص ص خ خ خ): الفقرة (10-9-11) ليس هناك اختلاف بين المتغير المنبئ والمتغير الناتج. يجب ألا نخلط بين  $r$  ومعامل الانكفاء الفقرة (11.3).
61. (خ ص ص خ خ): ليس للمتغير المنبئ خطأ في نموذج الانكفاء الفقرة (11.3). سنستخدم التحويلات فقط إذا كانت ضرورية لتحقيق الافتراضات الفقرة (11.8). هناك انتشار حول المستقيم الفقرة (11.3).

### حل تمرين E11:

1. يتم حساب الميل كالتالي:

$$b = \frac{\text{مجموع الجداومات}}{\text{مجموع المربعات}}$$

$$b_f = \frac{4206.9}{1444.6} = 2.9122 \quad \text{للإثاث}$$

$$b_m = \frac{9045.4}{2267.5} = 39892 \quad \text{للكور}$$

2. من أجل الخطأ المعياري، يلزمنا أولاً التفاوت حول الخطأ:

$$s^2 = \frac{1}{n-2} \left( \sum (y_i - \bar{y})^2 - b^2 \sum (x_i - \bar{x})^2 \right)$$

وبذلك فإن الخطأ المعياري هو:

$$SE(b) = \sqrt{\frac{s^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}$$

للإثاث:

$$s_f^2 = \frac{1}{43-2} (101107.6 - 2.9122^2 \times 1444.6) = 2167.2$$

$$SE(b_f) = \sqrt{\frac{2167.2}{1444.6}} = 1.2248$$



للمذكور:

$$s_m^2 = \frac{1}{58-2} (226873.5 - 3.9892^2 \times 2267.5) = 3406.9$$

$$SE(b_m) = \sqrt{\frac{3406.9}{2267.5}} = 1.2258$$

3. إن الخطأ المعياري للفرق بين متغيرين مستقلين هو الجذر التربيعي لمجموع مربعات الأخطاء

المعياري:

$$\begin{aligned} SE(b_f - b_m) &= \sqrt{(SE(b_f))^2 + (SE(b_m))^2} \\ &= \sqrt{1.2248^2 + 1.2258^2} \\ &= 1.7328 \end{aligned}$$

إن العينة كبيرة بما فيه الكفاية، تقريباً 50 في كل مجموعة، وبذلك فإن الخطأ المعياري هذا هو تقدير جيد ويمكننا استخدام التقريب الطبيعي لعينة كبيرة. إن 95% مجال ثقة هو 1.96 خطأ معيارياً على كل من طرفي التقدير. إن الاختلاف الملاحظ هو  $b_f - b_m = 2.9122 - 3.9892 = -1.0770$ . وبذلك فإن 95% مجال ثقة هو  $-1.0770 + 1.96 \times 1.7328 = 2.3$  إلى  $-1.0770 - 1.96 \times 1.7328 = -4.5$ . إذا كانت العينات صغيرة، فإنه يمكننا القيام بذلك باستخدام توزيع  $t$  - ستودنت، ولكننا نحتاج إلى تقدير التفاوت المشترك. من الأفضل استخدام الانكفاء المتعدد. باختبار تفاعل الطول  $\times$  الجنس.

4. من أجل اختبار الاعتداد، فإن إحصائية الاختبار تعطي بنسبة الفرق إلى الخطأ المعياري:

$$\frac{b_f - b_m}{SE(b_f - b_m)} = \frac{-1.0770}{1.7328} = -0.62$$

إذا كانت الفرضية الصفرية الابتدائية، فإن هذه تكون مشاهدة لتوزيع طبيعي معياري من الجدول 7.2،  $P > 0.5$ .

حل التمرين M12 : أسئلة الاختيار من متعدد من 62 إلى 66

62. (ص خ ص خ خ): الفقرات (2.12، 3.10): يطبق كل من اختباري الإشارة وويلكسون على المعطيات المزاوجة الفقرتان (2.9) و(3.12). ارتباط الرتب يحث عن



- وجود علاقة بين متغيرين ترتيبيين، وليس للمقارنة بين مجموعتين الفقرات (4.12، 5.12).
63. (ص ص خ خ ص): الفقرات (2.9، 2.12، 3.10، 5.12): إن اختبار wilcoxon هو لمعطيات بجالية الفقرة (3.12).
64. (خ ص خ ص ص): الفقرة (5.12): ليس هناك متغير منبسط في الارتباط. لا يؤثر التحويل اللوغاريتمي على ترتيب المشاهدات.
65. (ح ص خ خ ص): إذا تم تحقيق فرضيات التوزيع الطبيعي فإن الطرائق النسبي تستخدم هذه الفرضيات تكون أفضل الفقرة (12.7). إن تقدير مجالات الثقة باستخدام طرق الرتب عملية صعبة. حيث تتطلب طرق الرتب أن يكون المقياس ترتيبياً أي يمكن ترتيب المعطيات.
66. (ص ص خ ص خ): نحتاج إلى اختبار المزاوجة:  $t$ ، اختبار الإشارة أو ويلكوسن الفقرات (2.10، 2.9، 3.12).

### حل تمرين E12

1. إن الفروق مبينة في الجدول (6.12). لدينا 4 قيم إيجابية، 11 قيم سلبية، و 1 معلومة. عند اعتبار الفرضية الابتدائية بعدم وجود فرق، فإن عدد القيم الموجبة يتبع التوزيع الحدائسي حيث  $p = 0.5$ ،  $n = 15$ . هنا لدينا  $n = 15$  لأن قيمة الصفر لا تساهم بأي معلومة حول اتجاه الفرق. من أجل  $\text{PROB}(r \leq 0.5)$  فإنه لدينا:

$$\begin{aligned} \text{PROB}(r = 4) &= \frac{18!}{4! \times 14!} \times (0.5)^{15} = 0.04166 \\ \text{PROB}(r = 3) &= \frac{18!}{3! \times 15!} \times (0.5)^{15} = 0.01389 \\ \text{PROB}(r = 2) &= \frac{18!}{2! \times 16!} \times (0.5)^{15} = 0.00320 \\ \text{PROB}(r = 1) &= \frac{18!}{1! \times 17!} \times (0.5)^{15} = 0.00046 \\ \text{PROB}(r = 0) &= \frac{18!}{0! \times 18!} \times (0.5)^{15} = 0.00003 \\ \text{PROB}(r \leq 4) &= 0.05924 \end{aligned}$$

إذا ضاعفنا هذه القيمة للحصول على اختبار من طرفين نحصل على 0.11844 وهو لا يعتد به أيضاً.

2. باستخدام اختبار ويلكوسن wilcoxon للأزواج المتقابلة نحصل على:



3.0-	2.7-	2.6-	1.6	1.4	1.4-	1.2-	0.9-	الفرق
8	7	6	5	3.5	3.5	2	1	الترتيب
	45.0-	20.7-	7.5-	6.4	5.9-	4.5-	3.3	الفرق
	15	14	13	12	11	10	9	الترتيب

بالنسبة لاختبار الإشارة فإنه يمكن استبعاد الصفر لأننا نهتم بمجموع مربعات الفروق الموجبة أي  $T = 3.5 + 5 + 9 + 12 = 29.5$ . ومن جدول 12.5 يتبين أن نقطة الـ 5% ( $n = 15$ ) هي 25، والتي تقل عن T، وبذلك فإن الفرق لا يُعتد به بمستوى 5%. الاختبارات الثلاثة تعطي إجابات متشابهة.

3. باستخدام التحويل اللوغاريتمي للفروق في الجدول 19.7، نحصل أيضاً على 4 قيم إيجابية، 11 قيمة سلبية، وقيمة صفرية واحدة، و يعطي اختبار الإشارة عدم وجود فرق باحتمال 0.11848. أي أن التحويل لا يغير اتجاه التغير فهو إذن لا يؤثر على اختبار الإشارة.

4. بالنسبة لاختبار wilcoxon للأزواج المتقابلة على لوغاريتم المطاوعة:

0.024	0.022-	0.015-	0.014-	0.010-	0.009-	الفرق
6	5	4	3	2	1	الترتبة
0.063-	0.062	0.049-	0.047-	0.042-	0.037-	الفرق
12	11	10	9	8	7	الترتبة
			0.126-	0.108-	0.077-	الفرق
			15	14	13	الترتبة

وبذلك فإن  $T = 4 + 5 + 6 + 11 = 26$ . إن هذه القيمة هي فقط أعلى من نقطة 5% بالنسبة لـ 25، وهي مختلفة عن تلك المعطيات غير المحولة. لأن التحويل يغير الحجم النسبي للفروق فقط. و يفترض الاختبار هنا معطيات بحالية. عند التحويل إلى مقياس لوغاريتمي فإننا ننتقل إلى مقياس يمكن معه مقارنة الفروق، لأن التغير لا يعتمد على القيمة الأصلية. هذا لا يحصل في اختبارات الرتب الأخرى، مثل اختبار (Mann Whitney) و معاملات الارتباط الرتبية والتي لا تستلزم وجود فروق.

5. بالرغم من أن هناك احتمال انخفاض المطاوعة ولكنها لا تصل إلى المستوى الذي يعتد به. 6. إن الاستنتاجات متشابهة بشكل كبير، ولكن التأثير على انخفاض المطاوعة يظهر أكثر بطريقة (t). إذا كانت المعطيات قابلة للتحويل بحيث يمكن تقريبها إلى التوزيع الطبيعي، فإن اختبار t هو الأقوى، وتعطي أيضاً مجالات ثقة بشكل أسهل، وأنا أفضله.



### حل التمرين M13 : أسئلة الاختيار من متعدد من 67 إلى 74

67. (خ ص خ ص خ) الفقرات (1.13، 3.13):  $8 = (3 - 1) \times (5 - 1)$  درجة من الحرية،  $12 = 15 \times 80\%$  خلية يجب أن تكون التكرارات المتوقعة فيها أكبر من 5. وهذا يقتضي أن يكون التكرار للمشاهد معلوماً.

68. (ص ص خ ص خ): الفقرات (1.13، 9.13): إن الاختبارين مستقلان عن بعضهما.  $d.f = 1 = (2 - 1) \times (2 - 1)$  يمثل هذه الأرقام الكبيرة، فإن تصحيح "yates" لا يؤدي إلى فرق كبير فبدونه نحصل على  $\chi^2 = 124.5$ ، وبالتصحيح نحصل على  $\chi^2 = 119.4$  الفقرة (13.5).

69. (ص ص خ ص ص): إن اختبار  $\chi^2$  للاتجاه  $\chi^2$  يختبران الفرضية الابتدائية لا يوجد اتجاه في الجدول، ولكن اختبار  $\chi^2$  الرئيسي ليس كذلك الفقرة (8.13). إن معدل الأرجحية (OR) هو تقدير للمخاطرة النسبية في دراسة الحالة - الشاهد.

70. (ص ص ص ص ص): الفقرة (5-4.13): من الصعب حساب عوامل الأرقام الكبيرة.

71. (ص ص خ خ خ): الفقرة (3.13): إن 80% للقيمة 4 هي أكبر من 3، وبذلك فإن جميع التكرارات المتوقعة يجب أن تتجاوز 5. يمكن لحجم العينة أن يكون صغيراً حتى 20، إذا كانت المجموع المودية والسعيرية تساوي 10.

72. (ص ص خ خ خ): يقارن هذا الاختبار النسب في عينات متقابلة الفقرة (9.13). بالنسبة لعلاقة ما، فإننا نستخدم اختبار ( $\chi^2$ ) الفقرة (1.13). إن PEFR هو متغير مستمر، فإننا نستخدم طريقة  $\chi^2$  للمزوجة الفقرة (2.10). وبالنسبة ليعتين مستقلتين فإننا نستخدم اختبار ( $\chi^2$ ) الفقرة (1.13).

73. (ص ص خ ص خ): بالنسبة إلى جدول  $2 \times 2$  وبتكرارات متوقعة صغيرة فإننا نستخدم اختبار (Fisher's exact) أو تصحيح Yates الفقرة (5-4.13). إن اختبار McNemar هو غير ملائم لأن المجموعات غير متقابلة.

74. (ص ص ص ص خ) الفقرة (13.7).



### حل التمرين E13:

1. يبدو أن موجه الحرارة تبدأ في الأسبوع 10 وتستمر إلى الأسبوع 17. وهذه الفترة أحر من الفترة المقابلة في عام 1982.
2. هناك 178 قبولاً خلال موجه الحر في عام 1983 و 110 قبولاً في الأسابيع المقابلة لها من عام 1982. يمكننا اختبار الفرضية الابتدائية أن هذه القبولات تنتمي لمجموعات لها معدل القبول نفسه ونحصل على فرق يعتد به. لكن هذا غير مقنع. وهذا يمكن أن يكون مرده إلى عوامل أخرى مثل إغلاق مشفى آخر والتغيرات الناتجة عن تجمع مياه الأمطار.
3. إن تقاطع الجداول مبين في الجدول (8.19).

الجدول 8.19 : تعارض الجداول للفترة الزمنية بالعام  
لقبولات للمستين

السنة	الفترة			المجموع
	قبل موجه	أثناء موجه	بعد موجه	
	الحر	الحر	الحر	
1982	190	110	82	382
1983	180	178	110	468
المجموع	370	288	192	850

4. تدل الفرضية الابتدائية على عدم وجود علاقة بين فترات الحر والأعوم التي حدثت فيها، أو بالأحرى أن توزيع القبولات بين الفترات سوف يكون نفسه بالنسبة لكل عام. إن القيم المتوقعة مبينة في الجدول (9.19).

الجدول 9.18 : التكرارات المتوقعة للجدول (8.19)

السنة	الفترة			المجموع
	قبل موجه	أثناء موجه	بعد موجه	
	الحر	الحر	الحر	
1982	166.3	129.4	86.3	382.0
1983	203.7	158.6	105.7	468.0
المجموع	370.0	288.0	192.0	850.0

5. إن احصائية  $\chi^2$  تعطى بالشكل التالي:



$$\begin{aligned}\sum \frac{(O-E)^2}{E} &= \frac{(190-166.3)^2}{166.3} + \frac{(110-129.4)^2}{129.4} + \frac{(82-86.3)^2}{86.3} \\ &+ \frac{(180-203.7)^2}{203.7} + \frac{(178-158.6)^2}{158.6} + \frac{(110-105.7)^2}{105.7} \\ &= 11.806\end{aligned}$$

هناك سطران وثلاثة أعمدة وهذا يعطي درجتي حرية  $2 = (3 - 1) \times (2 - 1)$  أي أن  $\chi^2 = 11.8$  و بدرجتي حرية. ومن الجدول (14.3) نرى أن قيمة كاي-مربع تقابل قيمة احتمالية أقل من (0.01). وبالتالي فالمعطيات غير متوافقة مع الفرضية الابتدائية. إن الأدلة تدعم الرأي بأن القبولات قد ازدادت خلال موجة الحر عام 1983 أكثر مما يمكن رده للمصادفة. لا يمكننا التأكد بأن كانت هذه الزيادة هي سبب موجة الحر أو لسبب آخر كان بنفس الوقت.

6. يمكننا دراسة حدوث نفس التأثير في مناطق أخرى بين عامي 1982 و 1983. يمكننا الاطلاع على ملفات أقدم للملاحظة فيما إذا كان هناك ازدياد مشابه في القبولات، على سبيل المثال بين عامي 1975 و 1976.

#### تمرين 14 M: أسئلة الاختيار من متعدد من 75 إلى 80

75. (ص خ ص ص): فقرة 14.2
76. (ص ص ص ص ص): لا يمكن استخدام الاختبار  $t$  لأن للمعطيات لا تتوزع توزيعاً طبيعياً الفقرة (3.10). التكرارات المتوقعة تكون صغيرة جداً لاستخدامها في اختبار كاي-مربع (13.3). ولكن اختبار الاتجاه العام سوف يكون مقبولاً (8.13). يمكن أيضاً استخدام اختبار جودة الملائمة الفقرة (10.13).
77. (خ ص ص خ ص): في عينة صغيرة نحتاج إلى طريقة المزاوجة لب- $t$  - ستودنت
78. (خ ص ص ص ص): فقرة (14.5)
79. (خ خ خ خ ص): إن طرق الانكفاء والارتباط واختبار المزاوجة لب- $t$  - ستودنت معطيات مستمرة (11.3، 11.9، 10.2). يمكن استخدام  $\tau$  - كاندل للنفقات المرتبة.
80. (ص ص خ خ): الفقرة (2.14)



## حل تمرين E 14:

1. التفضيل الكلي: لدينا عينة واحدة من المرضى، 12 مريضاً قد فضلوا اللقاح A، 14 مريضاً قد فضلوا اللقاح B، وأربعة مرضى لم يبدوا أي تفضيل. يمكننا استخدام الاختبار الحدائسي Binomial أو اختبار الإشارة (9.2)، إذا اقتصرنا على المرضى الذين أبدوا تفضيلاً معيناً. الذين فضلوا اللقاح A إيجابيون، والذين فضلوا اللقاح B هم سلبيون. لدينا اختبار من جانبيين لا يُعتمد به حيث  $P = 0.85$ .  
التفضيل والترتيب: لدينا علاقة بين متغيرين، التفضيل والترتيب وكلاهما اسمي nominal. ننشئ جدولاً  $2 \times 2$  ثنائي التصنيف ونجري اختبار كاي-مربع. في الجدول  $(2 \times 3)$  نحصل على تكرارين متوقعين أقل من "5"، وبذلك فإن علينا تحرير الجدول. ليس هناك أي تركيبات واضحة، ولكن يمكننا استبعاد أولئك الذين لم يبدوا أفضليات، والابقاء على جدول  $(2 \times 2)$ ، حيث  $\chi^2 = 1.3$  بدرجة الحرية (1)، وقيمة الاحتمال  $P > 0.05$ .
2. إن للمعطيات هي مزاجية وبذلك يجب استخدام اختبار المزاجية لـ  $(2, 10)$ . ويجب تحقيق افتراض التوزيع الطبيعي لأن PEFR تتبع التوزيع الطبيعي بشكل واضح. نجد:  $z = 6.45/5.05 = 13$  بدرجة من الحرية تساوي 31، وهذه النتيجة لا يُعتمد بها. باستخدام  $t = 2.04$  من الجدول (1.10) نحصل على 95% مجال ثقة من -3.85 إلى (16.75) ليتر/دقيقة.
3. يجب استخدام عدد المرضى الكلي الذين تم اختبارهم عشوائياً للمعالجات، بهدف تحليل المعالجة الفقرة (2.5). لدينا "1721" مريضاً في حالة معالجة فعالة وهذا الرقم يتضمن "15" وفاة، ولدينا "1706" مريضاً غفلاً placebo مع 35 حالة وفاة. يعطي اختبار كاي-مربع  $\chi^2 = 8.3$  بدرجة حرية 1 و  $P < 0.01$ . المقارنة بين النسبتين تعطيان فرقاً قدره -0.0118 - ومجال ثقة بمستوى 95% من (-0.0038 إلى -0.198)، واختبار التوزيع الطبيعي يعطي القيمة 2.88، باحتمال  $P > 0.01$  الفقرة (8.9).
4. لا يتوزع المتغيران توزيعاً طبيعياً. نجد أن الترتيب متجانف جداً بينما pH ثنائي الدارج. من الممكن تحويل الترتيب إلى توزيع طبيعي ولكن عملية التحويل ليست بسيطة. على سبيل المثال إن وجود الصفر يمنع استعمال التحويل اللوغاريتمي البسيط. وكذلك فإن الانكفاء



والارتباط هما غير مناسبين، ويجب استخدام معامل الارتباط الرتبسي. معامل سبيرمان  $\rho = 0.58$  ومعامل كندال  $\tau = 0.40$  وكلاهما باحتمال 0.004.

5. لدينا عينتان كبيرتان ويمكننا إجراء المقارنة الطبيعية للمتوسطين الفقرة (5.8). إن الخطأ المعياري للفرق هو 0.0178 ثانية والفرق لملاحظ هو 0.02 ثانية وهذا يعطي 95% مجال ثقة من (-0.015 إلى 0.055) للزيادة في الزمن الوسطي للعبور في الحالات الشاهدة. إذا كانت جميع المعلومات متوفرة، فإنه يمكننا حساب متوسط MTT للحالتين الشاهديتين المقابلتين لكل حالة، وبعد ذلك يمكننا إيجاد الفرق بين متوسط حالة MTT ومتوسط الحالة الطبيعية لـ MTT، وعندئذ نستخدم طريقة العينة الواحدة الفقرة (3.8).

6. إن الخطوات غير المتساوية في قياس الحدة البصرية بين أنه يجب أن تعامل هذه المعطيات على أنها قياسات ترتيبية، وبذلك فإن اختبار الإشارة هو مناسب. نطرح الرؤية اللاحقة للعملية من الرؤية السابقة، لنجد 10 فروق موجبة، ولا يوجد أي اختلاف سالب وهناك "7" أصفار. وبذلك، نرجع القيمة 0 إلى توزيع حداني binomial باحتمال  $p = 0.5$ ، و  $n = 10$ ، يعطي الاحتمال بالعلاقة التالية:

$$\frac{10!}{10! \times 0!} \times 0.5^0 \times 0.5^{10} = 0.00098$$

من أجل اختبار ثنائي الجانب نضاعف هذه القيمة لتعطي  $P = 0.002$ . اختبار حساسية التباين هو قياس، وبالتالي فإنه مقياس مجالي. يمكننا إجراء اختبار المزاوجة لـ  $t$  المزدوج أو اختبار ترتيب الإشارة لـ Wilcoxon على الفروق. الاختلافات يمكن تصنيف توزيعات الاختلافات في مجموعات، باعتبار أن المقياس هو منقطع، ولكنه غير متجانف، وبذلك فكلًا الطريقتين ممكنة. في اختبار المزاوجة لـ  $t$  - ستودنت متوسط الفرق (قبل وبعد) هو -0.335 والانحراف المعياري هو 0.180، والخطأ المعياري للمتوسط هو  $0.044 \approx 0.180/\sqrt{17}$  واحصائية الاختبار  $t$  للفرضية الابتدائية: متوسط المجتمع الإحصائي الصفر هي الإحصائية  $7.61 \approx 0.335/0.044$ ،  $d.f. = 16$ ،  $P < 0.001$ . بالنسبة لاختبار ترتيب الإشارة لـ wilcoxon، فإن جميع الفروق هي سالبة وبذلك فإنه  $T = 0$ ، وهي ذات اعتداد عال. بالنسبة للعلاقة بين حدة البصر واختبار حساسية التفاوت، فإن حدة البصر هي ترتيبية وبذلك



يجب استخدام الارتباط الرتبى. معامل سبيرمان  $\rho = -0.49$ ،  $P = 0.05$ ، ومعامل كندل  $\tau = -0.40$ .

7. نريد إجراء اختبار العلاقة بين متغيرين، وهما يمثلان متغيرين فئويين. نستخدم اختبار  $\chi^2$  بالنسبة لجدول الاحتمال،  $\chi^2 = 38.1$ ،  $d.f. = 6$ ،  $P < 0.001$ . أحد الإمكانات أن متحول آخر، مثل تدخين الأم أو الفقر، يرتبطان بكل من عمر الأم والربو. والإمكان الآخر هو وجود تأثير أترابى جميع النساء في أعمار (14-19) ولدوا خلال الحرب العالمية الثانية وأن تجربة تاريخية مشتركة قد تكون قد أنتجت الربو لدى أطفالهم.

### حل التمرين 15 M: أسئلة الاختبار من متعدد من 81 إلى 86

81. (ص ص ص خ) الفقرة (2.15): باستثناء ما إذا كانت إجراءات القياس تؤدي إلى تغيير الحالة، فإننا نتوقع الفرق في المتوسط يساوي الصفر.

82. (ص ص ص خ خ) الفقرة (4.15): نحتاج إلى الحساسية والنوعية. هناك أشياء أخرى، تتوقف على المجتمع الإحصائي المدروس، والتي من الممكن أن تكون مهمة أيضاً، مثل القيمة التنبؤية الموجبة.

83. (خ ص ص ص خ) الفقرة (4.15) إن النوعية، وليست الحساسية، هي التي نقيس كيف يتم إقصاء الأشخاص غير المرضى.

84. (ص ص ص خ خ) الفقرة (5.15): المجال المرجعي بمستوى 95% يجب أن لا يعتمد على حجم العينة.

85. (خ خ خ خ ص) الفقرة (5.15): نتوقع أن يكون 5% من الرجال الطبيعيين خارج هذه الحدود. يمكن للمريض أن يكون مصاباً بمرض ما دون أن يؤدي ذلك إلى حالة غير طبيعية في الميماتوكريت. إن المجال المرجعي هذا هو للرجال، وليس للنساء اللواتي قد يمتلكن توزيعاً مختلفاً للهماتوكريت. من الخطورة استنتاج المجال المرجعي لمجتمع ما من مجتمع آخر. وفي حقيقة الأمر، فإن المجال المرجعي للنساء هو (35.8، 45.4)، وهذا ما يضع المرأة التي يبلغ الميماتوكريت عندها 48 خارج المجال المرجعي. إن قيمة



الهيما توكريت خارج المجال المرجعي 95% ينوه أن الشخص قد يكون مرهضاً، ولكنها لا تثبت ذلك.

86. (ص خ ص ص ص) الفقرة (6.15): بازدياد الزمن، فإن المعدلات سوف تكون مبنية على أساس حالات نجاة أقل. إن الانسحابات خلال المجال الأول يؤدي إلى نصف مجال من الخطورة. إن كان ثمة تغير في البُقيا. فأولئك المختبرون الذين يملكون متأخرين في التقويم الزمني. ومن ثم فهم أكثر احتمالاً أن ينسحبوا، لم يُبقا مختلفة عن أولئك الذين بدؤوا مبكرين. الجزء الأول من المنحني سوف يمثل مجتمع إحصائي مختلف عن الجزء الثاني. إن الشخص الذي يبقى لأطول فترة زمنية سوف يبقى على قيد الحياة وبذلك سوف يصبح منسحباً.

### حل تمرين 15:

1. تم استخدام المتبرعين بالدم لأنه كان من السهل الحصول على الدم. وهذا ما يسبب ضعفاً في عينة كبار السن، تم إضافة أشخاص يلازمون المراكز اليومية. هذا ما يؤكد أن هؤلاء فعالون بشكل معقول، وأصحاء بالنسبة إلى سنهم. بالأخذ بعين الاعتبار مشكلة الحصول على الدم ومحدودية توفر المصادر، فإن هذه العينة تبدو مقبولة لهذا الهدف. الخيار الآخر يكمن بأخذ عينة عشوائية من المجتمع الإحصائي المحلي ومحاولة إقناعهم بالتبرع بالدم. يمكن أن يوجد عدد كبير من الراضين بحيث أن التحياز المتطوع يجعل العينة لا تمثل المجتمع بأي حال. وكذلك فإن العينة هي متحيزة جغرافياً، باعتبار أنه تم اختيارها من جزء واحد من لندن. بالنسبة لهذه الدراسة، التي تهدف لمقارنة مرضى السكر مع الأشخاص الطبيعيين، فإن هذه المشكلة ليست مهمة كثيراً، باعتبار أن المجموعتين تم اختيارهما من نفس المكان. بالنسبة للمجال المرجعي الذي يتم تطبيقه على كامل البلد، إذا كان هناك عامل جغرافي فإن المجال سوف يكون متحيزاً في أماكن أخرى. لدراسة هذا التأثير يجب تكرار هذه الدراسة في عدة أماكن، ومقارنة المجالات المرجعية الناتجة وتجميعها بالطريقة المناسبة.



2. نحتاج إلى أشخاص طبيعيين وأصحاء لهذه العينة، وبذلك يجب استبعاد الأشخاص المصابين بأمراض واضحة وخاصة أولئك المرضى الذين يؤثرون على الكميات المقاسة. ولكن، عند استبعاد جميع المسنين الذين يخضعون للمعالجة الدوائية سوف نجد أنه من الصعب الحصول على عينة كبيرة بما فيه الكفاية. إنه من الطبيعي أن يتعاطى المسنون المسكنات والأدوية للنمو، لذلك فإنه يمكن استبعاد هؤلاء .

3. من شكل المنسج والاختطاط الطبيعي، فإن توزيع المغنيزيوم المصلي طبيعياً.

4. إن المجال المرجعي، الذي من المتوقع أن تقع خارجه 5% من القيم الطبيعية، هو  $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$ ، أو  $0.180 - 2 \times 0.057$  إلى  $0.180 + 2 \times 0.057$  والذي هو (0.696 إلى 0.924) أو (0.70 إلى 0.92) ميلي مول/لتر.

5. باعتبار أن العينة كبيرة والمعطيات لها توزيع طبيعي، فإن الخطأ المعياري للحدود هو على وجه التقريب:

$$\sqrt{\frac{3s^2}{n}} = \sqrt{\frac{3 \times 0.057^2}{140}} = 0.0083439$$

ولإيجاد مجال الثقة بمستوى 0.95، نأخذ 1.96 خطأ معيارياً على كل من طرفي النهاية أي:  $0.016 = 1.96 \times 0.0083439$ . فمجال الثقة للحد المرجعي الأدنى هو من (0.696 - 0.016) إلى (0.696 + 0.016) أي (0.680 إلى 0.712) أو (0.68 إلى 0.71) ميلي مول/لتر. أما مجال الثقة للحد المرجعي الأعلى فهو من 0.924 - 0.016 إلى 0.924 + 0.016 أي من (0.908 إلى 0.940) أو من 0.91 إلى 0.94 ميلي مول/لتر. يقدر المجال المرجعي بالجوودة ذاتها التي تقدر بما أخطأ الاعتيان.

6. يزداد المغنيزيوم المصلي بالتأكد مع العمر. أما التفرقة فلا. وهذا يعني أنه بالنسبة إلى المسنين، يكون الحد الأدنى منخفضاً جداً وأن الحد الأعلى سوف يكون مرتفعاً جداً، باعتبار أن الأقلية العليا من هذا الحد سوف يكونون جميعاً مسنين. يمكننا ببساطة تقدير المجال المرجعي لأعمار مختلفة بشكل منفصل. يمكننا إجراء ذلك باستخدام متوسطات منفصلة ولكن بتقدير مشترك للتفاوت، ويمكن الحصول عليه بتحليل وحيد التصنيف للتفاوتات (9.10). أو يمكننا استخدام انكفاء المغنيزيوم على السن للحصول على



علاقة يمكن من خلالها التنبؤ بالجمال المرجعي لأي سن. الطريقة المختارة سوف تعتمد على طبيعة العلاقة.

#### حل التمرين M 16 : أسئلة الاختيار من متعدد من 87 إلى 92

87. (خ ص خ خ خ) الفقرة (1.16): إنها مجموعة سن معين وليست لسن معدل. إنها تقيس عدد الوفيات بالنسبة للأشخاص قيد المخاطرة ولا تقيس العدد الكلي. لا تعطي أي معلومات حول هيكلية السن.

88. (خ ص ص ص ص) الفقرة (4.16): إن جدول الحياة يحسب من معدلات الوفاة النوعية للسن. إن توقع الحياة هو القيمة المتوقعة لتوزيع السن عند الوفاة إذا كانت معدلات الوفيات هذه قابلة للاستخدام (E6). إنها عادة تزداد مع السن.

89. (ص خ ص ص خ) إن SMR الفقرة (3.16) للنساء حديثات الولادة هي أخفض من 100 (لجميع النساء) و105 (للنساء اللواتي يضعن جنيناً ميتاً). إن بحالات الثقة لا تتداخل إذن توجد دلالة قوة على جود فرق. إن النساء اللواتي يضعن جنيناً ميتاً من المحتمل أن يكن معرضات للانتحار بنسب أعلى أو أخفض من النساء الأخريات، ولا يمكننا التحديد. لا يمكننا الاستنتاج أن الولادة السليمة تمنع الانتحار، ولكنها من الممكن أن تكون نظرة متفائلة على سبيل المثال.

90. (ص خ خ خ خ) الفقرة (3.16) إن تأثير السن قد تم التعديل من أجله. ومن الممكن أيضاً أن المفرطين بالشرب قد يصبحون أصحاب حانات. من الصعب استخلاص الأسباب من المعطيات التي تمت مراقبتها. قد لا يصبح الرجال الذين هم قيد المخاطرة بالإصابة بتشمع الكبد (أي المفرطين بالشرب) منظمي نوافذ، أو أن منظمي النوافذ الذين يشربون يمكن أن يغفروا مهنتهم، التي تتطلب توازناً جيداً. منظمو النوافذ المخاطرة عندهم منخفضة. إن معدل المتوسط من 100 وليس من 1.0.



الجدول 10.19 : معدلات الوفيات النوعية للسنة الناتجة عن شحم المواد  
الطيارة، بريطانيا، وحسابات SMR في سكتلاندا

الأعمار	بريطانيا A.S.M.R.س		المجموع السكتلاندي بالآلاف	الوفيات المتوقعة في سكتلاندا
	بالآلاف بالسنة	بالآلاف خلال سنة 13		
0-9	0.00	0.000 00	663	0.000 00
10-14	0.79	0.010 30	425	4.377 50
15-19	2.58	0.033 58	447	15.010 26
20-24	0.87	0.011 37	394	4.479 78
25-29	0.32	0.004 16	342	1.419 30
30-39	0.08	0.001 08	689	0.711 72
40-49	0.03	0.000 33	874	0.189 42
50-59	0.09	0.001 12	579	0.648 48
60+	0.03	0.000 37	962	0.355 94
المجموع				27.192 40

91. (خ خ خ ص خ) الفقرة (6.16) جدول الحياة يعطينا فكرة عن الوفيات وليس عن هيكلية المجتمع. إن مخطط الأعمدة يعطي العلاقة بين متغيرين وليس التوزيع التكراري لهما الفقرة (5.5).

92. (ص خ خ خ ص) الفقرات (1.16، 2.16، 5.16): توقع الحياة لا يعتمد على توزيع السن الفقرة (4.16).

### حل تمرين E 16

1. نحصل على المعدلات بالنسبة للفترة بأكملها بتقسيم عدد الوفيات في فئة عمرية على حجم المجتمع ففي الفئة 10-14 لدينا:  $0.01030 = 44/4271$  حالة في كل 1000 من عدد السكان. هذا كان من أجل 13 سنة، وخلال عام واحد فإن المعدل هو  $0.00079 = 0.01030/13$  لكل ألف شخص في العام، أو 0.79 لكل مليون كل عام. بين الجدول (10.19) المعدلات لكل فئة عمرية. هذه المعدلات غير مألوفة لأنها أعلى ما يمكن في فئة المراهقين، والتي معدلات الوفيات فيها منخفضة لمعظم الأسباب. نوه اندرسون 1985 "إن نتائجنا تبين أن شحم المواد الطيارة بين المراهقين الذكور تؤدي حالياً لـ 2% من الوفيات من جميع الأسباب". إن هذه المعدلات هي أيضاً غير مألوفة لأنها لم تحسب بشكل منفصل لكل من الجنسين. السبب في ذلك هو من أجل التبسيط ولأن عدد الحالات في معظم فئات العمر كان صغيراً.



2. العدد المتوقع للوفيات: يساوي العدد في كل فئة سن في سكوتلاندا في معدل الوفاة لهذه الفترة (أي 13 سنة) لبريطانيا. وبعد ذلك نجمع هذه القيم لنحصل على (27.19) حالة وفاة كلية متوقعة. تمت مراقبة 48 حالة، وبذلك يكون SMR يساوي  $48/27.19 = 1.77$  أو 177 في بريطانيا في 100.

3. يمكن إيجاد الخطأ المعياري لـ SMR كالتالي  $\sqrt{O/E} = \sqrt{48/27.19} = 0.2548$  إن مجال الثقة 95% هو إذاً  $(1.77 - 1.96 \times 0.2548)$  إلى  $(1.77 + 1.96 \times 0.2548)$  أو (1.27 إلى 2.77). عند الضرب بـ 100 كالمعتاد نحصل على (127 إلى 277). إن العدد

المراقب هو كبير بما فيه الكفاية للتقريب الطبيعي لنتمكن من استخدام توزيع بواسون. 4. نعم، إن مجال الثقة هو بعيد جداً عن الصفر. ثمة عوامل أخرى تتعلق بمجموعة المعطيات مأخوذة من الصحف، والمحققين، وسجلات الوفاة. إن سكوتلاندا لها صحف مختلفة ونظام قضائي يختلف عن بقية بريطانيا. من الممكن أن يكون ارتباط الوفيات مع VSA هو معروف أكثر هنا منه في بريطانيا وويلز.

### حل تمرين 17M: أسئلة الاختيار من متعدد من 93 إلى 97

93. (ص خ ص خ ص): هي معدل انكفاء مجموع المربعات على مجموع المربعات الكلي.  
94. (خ ص خ خ خ): (17.2) كان هناك  $38 = 37 + 1$  مشاهدة. يوجد تأثير يُعتد به بشكل كبير لمجموعة العرق. إن عدم الأهمية بالنسبة لعامل الجنس لا يعني إنه ليس هناك اختلاف (9.6). يوجد ثلاث فئات عمرية إذن هناك درجتا حرية. إذا كان تأثير العرق يرد كلياً للعمر، فالمفروض أن يختفي عندما يعتبر العمر في النموذج.  
95. (ص ص ص ص خ): (17.8): إن عامل تأثير بأربعة مستويات له ثلاثة متحولات خرساء (17.6). إذا كان عدد الخلايا البيضاء مرده للتدخين، فالمفروض أن يختفي إذا أدخل التدخين في النموذج.

96. (ص ص ص ص خ ص) الفقرة (4.17).

97. (خ خ خ خ ص) الفقرة (9.17): الذكور لهم خطورة أخفض للعودة من الإنانث، وهذا واضح من خلال معامل الارتباط السالب، وبذلك يقضون فترة زمنية أطول قبل



العودة. إن الثيوفيلين (Theophiline) متعلق بانخفاض خطورة العودة ولكن لا يمكننا استخلاص العلاقة. إن المعالجة قد تعتمد على نوع ومدى شدة الربو.

### حل تمرين E 17

- الفرق ذو اعتداد كبير جداً ( $P < 0.001$ ) ويُتوقع أن يكون الفرق بين 1.3 و 3.7 أي ان الحجم هو أعلى في الفئة 2، الفئة 16 ذات الثلث الصبغي.
- من الاختطاط الطبيعي والمخطوط بدلالة أزواج الجسيدات يبدو أن هناك نقطة واحدة متعزلة عن بقية المعطيات، خارجية. إن فحص المعطيات يبين أنه ليس هناك سبب للافتراض أن هذه النقطة هي خطأ، وبذلك تمت المحافظة عليها. عدا عن ذلك، فإن الملاءمة مع التوزيع الطبيعي تبدو جيدة. إن الاختطاط بدلالة عدد أزواج الجسيدات يبين انه قد توجد علاقة بين المتوسط والتفريغ، ولكنها صغيرة جداً ولا تؤثر كثيراً على التحليل. هناك أيضاً احتمال وجود علاقة غير عطفية، يجب البحث عنها (إن إضافة الحد التريحي لم يحسن الملاءمة بشكل يُعتد به).
- نموذج الفرق في مجموع المربعات هو:  $9.431 = 207.139 - 197.708$ ، مجموع المربعات المتبقي هو 3.384، نسبة F هي  $3.384/9.431 = 2.79$ ، بدرجتي حرية 1 و 36 و يوافق  $t = 1.67$ ،  $P > 0.1$ ، لا يُعتد به.

### حل التمرين M 18 : أسئلة الاختيار من متعدد من 98 إلى 100

89. (ص ص خ ص ص): (9.9): القوة صفة للاختبار، وليس للبيئة. لا يمكن ان تكون صفراً، فحتى إذا لم يكن ثمة فرق في المجتمع الإحصائي فإن الاختبار قد يُعتد به.
99. (ص ص ص ص خ): (5.18): إذا استمرينا بإضافة مشاهدات جديدة والقيام بالاختبارات الموافقة، فإننا نقوم بإجراء اختبار متعدد وهذا ما يضعف الاختبار الفقرة (10.9).
100. (ص ص ص خ ص): (1.18) إن القوة لا تتدخل في التقدير.

### حل التمرين E 18

1. إن الخطأ المعياري للحد المرجعي هو تقريباً  $\sqrt{3s^2/n}$ ، الفقرة (5.15)، عرض مجال الثقة لهذا الحد هو القيمة مضروبة بـ 4، وعرض المجال المرجعي هو 45، إذن:



$$0.2 = \frac{4\sqrt{3s^2/n}}{4s}$$

$$0.2^2 = \frac{3}{n}$$

$$n = \frac{3}{0.04} = 75$$

2. الدقة هي الخطأين معيارين، والنسبة تساوي  $2\sqrt{p(1-p/n)}$ . القيمة العظمى لها عندما  $p = 0.5$ . ونقطتنا النسبة المئوية هي 0.02، ومن الفقرة (2.18):

$$0.02 = 2\sqrt{\frac{0.5 \times (1-0.5)}{n}}$$

$$0.02^2 = 2^2 \times \frac{0.5 \times 0.5}{n}$$

$$n = \frac{4 \times 0.25}{0.0004}$$

$$= 2500$$

3. إن هذه هي مقارنة نسبتين الفقرة (5.18). لدينا  $p_1 = 0.15$  و  $p_2 = 0.15 \times 0.9 = 0.135$  وتخفيض 10%. وبقوة 90% ومستوى اعتداد 5% لدينا:

$$\begin{aligned} n &= \frac{10.5(p_1(1-p_1) + p_2(1-p_2))}{(p_1 - p_2)^2} \\ &= \frac{10.5(0.15 \times (1-0.15) + 0.135 \times (1-0.135))}{(0.15 - 0.135)^2} \\ &= 11399.5 \end{aligned}$$

وبذلك فإنه يلزمنا 11 400 في كل مجموعة، أي مجموع عدد المرضى الكلي 22 800. وبقوة 80% ومستوى اعتداد 5% لدينا:

$$\begin{aligned} n &= \frac{7.9(p_1(1-p_1) + p_2(1-p_2))}{(p_1 - p_2)^2} \\ &= \frac{7.9(0.15 \times (1-0.15) + 0.135 \times (1-0.135))}{(0.15 - 0.135)^2} \\ &= 8476.77 \end{aligned}$$



وبذلك يلزمنا 8577 حالة في كل مجموعة، أي مجموع عدد المرضى الكلي 17154. تخفيض القوة ينقص حجم العينة المطلوب، ولكن، طبعاً، يُخفف فرصة كشف الفرق إذا كان موجوداً.

4. هذه هي مقارنة متوسطين الفقرة (4.18). نقدر حجم العينة من أجل فرق قدره انحراف معياري واحد  $\sigma = \mu_1 - \mu_2$ . بقوة 90% ومستوى اعتداد 5%، ويعطي العدد في كل مجموعة كما يلي:

$$\begin{aligned} n &= \frac{10.5 \times 2\sigma^2}{(\mu_1 - \mu_2)^2} \\ &= \frac{10.5 \times 2\sigma^2}{\sigma^2} \\ &= 10.5 \times 2 \\ &= 21 \end{aligned}$$

وبذلك فإنه يلزمنا 21 في كل مجموعة. إذا كان لدينا عينات غير متساوية وكانت  $n_1 = 100$ ، فإن  $n_2$  تعطى كالتالي:

$$\begin{aligned} (\mu_1 - \mu_2)^2 &= 10.5 \times \sigma^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \\ \sigma^2 &= 10.5 \times \sigma^2 \left( \frac{1}{100} + \frac{1}{n_2} \right) \\ \frac{1}{n_2} &= \frac{1}{10.5} - \frac{1}{100} \\ \frac{1}{n_2} &= 0.095238 - 0.01 \\ n_2 &= \frac{1}{0.085238} = 11.7 \end{aligned}$$

وبذلك فإنه يلزمنا 12 مختبراً في مجموعة المرضى.



- Altman, D.G. (1982). Statistics and ethics in medical research. In *Statistics in Practice*, (ed. S.M. Gore and D.G. Altman). British Medical Association, London.
- Altman, D.G. (1991). *Practical Statistics for Medical Research*, Chapman and Hall, London.
- Altman, D.G. and Bland, J.M. (1983). Measurement in medicine: the analysis of method comparison studies.. *The Statistician*, 32, 307-17.
- Anderson, H.R., Bland, J.M., Patel, S., and Peckham, C. (1986). The natural history of asthma in childhood. *Journal of Epidemiology and Community Health*, 40, 121-9.
- Anderson, H.R., MacNair, R.S., and Ramsey, J.D. (1985). Deaths from abuse of substances, a national epidemiological study. *British Medical Journal*, 290, 304-7.
- Appleby, L. (1991). Suicide during pregnancy and in the first postnatal year. *British Medical Journal*, 302, 137-40.
- Armitage, P. (1975). *Sequential Medical Trials*, Blackwell, Oxford.
- Armitage, P. and Berry, G. (1987). *Statistical Methods in Medical Research*, Blackwell, Oxford.
- Balfour, R.P. (1991). Birds, milk and campylobacter. *Lancet*, 337, 176.
- Ballard, R.A., Ballard, P.C., Creasy, R.K., Padbury, J., Polk, D.H., Bracken, M., Maya, F.R., and Gross, I. (1992). Respiratory disease in very-low-birthweight infants after prenatal thyrotropin releasing hormone and glucocorticoid. *Lancet*, 339, 510-5.
- Banks, M.H., Bewley, B.R., Bland, J.M., Dean, J.R., and Pollard, V.M. (1978). A long term study of smoking by secondary schoolchildren. *Archives of Disease in Childhood*, 53, 12-19.
- Bewley, B.R. and Bland, J.M. (1976). Academic performance and social factors related to cigarette smoking by schoolchildren. *British Journal of Preventive and Social Medicine*, 31, 18-24.
- Bewley, B.R., Bland, J.M., and Harris, R. (1974). Factors associated with the starting of cigarette smoking by primary school children. *British Journal of Preventive and Social Medicine*, 28, 37-44.
- Bewley, T.H., Bland, J.M., Ilo, M., Walch, E., and Willington, G. (1975). Census of mental hospital patients and life expectancy of those unlikely to be discharged.



*British Medical Journal*, 4, 671-5.

Bewley, T.H., Bland, J.M., Mechen, D., and Walch, E. (1981). 'New chronic' patients. *British Medical Journal*, 283, 1161-4.

Bland, J.M. and Altman, D.G. (1986). Statistical methods for assessing agreement between two methods of clinical measurement. *Lancet*, i, 307-10.

Bland, J.M., Holland, W.W., and Elliott, A. (1974). The development of respiratory symptoms in a cohort of Kent schoolchildren. *Bulletin Physio-Pathologie Respiratoire*, 10, 699-716.

Bland, J.M., Bewley, B.R., Banks, M.H., and Pollard, V.M. (1975). Schoolchildren's beliefs about smoking and disease. *Health Education Journal*, 34, 71-8.

Bland, J.M., Muloka, C., and Hutt, M.S.R. (1977). Kaposi's sarcoma in Tanzania. *East African Journal of Medical Research*, 4, 47-53.

Bland, J.M., Bewley, B.R., Pollard, V., and Banks, M.H. (1978). Effect of children's and parents' smoking on respiratory symptoms. *Archives of Disease in Childhood*, 53, 100-5.

Bland, J.M., Bewley, B.R., and Banks, M.H. (1979). Cigarette smoking and children's respiratory symptoms: validity of questionnaire method. *Revue d'Epidemiologie et Santé Publique*, 27, 69-76.

Breslow, N.E. and Day, N.E. (1987). *Statistical methods in cancer research. Volume II—the design and analysis of cohort studies*, IARC, Lyon.

British Standards Institution (1979). *Precision of test methods. 1: Guide for the determination and reproducibility of a standard test method (BS5497, part 1)*, BSI, London.

Brooke, O.G., Anderson, H.R., Bland, J.M., Peacock, J., and Stewart, M. (1989). The influence on birthweight of smoking, alcohol, caffeine, psychosocial and socioeconomic factors. *British Medical Journal*, 298, 795-801.

Bryson, M.C. (1978). The *Literary Digest* poll: making of a statistical myth. *The American Statistician*, 30, 184-5.

Burr, M.L., St Leger, A.S., and Neale, E. (1976). Anti-mite measures in mite-sensitive adult asthma: a controlled trial. *Lancet*, i, 333-5.

Campbell, M.J. and Gardner, M.J. (1989). Calculating confidence intervals for some non-parametric analyses. In *Statistics with confidence*, (ed. Gardner, M.J. and Altman D.G.). British Medical Journal, London.

Carleton, R.A., Sanders, C.A., and Burack, W.R. (1980). Heparin administration after acute myocardial infarction. *New England Journal of Medicine*, 263, 1002-4.

Christie, D. (1979). Before-and-after comparisons: a cautionary tale. *British Medical Journal*, 2, 1629-30.

Colton, T. (1974). *Statistics in Medicine*, Little Brown, Boston.

Conover, W.J. (1980). *Practical Nonparametric Statistics*, John Wiley and Sons,



New York.

Curtis, M.J., Bland, J.M., and Ring, P.A. (1992). The Ring total knee replacement—a comparison of survivorship. *Journal of the Royal Society of Medicine*, 85, 208–10.

Davies, O.L. and Goldsmith, P.L. (1972). *Statistical Methods in Research and Production*, Oliver and Boyd, Edinburgh.

DHSS (1976). *Prevention and Health: Everybody's Business*, HMSO, London.

Doll, R. and Hill, A.B. (1950). Smoking and carcinoma of the lung. *British Medical Journal*, ii, 739–48.

Doll, R. and Hill, A.B. (1956). Lung cancer and other causes of death in relation to smoking: a second report on the mortality of British doctors. *British Medical Journal*, ii, 1071–81.

Donnan, S.P.B. and Haskey, J. (1977). Alcoholism and cirrhosis of the liver. *Population Trends*, 7, 18–24.

Easterbrook, P.J., Berlin, J.A., Gopalan, R., and Mathews, D.R. (1991). Publication bias in clinical research. *Lancet*, 337, 867–72.

Egero, B. and Henin, R.A. (1973). *The Population of Tanzania*, Bureau of Statistics, Dar es Salaam.

Finney, D.J., Latscha, R., Bennett, B.M., and Hsu, P. (1963). *Tables for Testing Significance in a 2 x 2 Contingency Table*, Cambridge University Press, London.

Fish, P.D., Bennett, G.C.J., and Millard, P.H. (1985). Heatwave morbidity and mortality in old age. *Age and Aging*, 14, 243–5.

Flint, C. and Poulengeris, P. (1986). *The 'Know Your Midwife' Report*, Caroline Flint, London.

Galton, F. (1886). Regression towards mediocrity in hereditary stature. *Journal of the Anthropological Institute*, 15, 246–63.

Gardner, M.J. and Altman, D.G. (1986). Confidence intervals rather than P values: estimation rather than hypothesis testing. *British Medical Journal*, 292, 746–50.

Gazet, J.-C., Markopoulos, C., Ford, H.T., Coombes, R.C., Bland, M., and Dixon, R.C. (1988). Preliminary communication—Prospective trial of tamoxifen versus surgery in elderly patients with breast cancer. *Lancet*, 679–80.

Glaziou, P.P. and Mackerras, D.E.M. (1993). Vitamin A supplementation in infectious disease: a meta-analysis. *British Medical Journal*, 306, 366–70.

Hart, P.D. and Sutherland, I. (1977). BCG and vole bacillus in the prevention of tuberculosis in adolescence and early adult life. *British Medical Journal*, 2, 293–5.

Healy, M.J.R. (1968). Disciplining medical data. *British Medical Bulletin*, 24, 210–4.

Hedges, B.M. (1978). Question wording effects: presenting one or both sides of



a case. *The Statistician*, 28, 83-99.

Hickish, T., Colston, K., Bland, J.M., and Maxwell, J.D. (1989). Vitamin D deficiency and muscle strength in male alcoholics. *Clinical Science*, 77, 171-8.

Hill, A.B. (1962). *Statistical Methods in Clinical and Preventive Medicine*, Churchill Livingstone, Edinburgh.

Hill, A.B. (1977). *A Short Textbook of Medical Statistics*, Hodder and Stoughton, London.

Holland, W.W., Bailey, P., and Bland, J.M. (1978). Long-term consequences of respiratory disease in infancy. *Journal of Epidemiology and Community Health*, 32, 256-9.

Holten, C. (1951). Anticoagulants in the treatment of coronary thrombosis. *Acta Medica Scandinavica*, 140, 340-8.

Huff, D. (1954). *How to Lie with Statistics*, Gollancz, London.

Huskisson, E.C. (1974). Simple analgesics for arthritis. *British Medical Journal*, 4, 196-200.

James, A.H. (1977). Breakfast and Crohn's disease. *British Medical Journal*, 1, 943-7.

Johnson, F.N. and Johnson, S. (eds) (1977). *Clinical Trials*, Blackwell, Oxford.

Johnston, I.D.A., Anderson, H.R., Lambert, H.P., and Patel, S. (1983). Respiratory morbidity and lung function after whooping cough. *Lancet*, ii, 1104-8.

Kaste, M., Kuurne, T., Viikdi, J., Kastevo, K., Sainio, K., and Meurala, H. (1982). Is chronic brain damage in boxing a hazard of the past? *Lancet*, ii, 1186-8.

Kendall, M.G. (1970). *Rank correlation methods*, Charles Griffin, London.

Kendall, M.G. and Babington Smith, B. (1971). *Tables of Random Sampling Numbers*, Cambridge University Press, Cambridge.

Kendall, M.G. and Stuart, A. (1968). *The Advanced Theory of Statistics*, 2nd ed., vol. 3, Charles Griffin, London.

Kendall, M.G. and Stuart, A. (1969). *The Advanced Theory of Statistics*, 3rd ed., vol. 1, Charles Griffin, London.

*Lancet* (1980). BCG: bad news from India. *Lancet*, i, 73-4.

Lee, K.L., McNeer, J.F., Starnier, F.C., Harris, P.J., and Rosati, R.A. (1980). Clinical judgements and statistics: lessons from a simulated randomized trial in coronary artery disease. *Circulation*, 61, 508-15.

Lemeshow, S., Hosmer, D.W., Klar, J., and Lwanga, S.K. (1990). *Adequacy of Sample Size in Health Studies*, John Wiley and Sons, Chichester.

Leonard, J.V., Whitelaw, A.G.L., Wolff, O.H., Lloyd, J.K., and Slack, S. (1977). Diagnosing familial hypercholesterolaemia in childhood by measuring serum cholesterol. *British Medical Journal*, 1, 1586-8.



- Levine, M.I. and Sackett, M.F. (1946). Results of BCG immunisation in New York City. *American Review of Tuberculosis*, 53, 517-32.
- Lindley, M.I. and Miller, J.C.P. (1955). *Cambridge Elementary Statistical Tables*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Lucas, A., Morley, R., Cole, T.J., Lister, G., and Leeson-Payne, C. (1992). Breast milk and subsequent intelligence quotient in children born preterm. *Lancet*, 339, 510-5.
- Luthra, P., Bland, J.M., and Stanton, S.L. (1982). Incidence of pregnancy after laparoscopy and hydrotubation. *British Medical Journal*, 284, 1013.
- Machin, D. and Campbell, M.J. (1987). *Statistical Tables for the Design of Clinical Trials*, Blackwell, Oxford.
- Mantel, N. (1966). Evaluation of survival data and two new rank order statistics arising in its consideration.. *Cancer Chemotherapy Reports*, 50, 163-70.
- Mather, H.M., Nisbet, J.A., Burton, G.H., Poston, G.J., Bland, J.M., Bailey, P.A., and Pilkington, T.R.E. (1979). Hypomagnesaemia in diabetes. *Clinica Chemica Acta*, 95, 235-42.
- Matthews, D.E and Farewell, V. (1987). *Using and understanding medical statistics*, Karger, Basel; New York.
- Matthews, J.N.S., Altman, D.G., Campbell, M.J., and Royston, P. (1990). Analysis of serial measurements in medical research. *British Medical Journal*, 300, 230-35.
- Maugdal, D.P., Ang, L., Patel, S., Bland, J.M., and Maxwell, J.D. (1985). Nutritional assessment in patients with chronic gastro-intestinal symptoms: comparison of functional and organic disorders. *Human Nutrition: Clinical Nutrition*, 39, 203-12.
- Maxwell, A.E. (1970). Comparing the classification of subjects by two independent judges. *British Journal of Psychiatry*, 116, 651-6.
- Maxwell, J.D., Patel, S.P., Bland, J.M., Lindsell, D.R.M., and Wilson, A.G. (1983). Chest radiography compared to laboratory markers in the detection of alcoholic liver disease. *Journal of the Royal College of Physicians of London*, 17, 220-3.
- Mayberry, J.F., Rhodes, J., and Newcombe, R.G. (1978). Breakfast and dietary aspects fo Crohn's disease. *British Medical Journal*, 2, 1401.
- Mckie, D. (1992). Pollsters turn to secret ballot. *The Guardian*, London, 24 August, p.20.
- Meier, P. (1977). The biggest health experiment ever: the 1954 field trial of the Salk poliomyelitis vaccine. In *Statistics: a Guide to the Biological and Health Sciences*, (ed. J.M. Tanur, et al.). Holden-Day, San Francisco.
- Mitchell, E.A., Bland, J.M., Thompson, J.M.D. (1994). Risk factors for readmission to hospital for asthma. *Thorax*, 49, 33-36.
- Morris, J.A. and Gardner, M.J. (1989). Calculating confidence intervals for rel-



ative risks, odds ratios and standardized ratios and rates. In *Statistics with confidence*, (ed. Gardner, M.J. and Altman D.G.). British Medical Journal, London.

MRC (1948). Streptomycin treatment of pulmonary tuberculosis. *British Medical Journal*, 2, 769-82.

Newcombe, R.G. (1992). Confidence intervals: enlightening or mystifying. *British Medical Journal*, 304, 381-2.

Newnham, J.P., Evans, S.F., Con, A.M., Stanley, F.J., Landau, L.I. (1993). Effects of frequent ultrasound during pregnancy: a randomized controlled trial. *Lancet*, 342, 887-91.

Norris, D.E, Skilbeck, C.E., Hayward, A.E., and Torpy, D.M. (1985). *Microcomputers in Clinical Practice*, John Wiley and Sons, Chichester.

OPCS (1991). *Mortality statistics, Series DH2, No 16*, HMSO, London.

OPCS (1992). *Mortality statistics, Series DH1, No 24*, HMSO, London.

OPCS (1992b). *Mortality statistics, Series DH1, No 25*, HMSO, London.

Oshorn, J.F. (1979). *Statistical Exercises in Medical Research*, Blackwell, Oxford.

Oldham, H.G., Bevan, M.M., McDermott, M. (1979). Comparison of the new miniature Wright peak flow meter with the standard Wright peak flow meter.. *Thorax*, 34, 807-8.

Paraskevalides, E.C., Pennington, G.W., Nalk, S., and Gibbs, A.A. (1991). Pre-freeze/post-freeze semen motility ratio. *Lancet*, 337, 366-7.

Pearson, E.S. and Hartley, H.O. (1970). *Biometrika Tables for Statisticians, volume 1*, Cambridge University Press, Cambridge.

Pearson, E.S. and Hartley, H.O. (1972). *Biometrika Tables for Statisticians, volume 2*, Cambridge University Press, Cambridge.

Pocock, S.J. (1983). *Clinical Trials: A Practical Approach*, John Wiley and Sons, Chichester.

Pocock, S.J. and Hughes, M.D. (1990). Estimation issues in clinical trials and overviews. *Statistics in Medicine*, 9, 657-71.

Pritchard, B.N.C, Dickinson, C.J., Alleyne, G.A.O, Hurst, P, Hill, I.D., Rosenheim, M.L., and Laurence, D.R. (1963). Report of a clinical trial from Medical Unit and MRC Statistical Unit, University College Hospital Medical School, London. *British Medical Journal*, 2, 1226-7.

Radical Statistics Health Group (1976). *Whose Priorities?*, Radical Statistics, London.

Reader, R., et al. (1980). The Australian trial in mild hypertension: report by the management committee. *Lancet*, 1, 1261-7.

Rose, G.A., Holland, W.W., and Crowley, E.A. (1964). A sphygmomanometer for epidemiologists. *Lancet*, 1, 296-300.



- Rodrigues, L. and Kirkwood, B.R. (1990). Case-control designs in the study of common diseases: updates on the demise of the rare disease assumption and the choice of sampling scheme for controls. *International Journal of Epidemiology*, 19, 205-13.
- Rowe, D. (1992). Mother and daughter aren't doing well. *The Guardian*, London, 14 July, p.33.
- Royston, P., and Altman, D.G. (1994). Regression using fractional polynomials of continuous covariates: parsimonious parametric modelling. *Applied Statistics*, 43, 429-467.
- Samuels, P., Buseel, J.B., Braitman, L.E., Tomaski, A., Druzin, M.L., Mennuti, M.T., and Cines, D.B. (1990). Estimation of the risk of thrombocytopenia in the offspring of pregnant women with presumed immune thrombocytopenia purpura. *New England Journal of Medicine*, 323, 229-35.
- Schapiro, K., McClelland, H.A., Griffiths, N.R., and Newell, D.J. (1970). Study on the effects of tablet colour in the treatment of anxiety states. *British Medical Journal*, 2, 446-9.
- Schmid, H. (1973). Kaposi's sarcoma in Tanzania: a statistical study of 220 cases. *Tropical Geographical Medicine*, 25, 266-76.
- Siegel, S. (1956). *Non-parametric Statistics for the Behavioural Sciences*, McGraw-Hill Kagakuisha, Tokyo.
- Sibbald, B., Addington Hall, J., Brennenman, D., Freeling, P. (1994). Telephone versus postal surveys of general practitioners. *British Journal of General Practice*, 44, 297-300.
- Snedecor, G.W. and Cochran, W.G. (1980). *Statistical Methods*, 7th edn., Iowa State University Press, Ames, Iowa.
- South-east London Screening Study Group (1977). A controlled trial of multi-phasic screening in middle-age: results of the South-east London Screening Study. *International Journal of Epidemiology*, 6, 357-63.
- Southern, J.P., Smith, R.M.M. and Palmer, S.R. (1990). Bird attack on milk bottles: possible mode of transmission of *Campylobacter jejuni* to man. *Lancet*, 336, 1425-7.
- Stuart, A. (1955). A test for homogeneity of the marginal distributions in a two-way classification. *Biometrika*, 42, 412.
- 'Student' (1908). The probable error of a mean. *Biometrika*, 6, 1-24.
- 'Student' (1931). The Lanarkshire Milk Experiment. *Biometrika*, 28, 398-406.
- Thomas, P.R.S., Queraishy, M.S., Bowyer, R., Scott, R.A.P., Bland, J.M., Dormandy, J.A. (1993). Leucocyte count: a predictor of early femoropopliteal graft failure. *Cardiovascular Surgery*, 1, 369-72.
- Thompson, S.G. (1993). Controversies in meta-analysis: the case of the trials of serum cholesterol reduction. *Statistical methods in medical research*, 2, 173-92.
- Todd, G.F. (1972). *Statistics of Smoking in the United Kingdom*, 6th ed., To-













Bibliotheca Alexandrina



0647565

السعر : 15 دولار امريكي أو ما يعادلها